# التحويلات الاعتيادية

## $I$– التماثل المركزي – التماثل المحوري - الإزاحة – التحاكي :

**تعريف :**

لتكن $T$ علاقة تربط كل نقطة $M$ بنقطة $M'$ .
العلاقة $T$ تسمى تحويل في المستوى ، فنقول إن $T$ يحول النقطة $M$ إلى $M'$ ونكتب $M'=T(M)$ .
التماثل المركزي ، التماثل المحوري ، الإزاحة والتحاكي تسمى تحويلات اعتيادية .

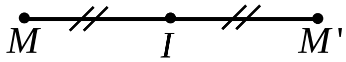
### 1) التماثل المركزي :

**أ) تعريف :**

نعتبر $I$ نقطة من المستوى ، ولتكن $M$ و $M'$ نقطتين من المستوى بحيث $M \neq I$ ،
- نقول إن النقطة $M'$ هي مماثلة النقطة $M$ بالنسبة لـ $I$ إذا وفقط إذا كانت النقطة $I$ منتصف القطعة $[MM']$.
- مماثلة النقطة $I$ بالنسبة لـ $I$ هي نفسها .
العلاقة التي تربط كل نقطة $M$ بمماثلتها $M'$ بالنسبة لـ $I$ تسمى التماثل المركزي الذي مركزه $I$ ونرمز له بالرمز $S_I$ ، ونقول إن صورة النقطة $M$ بالتماثل المركزي $S_I$ هي $M'$ ونكتب $S_I(M)=M'$ .

**ملاحظات :**

- لدينا : $S_I(M)=M'$ يكافئ $S_I(M')=M$ يكافئ $\overrightarrow{IM'}=-\overrightarrow{IM}$
- لدينا : $S_I(I)=I$ ونقول إن النقطة $I$ صامدة بالتماثل المركزي $S_I$ .




**ب) الخاصية المميزة :**

ليكن $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى، يكون التحويل $T$ تماثلا مركزيا إذا وفقط إذا كان لكل $M$ و $N$ من المستوى $\overrightarrow{M'N'}=-\overrightarrow{MN}$ حيث $M'=T(M)$ و $N'=T(N)$ .

**تمرين تطبيقي :**

لتكن $A$ و $B$ نقطتين مختلفتين من المستوى،
ليكن f التحويل الذي يربط كل نقطة $M$ من المستوى بالنقطة $M'$ بحيث : $\overrightarrow{AM'}+3\overrightarrow{BM'}-2\overrightarrow{MM'}=\vec{0}$
1) أنشئ النقطتين $A'$ و $B'$ حيث $A'=f(A)$ و $B'=f(B)$ .
2) بين أن التحويل f تماثل مركزي محددا مركزه .

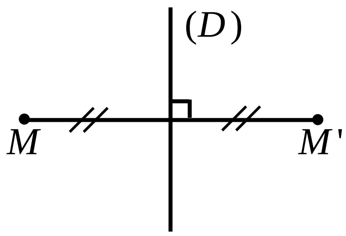
### 2) التماثل المحوري :

**تعريف :**

نعتبر $(D)$ مستقيما من المستوى ، ولتكن $M$ و $M'$ نقطتين من المستوى بحيث $M \notin (D)$ ،
- نقول إن النقطة $M'$ هي مماثلة النقطة $M$ بالنسبة لـ $(D)$ إذا وفقط إذا كانت $(D)$ واسط القطعة $[MM']$.
- إذا كان $M \in (D)$ ، مماثلة النقطة $M$ بالنسبة لـ $(D)$ هي نفسها .
العلاقة التي تربط كل نقطة $M$ بمماثلتها $M'$ بالنسبة لـ $(D)$ تسمى التماثل المحوري الذي محوره $(D)$ ونرمز له بالرمز $S_{(D)}$ ، ونقول إن صورة النقطة $M'$ بالتماثل المحوري $S_{(D)}$ هي $M'$ ونكتب $S_{(D)}(M)=M'$ .

**ملاحظات :**

- لدينا : $S_{(D)}(M)=M'$ يكافئ $S_{(D)}(M')=M$ .
- لدينا : $S_{(D)}(M)=M$ يكافئ $M \in (D)$ .
- المستقيم $(D)$ صامد بالتماثل المحوري $S_{(D)}$ .




**تمرين تطبيقي :**

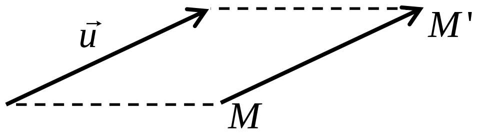
ليكن $ABC$ مثلثا قائم الزاوية في $B$ ،
لتكن $I$ منتصف $[AC]$ و $J$ مماثلة $I$ بالنسبة للمستقيم $(AB)$ .
1) بين أن $AI=AJ$ وأن $BI=BJ$ .
2) بين أن $AI=BI$ .
3) استنتج طبيعة الرباعي $AIBJ$ .

### 3) الإزاحة :

**أ) تعريف :**

نعتبر $\vec{u}$ متجهة ، و $M$ و $M'$ نقطتين من المستوى ،
نقول إن النقطة $M'$ هي صورة النقطة $M$ بالإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ إذا وفقط إذا كان $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$
العلاقة التي تربط كل نقطة $M$ بصورتها $M'$ تسمى الإزاحة ذات المتجهة $\vec{u}$ ونرمز لها بالرمز $t_{\vec{u}}$ ،

**ملاحظات :**




- لدينا : $t_{\vec{u}}(M)=M'$ يكافئ $\overrightarrow{MM'}=\vec{u}$ .
- لكل نقطتين $A$ و $B$ من المستوى لدينا : $t_{\overrightarrow{AB}}(A)=B$ .
- جميع نقط المستوى صامدة بالإزاحة $t_{\vec{0}}$ .
- إذا كانت $\vec{u}\neq\vec{0}$ فإنه ليست هناك أي نقطة المستوى صامدة بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ .

**ب) الخاصية المميزة :**

ليكن $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى، يكون التحويل $T$ إزاحة إذا وفقط إذا كان لكل $M$ و $N$ من المستوى
$\overrightarrow{M'N'}=\overrightarrow{MN}$ حيث $M'=T(M)$ و $N'=T(N)$ .

**تمرين تطبيقي :**

ليكن $ABC$ مثلثا، و $I$ منتصف $[BC]$ ،
نعتبر النقطتين $E$ و $F$ المعرفتين بما يلي : $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AI}$ و $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AI}$ .
بين أن : $t_{\overrightarrow{AI}}(B)=E$ و أن : $t_{\overrightarrow{AI}}(C)=F$ .

**4) التحاكي :**

**أ) تعريف :**

نعتبر $I$ نقطة من المستوى ، ولتكن $M$ و $M'$ نقطتين من المستوى بحيث $M\neq I$ ، و $k$ عددا حقيقيا .
نقول إن النقطة $M'$ هي صورة النقطة $M$ بالتحاكي الذي مركزه $I$ ونسبته $k$ إذا كان $\overrightarrow{IM'}=k\overrightarrow{IM}$.
العلاقة التي تربط كل نقطة $M$ بصورتها $M'$ تسمى التحاكي الذي مركزه $I$ ونسبته $k$ ونرمز له بالرمز
$h(I;k)$ ، ونكتب $h_{(I;k)}(M)=M'$ أو $h(M)=M'$ .

**ملاحظات :**

- لدينا : $h_{(I;k)}(M)=M'$ يكافئ $\overrightarrow{IM'}=k\overrightarrow{IM}$ .
- إذا كان $k=-1$ فإن $h(I;k)=S_I$.
- إذا كان $k=1$ فإن جميع نقط المستوى صامدة .
- إذا كان $k\neq 1$ فإن النقطة الوحيدة الصامدة هي $I$ .
- إذا كان $k=0$ فإن صورة كل نقطة من المستوى هي $I$ .
- إذا كان $0\leq k\leq 1$ فإن $M'\in[IM]$ .

**ب) الخاصية المميزة :**

ليكن $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى، يكون التحويل $T$ تحاكي نسبته $k$ إذا وفقط إذا كان لكل $M$ و $N$ من
المستوى $\overrightarrow{M'N'}=k\overrightarrow{MN}$ حيث $M'=T(M)$ و $N'=T(N)$ .

**تمرين تطبيقي :**

نعتبر نقطتين مختلفتين $A$ و $B$ من المستوى،
لتكن $B'$ صورة النقطة $B$ بالتحاكي $h(A;k)$ .
أنشئ النقط $A$ و $B$ و $B'$ في كل حالة من الحالات التالية :
1) $k=3$ .
2) $k=-2$ .
3) $k=\frac{1}{2}$ .

**$II$– خاصيات التحويلات الإعتيادية :**

**1) الحفاظ على معامل استقامية متجهتين :**

**خاصية مقبولة :**

إذا كان $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى و $A$ و $B$ و $C$ و $D$ نقط من المستوى تحقق $\overrightarrow{CD}=\alpha\overrightarrow{AB}$ حيث $\alpha\in\mathbb{R}$
و $A'$ و $B'$ و $C'$ و $D'$ صورها على التوالي بالتحويل $T$ فإن : $\overrightarrow{C'D'}=\alpha\overrightarrow{A'B'}$
نقول إن التحويلات الاعتيادية تحافظ على معامل استقامية متجهتين .

**نتيجة 1 :**

إذا كان $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى و $A$ و $B$ و $C$ ثلاث نقط مستقيمية من المستوى و $A'$ و $B'$ و $C'$
صورها على التوالي بالتحويل $T$ فإن النقط $A'$ و $B'$ و $C'$ مستقيمية .
نقول إن التحويلات الاعتيادية تحافظ على استقامية النقط .

**نتيجة 2 :**

إذا كان $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى و $A$ و $B$ نقطتين مختلفتين من المستوى و $I$ منتصف القطعة $[AB]$
و $A'$ و $B'$ و $I'$ صور النقط $A$ و $B$ و $I$ على التوالي بالتحويل $T$ فإن : $I'$ منتصف القطعة $[A'B']$ .
نقول إن التحويلات الاعتيادية تحافظ على المنتصف .

**نتيجة 3 :**

إذا كان $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى و $(D)$ و $(\Delta)$ مستقيمين متوازيين و $(D')$ و $(\Delta')$ صورتيهما على
التوالي بالتحويل $T$ فإن : $(D')$ و $(\Delta')$ مستقيمين متوازيين .
نقول إن التحويلات الاعتيادية تحافظ على توازي المستقيمات .

**تمرين تطبيقي :**

ليكن $ABC$ مثلثا و $I$ منتصف القطعة $[BC]$ .
نعتبر النقطتين $B'$ و $C'$ المعرفتين بما يلي :

$\overrightarrow{AB'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC'}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ وليكن $J$ منتصف القطعة $[B'C']$ .

بين أن النقط $A$ و $I$ و $J$ مستقيمية . ( يمكن اعتبار تحاكي ... )

## 2) التحويلات الاعتيادية والمسافة :

**تعريف وخاصية :**

نقول إن التحويل $T$ يحافظ على المسافة إذا كان لكل $A$ و $B$ من المستوى لدينا $A'B'=AB$ حيث $A'=T(A)$
و $B'=T(B)$ .
الإزاحة والتماثل المركزي والتماثل المحوري هي تحويلات تحافظ المسافة .

**خاصية :**

إذا كان $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى و $A$ و $B$ و $C$ ثلاث نقط مختلفة من المستوى و $A'$ و $B'$ و $C'$
صورها على التوالي بالتحويل $T$ فإن الزاويتين الهندسيتين $\widehat{BAC}$ و $\widehat{B'A'C'}$ لهما نفس القياس .
نقول إن التحويلات الاعتيادية تحافظ على قياس الزاوايا الهندسية .

**ملاحظة :**

التحويلات الاعتيادية تحافظ على الزوايا الموجهة باستثناء التماثل المحوري .

**نتيجة :**

إذا كان $T$ تحويلا اعتياديا في المستوى و $(D)$ و $(\Delta)$ مستقيمين متعامدين و $(D')$ و $(\Delta')$ صورتيهما على
التوالي بالتحويل $T$ فإن : $(D')$ و $(\Delta')$ مستقيمين متعامدين.
نقول إن التحويلات الاعتيادية تحافظ على تعامد المستقيمات .

**تمرين تطبيقي :**

ليكن $ABC$ مثلث متساوي الأضلاع و $I$ منتصف القطعة $[BC]$ و $O$ منتصف القطعة $[AC]$
نعتبر النقط $A'$ و $B'$ و $C'$ و $I'$ صور النقط $A$ و $B$ و $C$ و $I$ على التوالي بالتماثل المركزي $S_O$ .
بين أن المستقيمين $(CI')$ و $(B'A)$ متعامدين .

# III- صور بعض الأشكال بتحويل اعتيادي :

## 1) صورة مستقيم :

**خاصية 1 :**

صورة مستقيم بإزاحة أو بتحاك أو بتماثل مركزي هو مستقيم يوازيه .

**حالات خاصة :**

- إذا كان $(D)$ مستقيم موجه بمتجهة $\vec{u}$ فإنه صامد بالإزاحة $t_{\vec{u}}$ .
- إذا كان $(D)$ مستقيم يمر من نقطة $I$ فإنه صامد بالتحاكي $h(I;k)$ حيث $k \in \mathbb{R}^*$ .
- إذا كان $(D)$ مستقيم يمر من نقطة $I$ فإنه صامد بالتماثل المركزي $S_I$ .

**ملاحظة :**

لإنشاء $(D')$ صورة مستقيم $(D)$ بتحويل اعتيادي يكفي إنشاء $A'$ و $B'$ صورتي نقطتين مختلفتين $A$ و $B$ من $(D)$ ومنه $(D')=(A'B')$ .

**خاصية 2 :**

ليكن $(D)$ و $(\Delta)$ مستقيمين ، و $(D')$ صورة المستقيم $(D)$ بالتماثل المحوري $S_{(\Delta)}$ .
- إذا كان $(D)$ و $(\Delta)$ متوازيان فإن $(D')$ يوازيهما أيضا .
- إذا كان $(D)$ و $(\Delta)$ متعامدان فإن $(D')$ منطبق مع $(D)$. ( أي $(D)$ صامد بالتماثل المحوري $S_{(\Delta)}$).
- إذا كان $(D)$ و $(\Delta)$ متقاطعان في نقطة $A$ فإن $(D')$ يتقاطع معهما في النقطة $A$ .

**خاصية 3 :**

إذا كان $(D)$ و $(\Delta)$ مستقيمين متقاطعين في نقطة $A$ ، فغن صورتيهما بتحويل اعتيادي $T$ هما مستقيمين متقاطعين في النقطة $A'$ حيث $A'=T(A)$ .

**خاصية 4 :**

لتكن $A$ و $B$ نقطتين مختلفتين من المستوى ،
صورة القطعة $[AB]$ بتحويل اعتيادي $T$ هي القطعة $[A'B']$ حيث $A'=T(A)$ و $B'=T(B)$

**خاصية 5 :**

لتكن $O$ نقطة من المستوى و $R \in \mathbb{R}_+^*$ و $T$ تحويل اعتيادي في المستوى ،
- إذا كان $T$ إزاحة أو تماثل مركزي أو تماثل محوري فإن :
صورة الدائرة $C(O;R)$ هي الدائرة $C(O';R)$ حيث $O'=T(O)$ .
- إذا كان $T$ تحاكي نسبته $k$ فإن :
صورة الدائرة $C(O;R)$ هي الدائرة $C(O';R')$ حيث $O'=T(O)$ و $R'=|k|.R$ .