

Exercice 1 (5pts)

1. Résoudre dans \mathbb{R} les équations : $2x^2 + x - 1 = 0$; $2x^2 - 2\sqrt{2} + 1 = 0$
2. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation : $2x^2 + x - 1 > 0$
3. Résoudre dans \mathbb{R} l'équation : $2\sin^2(x) - 2\sqrt{2}\sin(x) + 1 = 0$
4. Résoudre dans \mathbb{R}^2 le système suivant en utilisant la méthode du déterminant :
$$\begin{cases} -x + 2y = 3 \\ 3x - 4y = -5 \end{cases}$$

Exercice 2 (6pts)

Soit x un nombre réel, on pose : $A(x) = 4\cos^2(x) + \sin^4(x)$

1. Montrer que pour tout x de \mathbb{R} : $A(x) = (2 - \sin^2(x))^2$
2. Calculer : $A(0)$; $A\left(\frac{\pi}{2}\right)$
3. (a) Déterminer l'abscisse curviligne principale du point M d'abscisse curviligne : $-\frac{2005\pi}{3}$
(b) Dédire la valeur de : $A\left(-\frac{2005\pi}{2}\right)$
4. (a) Montrer que : $A(x) = \left(1 + \frac{1}{1 + \tan^2(x)}\right)^2$
(b) Soit $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, Calculer $A(x)$ sachant que : $\tan(x) = 1$

Exercice 3 (5pts)

Soit x un nombre réel.

1. Calculer : $\sin\left(\frac{52\pi}{3}\right)$, $\cos\left(\frac{-39\pi}{2}\right)$, $\tan\left(\frac{-413\pi}{4}\right)$
2. Simplifier le nombre : $B = \cos\left(3x + \frac{41\pi}{2}\right) + \sin(3x + 305\pi) + \cos\left(3x + \frac{19\pi}{2}\right)$
3. Dédire la valeur de : $B\left(\frac{\pi}{9}\right)$

Exercice 4 (4pts)

Soit $x \in \mathbb{R}$; on pose : $F(x) = \sqrt{2}\cos^2(x) - (\sqrt{2} + 1)\cos(x) + 1$

1. Montrer que : $F(x) = (\cos(x) - 1)(\sqrt{2}\cos(x) - 1)$
2. Résoudre dans $[-\pi; \pi]$ l'équation : $F(x) = 0$
3. Étudier le signe de $F(x)$ sur $[-\pi; \pi]$ (dresser le tableau de signe de $F(x)$).
4. Dédire l'ensemble des solutions de l'inéquation : $F(x) \leq 0$

Exercice 5 (2pts)

Résoudre dans $] -\pi; \pi[$ l'inéquation : $\frac{2\sin^2(x) + \sin(x) - 1}{4\cos^2(x) - 1} \geq 0$