Soit le polynome $P(x) = -2x^3 - x^2 + 8x + 4$

1. Pour vérifier si -2 est une racine du polynôme $P(x)$, nous devons substituer $x = -2$ dans $P(x)$ et voir si le résultat est égal à zéro.

$$\begin{aligned} P(-2) &= -2(-2)^3 - (-2)^2 + 8(-2) + 4 \\ &= -2(-8) - 4 + (-16) + 4 \\ &= 16 - 4 - 16 + 4 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Comme le résultat est 0, cela signifie que -2 est une racine du polynôme $P(x)$.

2. • Diviser $P(x)$ par $x + 2$

$$\begin{array}{r|l} -2x^3 \quad -x^2 + 8x + 4 & x + 2 \\ \cline{2-2} \underline{2x^3 + 4x^2 \qquad\qquad} & -2x^2 + 3x + 2 \\ 3x^2 + 8x \qquad & \\ \underline{-3x^2 - 6x \qquad} & \\ 2x + 4 & \\ \underline{-2x - 4} & \\ 0 & \end{array}$$

Donc $Q(x) = -2x^2 + 3x + 2$

3. Pour vérifier si $\frac{-1}{2}$ est une racine du polynôme $Q(x)$, nous devons substituer $x = \frac{-1}{2}$ dans $Q(x)$ et voir si le résultat est égal à zéro.

$$\begin{aligned} Q\left(\frac{-1}{2}\right) &= -2\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + 3\left(\frac{-1}{2}\right) + 2 \\ &= -2\left(\frac{1}{4}\right) - \frac{3}{2} + 2 \\ &= -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 2 \\ &= 0 \end{aligned}$$

Comme le résultat est 0, cela signifie que $\frac{-1}{2}$ est une racine du polynôme $Q(x)$.

4. • Diviser $Q(x)$ par $x + \frac{-1}{2}$

$$\begin{array}{r|l} -2x^2 + 3x + 2 & x + \frac{1}{2} \\ \cline{2-2} \underline{2x^2 \quad + x \qquad} & -2x + 4 \\ 4x + 2 & \\ \underline{-4x - 2} & \\ 0 & \end{array}$$

5. Factoriser $P(x)$: $P(x) = (x+2)(x+\frac{1}{2})(-2x+4)$, donc $P(x) = -2(x+2)(x-2)(x+\frac{1}{2})$

Solution de $P(x) \leq 0$:

x	$-\infty$		-2		$\frac{-1}{2}$		2		$+\infty$
$x + \frac{1}{2}$		$-$	|	$-$	0	$+$	|	$+$	
$x + 2$		$-$	0	$+$	|	$+$	|	$+$	
$x - 2$		$-$	|	$-$	|	$-$	0	$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$$S =]-\infty, -2] \cup [\tfrac{-1}{2}, 2]$$