

Exercice 1

Les quatre questions suivantes sont indépendantes.

- Soient a et b deux nombres réels tels que : $a \in [-2; 5]$ et $-3 \leq b \leq -1$
 - Donner un encadrement de chacun des nombres suivants : $2a + 7$; $3b - 14$; $3b - a$
 - En déduire une simplification du nombre : $X = 2|2a + 7| - |3b - 14| + |3b - a|$
- Soient x et y deux réels tels que :
1 est une valeur approchée de $(2x + 5)$ à 2 près par défaut
et $\frac{5}{2}$ est une valeur approchée de y à 0.5 près par excès
 - Montrer que : $-2 \leq x \leq -1$ et $2 \leq y \leq \frac{5}{2}$
 - Donner un encadrement de : $x \times y$ et $\frac{x^2}{y}$
- Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{R}$:
a. $|5 - 3x| = |x + 1|$ b. $|x^2 - 4| + 3 = 0$ c. $|4x - 7| \leq \frac{1}{2}$ d. $|1 - 2x| > 5$
- Soient x et y deux réels strictement positifs tels que $x < y$. Montrer que $\frac{x+1}{y+1} < \frac{x}{y}$

Exercice 2

Soit x un réel tel que $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{3}$ On pose $A = \frac{1+x}{1+2x}$

- Montrer que : $A - (1 - x) = \frac{2x^2}{1+2x}$
- Montrer que : $\frac{2}{1+2x} \leq 6$ puis en déduire que : $|A - (1 - x)| \leq 6x^2$
- En déduire que $\frac{4}{5}$ est une valeur approchée du nombre $\frac{1,2}{1,4}$ à $2,4 \times 10^{-1}$ près.

Exercice 3

Soient ABCD un parallélogramme de centre O et I, J deux points tels que : $\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$

- Construire une figure
 - Montrer que : $\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OJ} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$
 - En déduire que les points O, I et J sont alignés.
- Soit E un point tel que : $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
 - Montrer que le point I est le milieu du segment $[AE]$
 - Montrer que les droites (IJ) et (CE) sont parallèles.

Bonus

Soient $x, y \in \mathbb{R}^+$. Montrer que : $\sqrt{2x+1} + \sqrt{2y+1} \leq x + y + 2$