Exercice 01 www.mosaid.xyz

ABC est un triangle. Soit M, N et P les points définis par :
$3\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB}$, $3\overrightarrow{AN} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{0}$ et $3\overrightarrow{AP} - 3\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BC}$

1. Montrer que : $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MP} = -2\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AN} + \overrightarrow{AP}$
2. En déduire que M est le milieu du segment $[NP]$

Exercice 02 www.mosaid.xyz

Soit $ABCD$ un parallélogramme, I et J les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[DC]$.
Soit P et M les points définis par :
$\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AJ}$ et $\overrightarrow{BP} = -\frac{1}{6}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$

1. Faire une figure et placer les points I, J, P et M
2. Montrer que : $\overrightarrow{MP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$
3. En déduire la nature du quadrilatère $IBPM$

Exercice 03 www.mosaid.xyz

$ABDC$ est un parallélogramme et E et F deux points du plan tels que : $\overrightarrow{CF} = 2\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

1. Construire une figure convenable.
2. Montrer que :
   $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BD}$ et $\overrightarrow{DF} = 2\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{AB}$
3. Déterminer le nombre réel k tel que $\overrightarrow{DE} = k\overrightarrow{DF}$.
   Déduire que les points E, F et D sont alignés.
4. Soit I le milieu du segment $[CF]$ et J un point du plan tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BJ}$.
   a) Montrer D est le milieu du segment $[IJ]$.
   b) Montrer que $(IJ)//(BC)$.

Exercice 04 www.mosaid.xyz

Soit ABC un triangle et I, J, K des points tels que : $\overrightarrow{BI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AK} = \frac{2}{5}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$

1. Construire la figure.
2. Montrer que $\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.
3. Montrer que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 05 www.mosaid.xyz

Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O. On considère les points I et J tels que : $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$

1. Construire la figure.
2. Montrer que $\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.
3. Montrer que les points O, I et J sont alignés.
4. Soit K un point tel que $\overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$.
   a) Montrer que $AJKD$ est un parallélogramme.
   b) En déduire que les points D, C et K sont alignés.

Exercice 06 www.mosaid.xyz

Soit ABC un triangle et E, F deux points tels que :
$\overrightarrow{AE} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CF} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{CA}$

1. Montrer que pour tout point M du plan :
$\overrightarrow{MA} - 4\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{ME} = \vec{0}$

2. Montrer que $(EF) \parallel (BC)$.

Exercice 07 www.mosaid.xyz

Soit $ABCD$ un parallélogramme. On considère les points I et J tels que : $\overrightarrow{AI} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{DJ} = 2\overrightarrow{AD}$

1. Construire la figure.
2. Montrer que : $\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$
3. Montrer que les points I, J et C sont alignés.
4. Soit E le milieu de $[DJ]$ et F un point tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BF}$.
   a) Montrer que C est le milieu de $[EF]$
   b) Montrer que les droites (CF) et (BD) sont parallèles.

Exercice 08 www.mosaid.xyz

Soit ABC un triangle et D un point tel que :
$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. Soit E le point d'intersection des droites (AD) et (BC).

1. Construire la figure.
2. Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BC}$.
3. Montrer que : $\overrightarrow{BE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{AE}$

Exercice 09 www.mosaid.xyz

Soit ABC un triangle et G, D deux points tels que : $3\overrightarrow{AG} = 4\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AB}$

1. Construire la figure.
2. Montrer que les points D, C et G sont alignés.

Exercice 10 www.mosaid.xyz

Soit α et β deux réels tels que $\alpha + \beta \neq 0$.
On dit que G est le barycentre des points pondérés (A, α) et (B, β) si et seulement si pour tout point M du plan :
$\alpha\overrightarrow{MA} + \beta\overrightarrow{MB} = (\alpha + \beta)\overrightarrow{MG}$
Soit ABC un triangle. On définit :

- B' le barycentre de $(A, -2)$ et $(C, 1)$
- A' le barycentre de $(A, 2)$ et $(B, -3)$
- C' le barycentre de $(C, -1)$ et $(B, 3)$

1. Construire la figure
2. Montrer que pour tout point M du plan :
$-\overrightarrow{MA'} - \overrightarrow{MB'} + 2\overrightarrow{MC'} = \vec{0}$
3. En déduire que les points A', B' et C' sont alignés.