

Exercice 1

1) Calculer et simplifier :

$$\sqrt{49} - \sqrt{(-4)^2} \quad ; \quad \sqrt{7} - \sqrt{28} - \sqrt{16} \quad ; \quad \sqrt{4 + 2\sqrt{36}} \quad ; \quad \sqrt{5} \times \frac{\sqrt{40}}{\sqrt{8}} \quad ; \quad 2\sqrt{3} \times 6\sqrt{27} \quad ; \quad \frac{3\sqrt{8} \times \sqrt{36}}{2\sqrt{18}}$$

2) Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$:

$$\sqrt{363} \quad ; \quad \sqrt{3} + \sqrt{3} + \sqrt{3} \quad ; \quad 3\sqrt{20} + 2\sqrt{45} + 6\sqrt{245} \quad ; \quad -5\sqrt{28} + 3\sqrt{112} + 2\sqrt{175}$$

3) Écrire sans radical au dénominateur :

$$\frac{2}{\sqrt{7}} \quad ; \quad -\frac{5}{2\sqrt{5}} \quad ; \quad \frac{2 - \sqrt{3}}{3\sqrt{3}} \quad ; \quad -\frac{4}{\sqrt{11} - \sqrt{7}} \quad ; \quad \frac{3\sqrt{6}}{2 - \sqrt{6}}$$

4) Résoudre les équations :

$$x^2 - 9x + 6 = 6 - 9x \quad ; \quad x^2 - 6x = 6 - 6x \quad ; \quad (x + 1)^2 - 2x = 0$$

Exercice 2

1) Développer et simplifier :

$$A = \sqrt{7}(3 + \sqrt{7}) \quad ; \quad B = (\sqrt{3} + \sqrt{3}x)^2 \quad ; \quad C = (3\sqrt{5} + 2x)(3\sqrt{5} - 2x)$$

$$D = -2\sqrt{5} \left(4\sqrt{5}x + \frac{1}{\sqrt{5}} \right) - (3+x)(2-x) \quad ; \quad E = (\sqrt{6} - 3x)^2 \quad ; \quad F = (\sqrt{8} + \sqrt{11}x)(\sqrt{8} - \sqrt{11}x)$$

2) Factoriser :

$$E = x^2 - 6x + 9 \quad ; \quad F = 4x^2 - 25 \quad ; \quad G = (2 + \sqrt{7})(13 + 5x) - (2 + \sqrt{7})(13 + 4x)$$

Exercice 3

1) Écrire sous forme de puissance :

$$((-7^8)^{-3})^2 \quad ; \quad \frac{(24x)^5}{3^5} \quad ; \quad \left(\frac{4}{\sqrt{5}} \right)^{-7} \times \left(\frac{\sqrt{5}}{3} \right)^{-7} \quad ; \quad \frac{(-3)^6}{(-3)^{-9}} \quad ; \quad 25^5 \times 5^{-2}$$

2) Simplifier x et y :

$$x = \frac{10^{-5} \times (10^{-3})^{-3}}{(10^2)^{-3} \times 0.001} \quad ; \quad y = \left(\frac{(b \times b^4)^2 \times a^{-3}}{(a \times b^2)^3 \times (b^{-4})^{-1}} \right)^{-2}$$

3) Écriture scientifique : 39850000000 ; 0.000056 ; 901×10^{-5} ; $3 \times 10^{2020} \times 2 \times 10^{2021}$ **Exercice 4**Soient x et y deux nombres réels positifs tels que : $x = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ et $y = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$ 1) Montrer que $xy = 1$.4) En déduire a et b .2) On pose $a = x + y$ et $b = x - y$.5) Vérifier que $\frac{a+b}{2} = x$ et $\frac{a-b}{2} = y$.3) Calculer a^2 et b^2 .6) En déduire une forme simplifiée de x et y .**Exercice 5**Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et posons $x = a + \frac{1}{a}$. Calculer $a^2 + \frac{1}{a^2}$ et $a^3 + \frac{1}{a^3}$ en fonction de x .**Exercice 6**Soient a, b, c, d, m, n, g des nombres réels non nuls tels que $mc + nd \neq 0$.1. Montrer que si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ma + nb}{mc + nd}$.2. Déterminer x et y tels que : $2x - 3y = 2$ et $\frac{3}{x} = \frac{4}{y}$.**Exercice 7**Soient x et y deux réels tels que $x \neq y$ et : $2(x^2 + y^2) = 5xy$. Calculer $\frac{x+y}{x-y}$.**Exercice 8**Soient $a, b, c \in \mathbb{R}^*$ tels que $ab + bc + ca = 0$. Calculer : $\frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} + \frac{a+b}{c}$.**Exercice 9**Calcule les expressions suivantes : $A = \frac{1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5}}{3 - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}} \div \frac{1 - \frac{5}{10}}{2 - \frac{1}{10}}$ $B = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{1+\frac{1}{2}}}{1 + \frac{1}{1-\frac{1}{2}}}$ $C = \frac{1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}}}$ **Exercice 10**1. Soit a un nombre réel différent de 1 et -1 . Montre que :

$$\frac{1}{1+a} + \frac{2}{1+a^2} + \frac{4}{1+a^4} + \frac{8}{1+a^8} = \frac{1}{1-a} - \frac{16}{1-a^{16}}$$

2. Sans utiliser l'opération de multiplication ni la calculatrice, calcule le nombre :

$$A = \frac{(3,2)^4}{(0,625)^3}$$

3. Soient a et b deux nombres réels distincts tels que : $(a-b)(3a-2b) = 2ab$ Calcule :

$$A = \frac{a+b}{a-b}$$

4. Soit a un nombre réel strictement positif tel que : $\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = 8$ Calcule : $a^3 + \frac{1}{a^3}$ **Exercice 11**Simplifier : $A = \frac{\sqrt{2\sqrt{3}-3}}{\sqrt{2\sqrt{3}+3}} + \frac{\sqrt{2\sqrt{3}+3}}{\sqrt{2\sqrt{3}-3}}$; $B = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$ **Exercice 12**Soient a et b deux nombres réels. Effectue les opérations suivantes :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{ab} \quad ; \quad \frac{2a}{a^2 - ab + b^2} \quad ; \quad \frac{a^3 - 8}{a^2 - 4} - \frac{3a + 6}{a + 2} \quad ; \quad \frac{a^5 + a^3 - a^2 - 1}{a^2 - 1}$$

Exercice 13Soient a, b, c des nombres réels non nuls tels que $a + b + c = 0$.1. Montre que : $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 2. Calcule : $\frac{a-b}{c} + \frac{b-c}{a} + \frac{c-a}{b} + \frac{c}{a-b} + \frac{a}{b-c} + \frac{b}{c-a}$

Exercice 14

Calculer :

$$A = \frac{11 \times 6^5 \times 4^{18} \times 10^4}{2^3 \times (5^3)^5 \times 25^6 \times 3^3} \quad B = \frac{(-0,00032)^{100} \times (-0,0625)^{20}}{25^{10}} \quad C = \frac{(3^2 \times 28)^{-3} \times 300^2 \times 21^6}{3^2 \times (0,0003)^{-2}}$$

Exercice 15Soit x un nombre réel strictement positif.

$$1. \text{ Montre que : } \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x}} = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$$

$$2. \text{ Déduis la valeur du nombre : } S = \frac{1}{2 + \sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{100\sqrt{99} + 99\sqrt{100}}$$

Exercice 16

Donne l'écriture scientifique de chacun des nombres suivants :

$$a = \frac{3,1 \times 10^4 \times 0,037}{0,001} \quad b = \frac{3,7 \times 16 \times 0,4}{0,125} \quad c = \frac{100005^2 - 99995^2}{100}$$

Exercice 17On pose : $a = -2$, $b = -6$, $c = 5$ Calcule :

$$A = 2a - b(a+b) + c^2 - 3ab + b^2 \quad B = \frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + c$$

Exercice 18

$$\text{Calcule : } A = \frac{3}{5} + \frac{7}{4} - \frac{3}{6} \quad ; \quad B = \frac{5}{2} - \frac{11}{4} + \frac{15}{9} - \frac{7}{14} \quad ; \quad C = \frac{1}{3} - \frac{5}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{1}{3}$$

$$D = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{6} \right) \div \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right) \quad ; \quad E = \frac{0,3 - 0,03 + \frac{100}{3}}{0,04 - \frac{4}{100}} \quad ; \quad M = \left(\frac{5}{3} - \frac{2}{2} \right)^2$$

$$O = \frac{14}{25} \times \frac{3}{7} - \frac{6}{8} \times \frac{15}{4} \quad ; \quad P = \frac{8}{9} - \frac{2}{5} + \frac{10}{5} - \frac{7}{14} + \frac{5}{9} - \frac{3}{2}$$

Exercice 19

$$1) \text{ Détermine } x \text{ pour que l'expression } A(x) \text{ soit définie : } A(x) = \frac{1}{x-2} - \frac{2}{x+1} \div \left(\frac{2}{x-2} - \frac{1}{x+1} \right)$$

$$2) \text{ Calcule : } A = \frac{x-y}{y(x+y)} + \frac{y-z}{z(y+z)} + \frac{z-x}{x(z+x)}$$

Exercice 20

Calcule :

$$1. X = \frac{1}{2} \sqrt{75} + \sqrt{363} - \sqrt{108} + \sqrt{300} - \frac{2}{3} \sqrt{36} + \sqrt{12}$$

$$2. Y = \frac{2\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2\sqrt{2} - 1} + \frac{2\sqrt{2} - 3}{2 - \sqrt{2}} - 2$$

$$3. Z = \frac{3\sqrt{a} - 2\sqrt{b}}{4\sqrt{a} + 4\sqrt{b}} - \frac{4\sqrt{a} - 4\sqrt{b}}{4\sqrt{a} + 4\sqrt{b}}$$

$$4. \text{ Montre que le nombre } \frac{5\sqrt{7}}{5 - 2\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} \text{ est rationnel.}$$

Exercice 21

$$\text{Calcule en utilisant les propriétés des puissances : } A = \frac{(3^2 \times 11^5)^2}{(3^4 \times 11^2)^3} \times \frac{33^{15}}{3^2 \times 11^{-1}}$$

Exercice 22

Simplifie et écris sous forme de puissances :

$$I = \frac{9^2}{3^2} \times \frac{3^5}{81^3} \quad ; \quad J = \frac{3^5 \times 4^{-2}}{12^3} \times \frac{9}{2^2} \quad ; \quad K = \frac{(-2)^3 \times (4^2)^{-1} \times 8}{1024 \times (-16)^{-4}} \quad ; \quad G = (-3)^5 \times 3^2 \times (-3)^{-3}$$

Exercice 23

Développe et simplifie :

$$A = 5 - 3x^2 + 4x - 2 + 6x - 2x^2 \quad ; \quad B = (3x - 5)(5x - 3) \quad ; \quad C = 3x(x + 2) - 5(3 - 2x) + 1 \quad ; \quad D = (x - 1)(x + 2)(x - 3)$$

Exercice 24

Donne l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$0,000589 \quad ; \quad 25000000 \quad ; \quad 368100000000 \quad ; \quad 0,000002$$

$$\bullet \text{ Vitesse de la lumière : } V = 299792458 \text{ m/s}$$

$$\bullet \text{ Nombre d'Avogadro : } N = 6022,045 \times 10^{20} \text{ mol}^{-1}$$

Exercice 25

Factorise les expressions suivantes :

$$A = 1 - (1 - 3x)^2 \quad ; \quad B = x^5 + x^3 - x^2 - 1 \quad ; \quad C = x^{12} - 2x^6 + 1$$

$$D = x^3 - 8 + 4(x^2 - 4) - 3x + 6 \quad ; \quad E = x^3 + 1 + 2(x^2 - 1) - (x + 1)$$

$$\begin{aligned} & \text{﴿ٱللَّهُ نُورُ ٱلسَّمَٰوَٰتِ وَٱلْأَرْضِ ۖ مِثْلُ نُورِهِۦ ۖ كَمِشْكُوٰةٍ فِىهَا مِصْبَاحٌ ۖ ٱلْمِصْبَاحُ فِى زُجَاجَةٍ ۖ} \\ & \text{ٱلْزُجَاجَةُ كَأَنهَآ كَوْكَبٌ دُرِّىُّ يُوقَدُ مِن شَجَرَةٍ مُّبَرَكَةٍ ۖ زَيْتُونَةٍ ۭ لَا شَرْقِيَّةٍ وَلَا غَرْبِيَّةٍ يَكَادُ} \\ & \text{زَيْتُهَآ يَضِيءُ وَلَوْ لَمْ تَمْسَسْهُ نَارٌ ۖ نُورٌ عَلَىٰ نُورٍ ۗ يَهْدِى ٱللَّهُ لِنُورِهِۦ ۖ مَن يَشَآءُ ۚ وَيَضْرِبُ ٱللَّهُ} \\ & \text{ٱلْأَمْثَلَ لِلنَّاسِ ۖ وَٱللَّهُ بِكُلِّ شَيْءٍ عَلِيمٌ﴾ (النور 35)} \end{aligned}$$