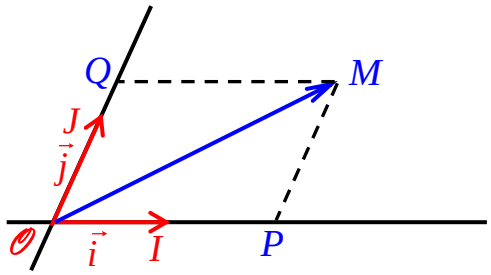
# المستقيم في المستوى

## I- معلم في المستوى – إحداثيتا نقطة :

**نشاط :**




لتكن $I$ و $J$ و $O$ ثلاث نقط غير مستقيمية و $M$ نقطة من المستوى
و $P$ مسقطها على $(OI)$ بتواز مع $(OJ)$ ،
و $Q$ مسقطها على $(OJ)$ بتواز مع $(OI)$.
ليكن $x$ أفصول النقطة $P$ بالنسبة للمعلم $(O;I)$ و $y$ أفصول
النقطة $Q$ بالنسبة للمعلم $(O;J)$ و $\vec{i}=\overrightarrow{OI}$ و $\vec{j}=\overrightarrow{OJ}$
أكتب $\overrightarrow{OM}$ بدلالة $x$ و $y$ و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ .

**خاصية :**

كل ثلاث نقط غير مستقيمية $O$ و $I$ و $J$ تحدد معلم في المستوى نرمز له بالرمز $(O;I;J)$ أو $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث
$\vec{i}=\overrightarrow{OI}$ و $\vec{j}=\overrightarrow{OJ}$ .

**تعاريف ومصطلحات :**

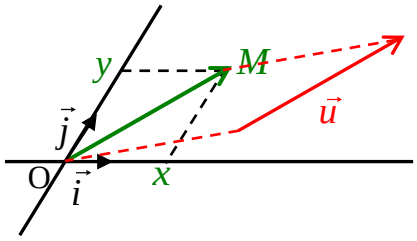
- نقول إن $(x;y)$ هو زوج إحداثيتي النقطة $M$ من المستوى في المعلم $(o;\vec{i};\vec{j})$ إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{OM}=x\vec{i}+y\vec{j}$
ونكتب $M(x;y)$ ، العدد $x$ يسمى أفصول النقطة $M$ والعدد $y$ يسمى أرتوب النقطة $M$ .
- المستقيم $(OI)$ يسمى محور الأفاصيل والمستقيم $(OJ)$ يسمى محور الأراتيب والنقطة $O$ تسمى أصل المعلم .
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ فإن $(O;\vec{i};\vec{j})$ يسمى معلما متعامدا.
- إذا كان $(OI)\perp(OJ)$ و $OI=OJ=1$ فإن $(O;\vec{i};\vec{j})$ يسمى معلما متعامدا ممنظما .

## II- تساوي متجهتين – شرط استقامية متجهتين :

### 1) إحداثيتا متجهة – تساوي متجهتين :

**أ) إحداثيتا متجهة :**

**نشاط :**




في المستوى المنسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر متجهة $\vec{u}$ ،
لتكن $M(x;y)$ نقطة من المستوى بحيث $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$ ،
أكتب $\vec{u}$ بدلالة $x$ و $y$ و $\vec{i}$ و $\vec{j}$ .

زوج إحداثيتي المتجهة $\vec{u}$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ هو زوج إحداثيتي النقطة $M$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ بحيث $\overrightarrow{OM}=\vec{u}$ ،
إذا كان $(x;y)$ هو زوج إحداثيتي النقطة $M$ فإن $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}$ ونكتب $\vec{u}(x;y)$ ،
العدد $x$ يسمى أفصول المتجهة $\vec{u}$ والعدد $y$ يسمى أرتوب المتجهة $\vec{u}$ .

**ب) تساوي متجهتين :**

**نشاط 1 :**

في المستوى المنسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر المتجهتين $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ ،
بين أن : $\vec{u}=\vec{v}$ إذا وفقط إذا كان $(x=x'$ و $y=y')$ .

**ج) نتائج :**

**نشاط 2 :**

في المستوى المنسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقطتين $A(x_A;y_A)$ و $B(x_B;y_B)$ ،
بين أن : $\overrightarrow{AB}(x_B-x_A;y_B-y_A)$

( لاحظ أن : $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ وأن $\overrightarrow{OA}=x_A\vec{i}+y_A\vec{j}$ و $\overrightarrow{OB}=x_B\vec{i}+y_B\vec{j}$ )

**تمرين تطبيقي :**

نعتبر النقط $A(1;2)$ و $B(-3;-1)$ و $C(3;-2)$ ،والمتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;4)$ .

1) حدد زوج إحداثيتي كل متجهة من المتجهات $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$ و $2\vec{u}-3\vec{v}$

2) حدد زوج إحداثيتي النقطة $D$ بحيث $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BD}$ و زوج إحداثيتي النقطة $I$ منتصف القطعة $[AB]$ .

### 2) شرط استقامية متجهتين :

### أ) محددة متجهتين :

**تعريف :**

نعتبر المتجهتين $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ ،العدد $xy'-x'y$ يسمى محددة المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ (في هذا الترتيب)

ونرمز له بالرمز $\det(\vec{u};\vec{v})$ أو $\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}$ ونكتب : $\det(\vec{u};\vec{v})=\begin{vmatrix} x & x' \\ y & y' \end{vmatrix}=xy'-x'y$

**مثال :**

نعتبر المتجهتين $\vec{u}(-2;3)$ و $\vec{v}(2;4)$ ، أحسب $\det(\vec{u};\vec{v})$ ثم $\det(\vec{v};\vec{u})$ .

### ب) شرط استقامية متجهتين :

**نشاط :**

في المستوى المنسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر متجهتين غير منعدمتين $\vec{u}(x;y)$ و $\vec{v}(x';y')$ ، بين أن :

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين إذا وفقط إذا كان $\det(\vec{u};\vec{v})=0$

**تمرين تطبيقي :**

في المستوى المنسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقط $A\left(\frac{1}{2};3\right)$ و $B(-2;-2)$ و $C(1;4)$ ، ومتجهة $\vec{u}(1;3)$ .

1) بين أن النقط $A$ و $B$ و $C$ مستقيمية .

2) حدد قيمة العدد $x$ التي من أجلها تكون المتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}(x-2;3)$ مستقيميتين .

## III- المستقيم في المستوى :

*في ما تبقى من فقرات الدرس ، المستوى منسوب إلى معلم $(o;\vec{i};\vec{j})$ .*

### 1) مستقيم معرف بنقطة ومتجهة :

**تعريف :**

لتكن $A$ نقطة من المستوى و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة ،

مجموعة النقط $M$ من المستوى التي تحقق $\overrightarrow{AM}=t\vec{u}$ حيث $t\in\mathbb{R}$ هي المستقيم المار من النقطة $A$ والموجه بالمتجهة $\vec{u}$ ، ونرمز له بالرمز $D(A;\vec{u})$ .

**ملاحظات :**

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير منعدمتين و $A$ و $B$ نقطتين من المستوى .

- $B\in D(A;\vec{u})$ يعني يوجد $t\in\mathbb{R}$ بحيث $\overrightarrow{AB}=t\vec{u}$ .
- إذا كانت $\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتين فإن $D(A;\vec{u})=D(A;\vec{v})$
- إذا كانت $B\in D(A;\vec{u})$ فإن $D(A;\vec{u})=D(B;\vec{u})$
- إذا كانت $A\neq B$ فإن المتجهة $\overrightarrow{AB}$ موجهة للمستقيم $(AB)$ .

### 2) تمثيل بارامتري لمستقيم :

**تعريف :**

كل مستقيم $(D)$ مار من النقطة $A(x_0;y_0)$ وموجه بالمتجهة $\vec{u}(\alpha;\beta)$ له نظمة على شكل : $\begin{cases} x=x_0+\alpha t \\ y=y_0+\beta t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$

هذه النظمة تسمى تمثيل بارامتري للمستقيم $(D)$ .

### 3) معادلة ديكارتية لمستقيم :

### أ) مستقيم معرف بنقطة ومتجهة موجهة له :

**مبرهنة 1 :**

كل مستقيم $(D)$ له معادلة على شكل $ax+by+c=0$ حيث $a$ و $b$ و $c$ من $\mathbb{R}$ و $(a;b)\neq(0;0)$ ،
هذه المعادلة تسمى معادلة ديكارتية للمستقيم $(D)$.

**مبرهنة 2 :**

مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوى التي تحقق $ax+by+c=0$ حيث $(a;b)\neq(0;0)$ هي مستقيم $(D)$ موجه بالمتجهة $\vec{u}(-b;a)$ .

**تمرين تطبيقي :**

نعتبر المستقيمات $(D_1)$ و $(D_2)$ و $(D_3)$ المعرفة كما يلي :

$(D_1)$ مار من $A(-2;1)$ وموجه بالمتجهة $\vec{u}(1;2)$ ، $(D_2):2x+3y-4=0$ و $(D_3):\begin{cases}x=4+3t\\y=-1+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

1) أ) حدد نقطتين من المستقيم $(D_2)$ ونقطتين من المستقيم $(D_3)$ .

ب) هل النقطتين $E(8;-4)$ و $E'(7;6)$ تنتميان إلى $(D_2)$ ؟ هل النقطتين $F(-2;3)$ و $F'(10;1)$ تنتميان إلى $(D_3)$ ؟

ج) حدد متجهة موجهة للمستقيم $(D_2)$ ومتجهة موجهة للمستقيم $(D_3)$ .

2) حدد معادلة ديكارتية لكل من المستقيمين $(D_1)$ و $(D_3)$ .

3) حدد تمثيلا بارامتريا لكل من المستقيمين $(D_1)$ و $(D_2)$ .

**ب) المستقيم الموازي لمحور الأراتيب :**

**خاصية :**

يكون مستقيم موازي لمحور الأراتيب إذا وفقط إذا كانت له معادلة ديكارتية من نوع : $x=c$ حيث $c\in\mathbb{R}$

**مثال :**

أنشئ المستقيم $(D)$ ذو المعادلة : $x=3$ و المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة : $x=-2$.

**ج) المستقيم الموازي لمحور الأفاصيل :**

**خاصية :**

يكون مستقيم موازي لمحور الأفاصيل إذا وفقط إذا كانت له معادلة ديكارتية من نوع : $y=c$ حيث $c\in\mathbb{R}$

**مثال :**

أنشئ المستقيم $(D)$ ذو المعادلة : $y=\frac{1}{2}$ و المستقيم $(\Delta)$ ذو المعادلة : $y=-1$.

**د) المستقيم غير الموازي لمحور الأراتيب :**

**خاصية وتعريف :**

يكون المستقيم $(D)$ غير موازي لمحور الأراتيب إذا وفقط إذا كانت له معادلة ديكارتية من نوع : $y=mx+p$

- العدد $m$ يسمى المعامل الموجه للمستقيم $(D)$ .
- العدد $p$ يسمى الأرتوب عند الأصل للمستقيم $(D)$ .
- المتجهة $\vec{u}(1;m)$ موجهة للمستقيم $(D)$ .
- المعادلة $y=mx+p$ تسمى المعادلة المختصرة للمستقيم $(D)$.

**ملاحظة :**

إذا كانت $\vec{u}(\alpha;\beta)$ متجهة موجهة لـ $(D)$ وكان $\alpha\neq0$ فإن $(D)$ غير موازي لمحور الأراتيب و $\frac{\beta}{\alpha}$ معامله الموجه.

**أمثلة :**

نعتبر النقطة $A(-2;1)$ والمستقيم : $(\Delta):\begin{cases}x=1+3t\\y=-2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

1) حدد المعادلة المختصرة للمستقيم $(D)$ المار من $A$ ومعامله الموجه $-\frac{1}{2}$ .

2) بين أن المستقيم $(\Delta)$ غير موازي لمحور الأفاصيل ثم حدد معامله الموجه ثم معادلته المختصرة .

**IV- الأوضاع النسبية لمستقيمين :**

## 1) التوازي :

**مبرهنة :**

نعتبر المستقيمين : $(D):ax+by+c=0$ و $(D'):a'x+b'y+c'=0$ لدينا $(D)//(D') \Leftrightarrow ab'-a'b=0$

**نتيجة :**

نعتبر المستقيمين : $(D):y=mx+p$ و $(D'):y=m'x+p'$ لدينا $(D)//(D') \Leftrightarrow m=m'$

**أمثلة :**

نعتبر المستقيمين $(D):-4x+6y+1=0$ و $(\Delta):2x-3y+4=0$ ، بين أن $(D)//(\Delta)$ .

## 2) التقاطع :

**مبرهنة :**

نعتبر المستقيمين : $(D):ax+by+c=0$ و $(D'):a'x+b'y+c'=0$

يكون $(D)$ و $(D')$ متقاطعان ( في نقطة واحدة ) إذا وفقط إذا كان $ab'-a'b\neq 0$ وزوج إحداثيتي نقطة تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases} ax+by+c=0 \\ a'x+b'y+c'=0 \end{cases}$

**نتيجة :**

نعتبر المستقيمين : $(D):y=mx+p$ و $(D'):y=m'x+p'$

يكون $(D)$ و $(D')$ متقاطعان ( في نقطة واحدة ) إذا وفقط إذا كان $m\neq m'$ وزوج إحداثيتي نقطة تقاطعهما هو حل النظمة $\begin{cases} y=mx+p \\ y=m'x+p' \end{cases}$

**مثال :**

في مستوى منسوب إلى معلم ، نعتبر المستقيمين $(D):2x+y-1=0$ و $(\Delta):x+3y+2=0$

تأكد أن $(D)$ و $(\Delta)$ متقاطعان ثم حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطعهما .

## 3) التعامد :

**خاصية :**

إذا كان المعلم **متعامد ممنظم** ، نعتبر المستقيمين :

$(D):ax+by+c=0$ و $(D'):a'x+b'y+c'=0$

$(D)\perp(D')$ يكافئ $aa'+bb'=0$

**نتيجة :**

إذا كان المعلم **متعامد ممنظم** ، نعتبر المستقيمين : $(D):y=mx+p$ و $(D'):y=m'x+p'$

$(D)\perp(D')$ يكافئ $m.m'=-1$

**مثال :**

في مستوى منسوب إلى معلم م م ، نعتبر المستقيمين $(D):3x+2y-3=0$ و $(\Delta):2x-3y+11=0$

1) بين أن $(D)$ و $(\Delta)$ متعامدان ثم حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطعهما .

2) أ) أكتب المعادلة المختصرة للمستقيم $(D)$ .

ب) استنتج المعامل الموجه للمستقيم $(\Delta)$ ثم حديد معادلته المختصرة .