

Exercice 1 : Droite dans le plan (9 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points $A(2, 2)$, $B(1, -1)$ et $C(2, 1)$

- (1) 1. (a) Déterminer les couples de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$

Solution

On a $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A)$ alors $\overrightarrow{AB}(-1, -3)$

On a $\overrightarrow{BC}(x_C - x_B, y_C - y_B)$ alors $\overrightarrow{BC}(1, 2)$

- (1) (b) Montrer que les points A , B et C sont non alignés

Solution

On a $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ -3 & 2 \end{vmatrix} = -1(2) - (-3)(1) = -2 + 3 = 1$ alors les vecteurs ne sont pas colinéaires et les points ne sont pas alignés

- (2) 2. Déterminer une équation cartésienne de la droite $D(R(1, 2), \vec{u}(-2, 1))$

Solution

La droite (D) passe par $R(1, 2)$ et dirigée par $\vec{u}(-2, 1)$

On a $M(x, y) \in (D)$ éqà $\det(\overrightarrow{RM}, \vec{u}) = 0$

éqà $\begin{vmatrix} x-1 & -2 \\ y-2 & 1 \end{vmatrix} = 0$ éqà $x - 1 - 2y + 4 = 0$

Alors $(D) : x - 2y + 3 = 0$

- (2) 3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (HG) telle que $H(2, 1)$ et $G(1, 3)$

Solution

On a $\overrightarrow{HG}(-1, 2)$ est un vecteur directeur.

Soit $(HG) : ax + by + c = 0$ alors $(-b, a) = (-1, 2)$ càd $(b, a) = (1, 2)$

Ainsi $2x + y + c = 0$ et puisque $H(2, 1) \in (HG)$ alors $2(2) + 1 + c = 0$ d'où $c = -5$

Alors $(HG) : 2x + y - 5 = 0$

- (1) 4. Vérifier que les deux droites (D) et (HG) sont sécantes

Solution

On a $(D) : x - 2y + 3 = 0$

$(HG) : 2x + y - 5 = 0$

On calcule $ab' - a'b = 1(1) - (2)(-2) = 1 + 4 = 5 \neq 0$ donc les droites sont sécantes

- (2) 5. Déterminer leur point d'intersection.

Solution

On a résoud le système :

$$\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{éqà} \quad \begin{cases} -2x + 4y - 6 = 0 & (I) \\ 2x + y - 5 = 0 & (II) \end{cases}$$

(I) + (II) donne $5y - 11 = 0$ alors $y = \frac{11}{5}$

$$\text{On a} \quad \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ 2x + y - 5 = 0 \end{cases} \quad \text{éqà} \quad \begin{cases} x - 2y + 3 = 0 & (I) \\ 4x + 2y - 10 = 0 & (II) \end{cases}$$

(I) + (II) donne $5x - 7 = 0$ alors $x = \frac{7}{5}$

Ainsi le point d'intersection des deux droites est $E\left(\frac{7}{5}, \frac{11}{5}\right)$



Exercice 2 : Calcul et ordre dans $\mathbb{R}$ (11 pts)**Remarque : Les questions sont indépendantes**

- (2) 1. Factoriser : $A = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6$ et $B = 16x^2 - (5x - 3)^2$

Solution

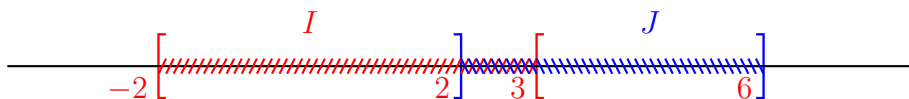
$$\begin{aligned} A &= x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6 \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4) + 4(x - 2)(x + 2) - 3(x - 2) \\ &= (x - 2)(x^2 + 2x + 4 + 4x + 8 - 3) \\ &= (x - 2)(x^2 + 6x + 9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= 16x^2 - (5x - 3)^2 \\ &= (4x - (5x - 3))(4x + (5x - 3)) \\ &= (3 - x)(9x - 3) \end{aligned}$$

- (1) 2. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$ tel que $I = [-2, 3[$ et $J =]2, 6]$

Solution

On a :

On a $I \cap J =]2, 3[$ et $I \cup J = [-2, 6]$

- (3) 3. Résoudre les équations $|3x - 4| = 2$ et $|x - 1| = |3 - 2x|$

SolutionOn a $|3x - 4| = 2$ éqà $3x - 4 = 2$ ou $3x - 4 = -2$ Alors $x = \frac{6}{3} = 2$ ou $x = \frac{2}{3}$ ainsi $S = \left\{2, \frac{2}{3}\right\}$ On a $|x - 1| = |3 - 2x|$ éqà $x - 1 = 3 - 2x$ ou $x - 1 = 2x - 3$ Alors $3x = 4$ ou $-x = -2$ donc $x = \frac{4}{3}$ ou $x = 2$ ainsi $S = \left\{2, \frac{4}{3}\right\}$

- (2) 4. Déterminer les ensembles suivants : $A = \{x \in \mathbb{R} / |x - 3| < 1\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R} / |3 - x| > 2\}$

SolutionOn a $x \in A$ éqà $|x - 3| < 1$ donc $-1 < x - 3 < 1$ d'où $2 < x < 4$ Donc $A =]2, 4[$ Et $x \in B$ éqà $|3 - x| > 2$ donc $3 - x < -2$ ou $3 - x > 2$ Alors $5 < x$ ou $1 > x$ Donc $B =]-\infty, 1[\cup]5, +\infty[$

- (3) 5. Soient $x \in I = [-2, 3[$ et $y \in J =]2, 6]$ encadrer $A = x^2 + y^2 - 3x + 2y - 7$

SolutionOn a $-2 \leq x < 3$ donc $0 \leq x^2 < 9$ et $-9 \leq -3x < 6$ On a $2 < y \leq 6$ donc $4 < y^2 \leq 36$ et $4 < 2y \leq 12$ Alors $0 - 9 + 4 + 4 - 7 \leq x^2 + y^2 - 3x + 2y - 7 \leq 9 + 6 + 36 + 12 - 7$ Ainsi $-8 \leq A \leq 56$ *Good Luck!*

Exercice 1 : Droite dans le plan (9 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points $A(2, 2)$, $B(1, -1)$ et $C(2, 1)$

- (1) 1. (a) Déterminer les couples de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$
- (1) (b) Montrer que les points A , B et C sont non alignés
- (2) 2. Déterminer une équation cartésienne de la droite $D(R(1, 2), \vec{u}(-2, 1))$
- (2) 3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (HG) telle que $H(2, 1)$ et $G(1, 3)$
- (1) 4. Vérifier que les deux droites (D) et (HG) sont sécantes
- (2) 5. Déterminer leur point d'intersection.

Exercice 2 : Calcul et ordre dans $\mathbb{R}$ (11 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

- (2) 1. Factoriser : $A = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6$ et $B = 16x^2 - (5x - 3)^2$
- (1) 2. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$ tel que $I = [-2, 3[$ et $J =]2, 6]$
- (3) 3. Résoudre les équations $|3x - 4| = 2$ et $|x - 1| = |3 - 2x|$
- (2) 4. Déterminer les ensembles suivants : $A = \{x \in \mathbb{R} / |x - 3| < 1\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R} / |3 - x| > 2\}$
- (3) 5. Soient $x \in I = [-2, 3[$ et $y \in J =]2, 6]$ encadrer $A = x^2 + y^2 - 3x + 2y - 7$



Good Luck!

Exercice 1 : Droite dans le plan (9 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Soient les points $A(2, 2)$, $B(1, -1)$ et $C(2, 1)$

- (1) 1. (a) Déterminer les couples de coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$
- (1) (b) Montrer que les points A , B et C sont non alignés
- (2) 2. Déterminer une équation cartésienne de la droite $D(R(1, 2), \vec{u}(-2, 1))$
- (2) 3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (HG) telle que $H(2, 1)$ et $G(1, 3)$
- (1) 4. Vérifier que les deux droites (D) et (HG) sont sécantes
- (2) 5. Déterminer leur point d'intersection.

Exercice 2 : Calcul et ordre dans $\mathbb{R}$ (11 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

- (2) 1. Factoriser : $A = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6$ et $B = 16x^2 - (5x - 3)^2$
- (1) 2. Déterminer $I \cap J$ et $I \cup J$ tel que $I = [-2, 3[$ et $J =]2, 6]$
- (3) 3. Résoudre les équations $|3x - 4| = 2$ et $|x - 1| = |3 - 2x|$
- (2) 4. Déterminer les ensembles suivants : $A = \{x \in \mathbb{R} / |x - 3| < 1\}$ et $B = \{x \in \mathbb{R} / |3 - x| > 2\}$
- (3) 5. Soient $x \in I = [-2, 3[$ et $y \in J =]2, 6]$ encadrer $A = x^2 + y^2 - 3x + 2y - 7$



Good Luck!