Exercice 1:

1. Soit le polynome $P(x) = (a+b)x^3 + (b-c)x^2 + (a-c+1)x$.
   Determiner les nombres a, b et c pour que $P(x)$soit nul.
2. Soit le polynome $P(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6$.
   Determiner les racines du polynome parmi les nombres: $1, -1, 2$ et -3

Exercice 2:

Determiner le quotient et le reste de la division euclidienne de:

- $2x^3 + 3x^2 - 5x + 1$ par $x+2$
- $x^3 - x^2 - x - 2$ par $x-2$
- $5x^4 - 3x^2 + 2x - 3$ par $x+1$
- $5x^4 - 3x^2 + 2x - 3$ par $x+1$
- $4x^5 - 5x^3 + 1$ par $x-1$
- $4x^5 - 5x^2 + 1$ par $2x-1$

Exercice 3:

Soit le polynome $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$

1. Vérifiez que 2 est une racine du polynome $P(x)$
2. En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x-2$
   Déterminez un polynome $Q(x)$ tel que $P(x) = (x-2)Q(x)$
2. Vérifiez que -3 est une racine du polynome $Q(x)$
3. Factoriser $P(x)$. 4. Résoudre $x \in \mathbb{R}$ $P(x) \geq 0$

Exercice 4:

Soit le polynome $P(x) = -2x^3 - x^2 + 8x + 4$

1. Vérifiez que -2 est une racine du polynome $P(x)$
2. En effectuant la division euclidienne de $P(x)$ par $x-2$
   Déterminez un polynome $Q(x)$ tel que $P(x) = (x+2)Q(x)$
2. Vérifiez que $\frac{-1}{2}$ est une racine du polynome $Q(x)$
3. Factoriser $Q(x)$ puis $P(x)$. 4. Résoudre $x \in \mathbb{R}$ $P(x) \leq 0$

Exercice 5:

Soit le polynome $P(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

1. Montrer que $P(x)$ est divisible par $x-1$
2. Ecrir $P(x)$ sous forme de produit de binomes
3. Résoudre $x \in \mathbb{R}$ $P(x) < 0$

Exercice 6:

Soit le polynome $P(x) = x^3 - (a-b)x^2 + (a-3b-1)x + 2\sqrt{2}$

1. Determiner les nombres a et b pour que $P(x)$ soit divisible par $x-2$ et $x+\sqrt{2}$
2. On pose $a=3$ et $b=\sqrt{2}$

2.1 Déterminez un polynome $Q(x)$ tel que $P(x) = (x-2)Q(x)$

2.2 Calculer $Q(-\sqrt{2}$ puis factoriser $P(x)$

2.3 Résoudre $x \in \mathbb{R}$ $P(x) < 0$

3. On suppose $x \in]0,1[$. Montrer que $\sqrt{2}$ est une approximation de $P(x)$ à la précision $1+\sqrt{2}$

Exercice 7:

Soit le polynome $P(x) = x^3 - (3\sqrt{3}+1)x^2 + m(2+\sqrt{3})x - 6$

1. Déterminer la valeur de m tel que $P(x)$ est divisible par $x-1$
2. On pose $m=3$

2.1 Déterminez un polynome $Q(x)$ tel que $P(x) = (x-1)Q(x)$

2.2 Vérifiez que $\sqrt{3}$ est une racine du polynome $P(x)$

2.3 En déduire une factorisation en binomes du polynome $P(x)$

Exercice 8:

Soit le polynome $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 3x - 2$

1. Calculer $P(-2), P(1)$ et $P(3)$
2. effectuer la division euclidienne de $P(x)$ par $x-2$

3.1 Montrer que si α est une racine non nulle de $P(x)$ alors $\frac{1}{\alpha}$ est une racine

3.2 Déduir les 3 racines de $P(x)$