

Exercice 1 : Droite dans le plan (8 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient les points $A(2, 2)$, $B(-2, 2)$ et $C(2, 3)$

- (2) 1. (a) Déterminer la nature du triangle ABC

Solution

On a $AB^2 = (-2 - 2)^2 + (2 - 0)^2 = 16$ et $AC^2 = (2 - 2)^2 + (3 - 2)^2 = 1$ et $BC^2 = (-2 - 2)^2 + (3 - 2)^2 = 17$

Puisque $BC^2 = AB^2 + AC^2$ alors ABC est un triangle rectangle au point A d'après le théorème réciproque de Pythagores

- (1) (b) Déterminer les coordonnées du point D tel que $\vec{AD} = 2\vec{BC}$

Solution

On a $\vec{AD} = 2 \cdot \vec{BC}$ éqà $\begin{cases} x_D - x_A = 2(x_C - x_B) \\ y_D - y_A = 2(y_C - y_B) \end{cases}$ donc $\begin{cases} x_D - 2 = 2(2 + 2) \\ y_D - 2 = 2(3 - 2) \end{cases}$ Ainsi

$$\begin{cases} x_D = 10 \\ y_D = 4 \end{cases}$$

- (2) 2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)

Solution

On a la droite (AB) passe par $A(2, 2)$ et dirigée par $\vec{AB}(-4, 0)$

On a $M(x, y) \in (AB)$ éqà $\det(\vec{AM}, \vec{AB}) = 0$

éqà $\begin{vmatrix} x - 2 & -4 \\ y - 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$ éqà $0(x - 1) - (-4)(y - 2) = 0$ càd $4(y - 2) = 0$ d'où $y - 3 = 0$

Alors $(AB) : y = 2$ c'est une droite parallèle à l'axe (Ox)

- (2) 3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à (AB) passant par C

Solution

On a $\vec{AB}(-4, 0)$ est un vecteur directeur.

Soit $(\Delta) : ax + by + c = 0$ alors $(-b, a) = (-4, 0)$ càd $(b, a) = (4, 0)$

Ainsi $4y + c = 0$ et puisque $C(2, 3) \in (\Delta)$ alors $4(3) + c = 0$ d'où $c = -12$

Alors $(\Delta) : 4y - 12 = 0$ càd $(\Delta) : y = 3$

- (1) 4. Donner une représentation paramétrique de la droite (BC)

Solution

la droite (BC) passe par $C(2, 3)$ et dirigée par $\vec{BC}(4, 1)$

Alors une représentation paramétrique est $(BC) : \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 3 + t \end{cases} ; t \in \mathbb{R}$

Exercice 2 : Calcul et ordre dans \mathbb{R} (12 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

- (3) 1. Soient $x \in [-2, 3[$ et $y \in]2, 6]$, encadrer $A = \frac{2x + 6y + 3}{x + 5y}$

Solution

On a $\begin{matrix} -2 \leq x < 3 \\ 2 < y \leq 6 \end{matrix}$ donc $\begin{matrix} -4 \leq 2x < 6 \\ 12 < 6y \leq 36 \end{matrix}$ D'où $11 \leq 2x + 6y + 3 < 45$

On a $10 < 5y < 30$ donc $8 \leq x + 5y < 33$ Alors $\frac{1}{33} < \frac{1}{x + 5y} \leq \frac{1}{8}$



Ainsi $\frac{11}{33} \leq A \leq \frac{45}{8}$

(3) 2. Résoudre les équations $|-3x + 7| = -2$ et $|x + 5| = |3 - 2x|$

Solution

On a $|-3x + 7| = -2$ n'a pas de solutions car la valeur absolue est positive. donc $S = \emptyset$
 On a $|x + 5| = |3 - 2x|$ éqà $x + 5 = 3 - 2x$ ou $x + 5 = 2x - 3$ alors $3x = -2$ ou $-x = -8$
 Alors $x = \frac{-2}{3}$ ou $x = 8$ donc $S = \left\{ \frac{-2}{3}, 8 \right\}$

(2) 3. Soient les ensembles : $A = \{x \in \mathbb{R} / |x + 3| < 1\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R} / |3 - x| > 1\}$
 (a) Déterminer les ensembles A et B

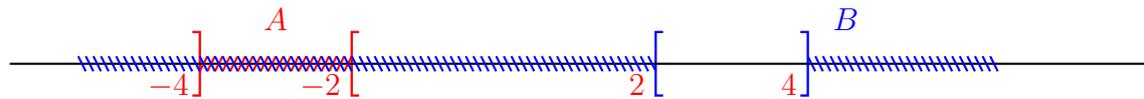
Solution

On a $x \in A$ éqà $|x + 3| < 1$ donc $-1 < x + 3 < 1$ d'où $-4 < x < -2$
 Donc $A =] - 4, - 2[$
 Et $x \in B$ éqà $|3 - x| > 1$ donc $3 - x < -1$ ou $3 - x > 1$ Alors $4 < x$ ou $2 > x$
 Donc $B =] - \infty, 2[\cup] 4, +\infty[$

(2) (b) Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$

Solution

On a :



On a $A \cap B = \emptyset$ et $A \cup B =] - 4, - 2[\cup] 4, +\infty[$

(2) 4. Factoriser : $A = 3\sqrt{3}x^3 - 8 - 4x(3x^2 - 4)$ et $B = 5x^2 - (5x - 3)^2 + \sqrt{5}x + 5x - 3$

Solution

$$\begin{aligned} A &= 3\sqrt{3}x^3 - 8 - 4x(3x^2 - 4) \\ &= (\sqrt{3}x - 2)(3x^2 + 2\sqrt{3}x + 4) - 4x(\sqrt{3}x - 2)(\sqrt{3}x + 2) \\ &= (\sqrt{3}x - 2)(3x^2 + 2\sqrt{3}x + 4 - 4x(\sqrt{3}x + 2)) \\ &= (\sqrt{3}x - 2)(3x^2 + 2\sqrt{3}x + 4 - 4\sqrt{3}x^2 - 8x) \\ &= (\sqrt{3}x - 2) \left((3 - 4\sqrt{3})x^2 + (2\sqrt{3} - 8)x + 4 \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 5x^2 - (5x - 3)^2 + \sqrt{5}x + 5x - 3 \\ &= (\sqrt{5}x - (5x - 3)) (\sqrt{5}x + (5x - 3)) + \sqrt{5}x + 5x - 3 \\ &= (\sqrt{5}x - 5x + 3) (\sqrt{5}x + 5x - 3) + \sqrt{5}x + 5x - 3 \\ &= (\sqrt{5}x + 5x - 3) (\sqrt{5}x - 5x + 3 + 1) \\ &= (\sqrt{5}x + 5x - 3) (\sqrt{5}x - 5x + 4) \end{aligned}$$



Good Luck!

Exercice 1 : Droite dans le plan (8 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient les points $A(2, 2)$, $B(-2, 2)$ et $C(2, 3)$

- (2) 1. (a) Déterminer la nature du triangle ABC
 (1) (b) Déterminer les coordonnées du point D tel que $\vec{AD} = 2\vec{BC}$
 (2) 2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)
 (2) 3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à (AB) passant par C
 (1) 4. Donner une représentation paramétrique de la droite (BC)

Exercice 2 : Calcul et ordre dans \mathbb{R} (12 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

- (3) 1. Soient $x \in [-2, 3[$ et $y \in]2, 6]$, encadrer $A = \frac{2x + 6y + 3}{x + 5y}$
 (3) 2. Résoudre les équations $|-3x + 7| = -2$ et $|x + 5| = |3 - 2x|$
 3. Soient les ensembles : $A = \{x \in \mathbb{R} / |x + 3| < 1\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R} / |3 - x| > 1\}$
 (2) (a) Déterminer les ensembles A et B
 (2) (b) Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$
 (2) 4. Factoriser : $A = 3\sqrt{3}x^3 - 8 - 4x(3x^2 - 4)$ et $B = 5x^2 - (5x - 3)^2 + \sqrt{5}x + 5x - 3$



Good Luck!

Exercice 1 : Droite dans le plan (8 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient les points $A(2, 2)$, $B(-2, 2)$ et $C(2, 3)$

- (2) 1. (a) Déterminer la nature du triangle ABC
 (1) (b) Déterminer les coordonnées du point D tel que $\vec{AD} = 2\vec{BC}$
 (2) 2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)
 (2) 3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à (AB) passant par C
 (1) 4. Donner une représentation paramétrique de la droite (BC)

Exercice 2 : Calcul et ordre dans \mathbb{R} (12 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

- (3) 1. Soient $x \in [-2, 3[$ et $y \in]2, 6]$, encadrer $A = \frac{2x + 6y + 3}{x + 5y}$
 (3) 2. Résoudre les équations $|-3x + 7| = -2$ et $|x + 5| = |3 - 2x|$
 3. Soient les ensembles : $A = \{x \in \mathbb{R} / |x + 3| < 1\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R} / |3 - x| > 1\}$
 (2) (a) Déterminer les ensembles A et B
 (2) (b) Déterminer $A \cap B$ et $A \cup B$
 (2) 4. Factoriser : $A = 3\sqrt{3}x^3 - 8 - 4x(3x^2 - 4)$ et $B = 5x^2 - (5x - 3)^2 + \sqrt{5}x + 5x - 3$



Good Luck!