Exercice 1 : Droite dans le plan (8 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soient le point $A(-2,1)$, les vecteurs $\vec{u}(2,4)$ et $\vec{v}(x,-3)$, et la droite $(\Delta):\ 2x-y+3=0$

(1) 1. Déterminer x tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires càd $\det(\vec{u},\vec{v})=0$

Alors $\begin{vmatrix} 2 & x \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$**=0 ainsi** $2(-3)-4x=0$ **donc** $x=\dfrac{-6}{4}$

(2) 2. Déterminer un vecteur $\vec{w}$ directeur de la droite (Δ) et un point $B\in(\Delta)$

On a $(\Delta):\ 2x-y+3=0$ **, donc** $\vec{w}(-b,a)$ **est un vecteur directeur.**

Avec $\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \end{cases}$ **donc** $\begin{cases} a=2 \\ -b=1 \end{cases}$ **càd** $\vec{w}(1,2)$

On prend $y=1$ **donc** $2x-1+3=0$ **donc** $2x=-2$ **alors** $x=-1$ **ainsi** $B(-1,1)\in(\Delta)$

(1) 3. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite $D(A,\vec{u})$

La droite $D(A,\vec{u})$ **est dirigée par** $\vec{u}(2,4)$ **et passe par** $A(-2,1)$ **:**

La représentation paramétrique est $\begin{cases} x=x_A+\alpha\cdot t \\ y=y_A+\beta\cdot t \qquad t\in\mathbb{R} \end{cases}$

donc (D) : $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+4t \qquad t\in\mathbb{R} \end{cases}$

(1) (b) Donner une équation cartésienne de la droite $D(A,\vec{u})$

On a (D) : $\begin{cases} x=-2+2t \\ y=1+4t \qquad t\in\mathbb{R} \end{cases}$ **donc (D) :** $\begin{cases} -2x=4-4t & (1) \\ y=1+4t & (2) \end{cases}$

Avec $(1)+(2)$ **on trouve** $-2x+y=4-4t+1+4t$ **ainsi** $(D):\ -2x+y-5=0$

(1) (c) Vérifier que les droites (D) et (Δ) ne sont pas parallèles

On a $\begin{matrix} (D):\ -2x+y-5 & =0 \\ (\Delta):\ \quad 2x-y+3 & =0 \end{matrix}$ **alors** $ab'-a'b=-2(-1)-2(1)=2-2=0$

Donc les deux droites (D) **et** (Δ) **sont parallèles.**

Good Luck !

(2) (d) Déterminer leur point d'intersection

On a $B(-1,1)\in(\Delta)$ **. On remplace ses coordonnées dans l'équation cartésienne de** (D) **:**

On a $-2(-1)+1-5=0$ **éqà** $-2=0$ **ce qui est impossible donc** $B(-1,1)\notin(D)$

Ainsi les deux droites son parallèles séparée et leur intersection est vide : $(D)\cap(\Delta)=\varnothing$

les fautes dans l'énoncé de l'exercice serons prisent en considération.

Exercice 2 : Calcul et ordre dans $\mathbb{R}$ (12 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

(3) 1. Soient $x \in [-2, 3[$ et $y \in]2, 6]$, encadrer $A = y(x^2+1) + \dfrac{x+5}{x+5y}$

On a $-2 \leq x < 3$ **donc** $0 \leq x^2 < 9$ **et** $1 \leq x^2+1 < 4$ **avec** $2 < y \leq 6$ **donc** $2 \leq y(x^2+1) \leq 24$

on a $2 < y \leq 6$ **donc** $10 < 5y \leq 30$ **ainsi** $10-2 \leq x+5y \leq 30+3$ **d'ou** $8 \leq x+5y \leq 33$

Donc $\dfrac{1}{33} \leq \dfrac{1}{x+5y} \leq \dfrac{1}{8}$

On a $-2 \leq x < 3$ **donc** $3 \leq x+5 < 8$

Ainsi $\dfrac{1}{33} \times 3 \leq \dfrac{x+5}{x+5y} \leq \dfrac{1}{8} \times 8$ **ce qui donne** $\dfrac{1}{11} \leq \dfrac{x+5}{x+5y} \leq 1$ **D'où**

$2 + \dfrac{1}{11} \leq y(x^2+1) + \dfrac{x+5}{x+5y} \leq 24+1$ **et finalement** $\dfrac{23}{11} \leq A \leq 25$

(3) 2. Résoudre les équations $|-3x+7| = -2$ et $|x+5| = |3-2x|$

$|-3x+7| = -2$ **est impossible donc** $S = \varnothing$

$|x+5| = |3-2x|$ **éqà** $x+5 = 3-2x$ **ou** $x+5 = 2x-3$

éqà $3x = -2$ **ou** $-x = -8$ **. Donc** $x = \dfrac{-2}{3}$ **ou** $x = 8$ **donc** $S = \left\{\dfrac{-2}{3}, 8\right\}$

(2) 3. (a) Résoudre les inéquations : $|x+3| < 1$ et $|3-x| \geq 1$

$|x+3| < 1$ **éqà** $-1 < x+3 < 1$ **càd** $-4 < x < -2$ **donc** $S =]-4, -2[$

$|3-x| \geq 1$ **éqà** $3-x < -1$ **ou** $3-x > 1$ **càd** $4 < x$ **ou** $2 > x$ **ainsi** $S =]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$

(1) (b) Déterminer les solutions en commun des deux inéquations

les solutions en commun des deux inéquations sont les nombres reels qui appartiennes à l'intersection des deux ensmbles des solutions : $x \in]-4, -2[$

(3) 4. Factoriser : $A = 3\sqrt{3}x^3 + 8 - 4x(3x^2+4)$ et développer $(\sqrt{3}x-2)^3(x-1)$

$$\begin{aligned}
A &= 3\sqrt{3}x^3 + 8 - 4x(3x^2-4) \\
&= (\sqrt{3}x+2)(3x^2 - 2\sqrt{3}x + 4) - 4x(\sqrt{3}x-2)(\sqrt{3}x+2) \\
&= (\sqrt{3}x+2)(3x^2 - 2\sqrt{3}x + 4 - 4x(\sqrt{3}x-2)) \\
&= (\sqrt{3}x-2)(3x^2 + 2\sqrt{3}x + 4 - 4\sqrt{3}x^2 + 8x) \\
&= (\sqrt{3}x-2)\left((3-4\sqrt{3})x^2 + (2\sqrt{3}+8)x + 4\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\sqrt{3}x-2)^3(x-1) &= (3\sqrt{3}x^3 - 18x^2 + 12\sqrt{3}x + 8)(x-1) \\
&= 3\sqrt{3}x^4 - 18x^3 + 12\sqrt{3}x^2 + 8x - 3\sqrt{3}x^3 + 18x^2 - 12\sqrt{3}x - 8 \\
&= 3\sqrt{3}x^4 - (18+3\sqrt{3})x^3 + (12\sqrt{3}+18)x^2 + (8-12\sqrt{3})x - 8
\end{aligned}$$

Exercice 1 : Droite dans le plan (8 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soient le point $A(-2,1)$, les vecteurs $\vec{u}(2,4)$ et $\vec{v}(x,-3)$, et la droite $(\Delta) :\ 2x-y+3=0$

(1) 1. Déterminer x tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

(2) 2. Déterminer un vecteur $\vec{w}$ directeur de la droite (Δ) et un point $B\in(\Delta)$

(1) 3. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite $D(A,\vec{u})$

(1) (b) Donner une équation cartésienne de la droite $D(A,\vec{u})$

(1) (c) Vérifier que les droites (D) et (Δ) ne sont pas parallèles

(2) (d) Déterminer leur point d'intersection

Exercice 2 : Calcul et ordre dans $\mathbb{R}$ (12 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

(3) 1. Soient $x\in[-2,3[$ et $y\in]2,6]$, encadrer $A=y(x^2+1)+\dfrac{x+5}{x+5y}$

(3) 2. Résoudre les équations $|-3x+7|=-2$ et $|x+5|=|3-2x|$

(2) 3. (a) Résoudre les inéquations : $|x+3|<1$ et $|3-x|\geq 1$

(1) (b) Déterminer les solutions en commun des deux inéquations

(3) 4. Factoriser : $A=3\sqrt{3}x^3+8-4x(3x^2+4)$ et développer $(\sqrt{3}x-2)^3(x-1)$

TCSF
www.mosaid.xyz

Contrôl n°2/2h Ⓒ

28/12/2024

Prof : MOSAID
www.mosaid.xyz

Exercice 1 : Droite dans le plan (8 pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

Soient le point $A(-2,1)$, les vecteurs $\vec{u}(2,4)$ et $\vec{v}(x,-3)$, et la droite $(\Delta) :\ 2x-y+3=0$

(1) 1. Déterminer x tel que les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires

(2) 2. Déterminer un vecteur $\vec{w}$ directeur de la droite (Δ) et un point $B\in(\Delta)$

(1) 3. (a) Donner une représentation paramétrique de la droite $D(A,\vec{u})$

(1) (b) Donner une équation cartésienne de la droite $D(A,\vec{u})$

(1) (c) Vérifier que les droites (D) et (Δ) ne sont pas parallèles

(2) (d) Déterminer leur point d'intersection

Exercice 2 : Calcul et ordre dans $\mathbb{R}$ (12 pts)

Remarque : Les questions sont indépendantes

MOSAID RADOUAN
mosaid.xyz

(3) 1. Soient $x\in[-2,3[$ et $y\in]2,6]$, encadrer $A=y(x^2+1)+\dfrac{x+5}{x+5y}$

(3) 2. Résoudre les équations $|-3x+7|=-2$ et $|x+5|=|3-2x|$

(2) 3. (a) Résoudre les inéquations : $|x+3|<1$ et $|3-x|\geq 1$

(1) (b) Déterminer les solutions en commun des deux inéquations

(3) 4. Factoriser : $A=3\sqrt{3}x^3+8-4x(3x^2+4)$ et développer $(\sqrt{3}x-2)^3(x-1)$