التمرين 01

حدد مجموعة تعريف الدوال التالية :

$f_1(x)=\dfrac{3x^2}{x^2-9}$; $f_2(x)=\dfrac{3x^2}{x^2-7}$; $f_3(x)=\dfrac{\sqrt{3x}}{x^4+5}$

$f_4(x)=\dfrac{|3x^2-5|}{2x^2+3x-5}$; $f_5(x)=\dfrac{6x^2+2x+1}{|x|-4}$

$f_6(x)=\dfrac{2x}{|2x+3|-2}$; $f_7(x)=\dfrac{-4x+\sqrt{5}}{2x^2+2x+5}$

$f_8(x)=\dfrac{1+2x}{x^2+x-2}$; $f_9(x)=\sqrt{3x^2-5x+2}$

$f_{10}(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+x-2}}{2x^2+5x+3}$; $f_{11}(x)=\sqrt{\dfrac{x^3-1}{-x^2-x+6}}$

$f_{12}(x)=\dfrac{\sqrt{3x^2-1}}{x^2-9}$; $f_{13}(x)=\sqrt{\dfrac{x^3-1}{-x^2-x+6}}$

$f_{14}(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{2-|x-1|}}$; $f_{15}(x)=\dfrac{\sqrt{7-|2x-3|}}{|x|-x}$

$f_{16}(x)=\sqrt{x}-\dfrac{3x}{\sqrt{x}-1}+\dfrac{\sqrt{2}}{x^2-3}$

التمرين 02

حدد مجموعة تعريف الدوال التالية :

$$f:\begin{cases} f(x)=-x+1 & ; x<0 \\ f(x)=x+1 & ; x\geq 0 \end{cases} \quad ; \quad f:\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{x-1} & ; x>0 \\ f(x)=\dfrac{3x}{x-2} & ; x\leq 0 \end{cases}$$

$$f:\begin{cases} f(x)=\sqrt{-x+3} & ; x\leq 0 \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{|x|-2} & ; x>0 \end{cases} \quad ; \quad f:\begin{cases} f(x)=\dfrac{|x|}{x^2-|x|} & ; x\in \mathbb{R}^* \\ f(0)=-1 \end{cases}$$

$$f:\begin{cases} f(x)=\dfrac{x}{x+2} & ; x<-1 \\ f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x+1}} & ; x>-1 \\ f(-1)=0 \end{cases}$$

التمرين 03

ادرس تساوي الدالتين f و g في الحالات التالية

1) $f(x)=\sqrt{x^3+x^2}$; $g(x)=|x|\sqrt{x+1}$

2) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^3-1}}{x}$; $g(x)=\sqrt{x-\dfrac{1}{x^2}}$

3) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{x-4}$; $g(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}-2}$

4) $f(x)=-3x+1$; $g(x)=\dfrac{(-3x+1)(x+1)}{x+1}$

5) $f(x)=\sqrt{x^2+4x+4}$; $g(x)=|x+2|$

6) $f(x)=\dfrac{x^2-1}{x^2-x}$; $g(x)=\dfrac{x+1}{x}$

7) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$; $g(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$

8) $f(x)=\dfrac{x^2+x+1}{(x+1)(x^3-1)}$; $g(x)=\dfrac{1}{x^2-1}$

التمرين 04

1) مثل مبيانيا الدالة العددية $f(x)=|2x-1|$ ثم انطلاقا من المبيان

أجب عن الأسئلة التالية :

§ حدد صور الأعداد التالية : 4 ; 2 ; -3 ; -1

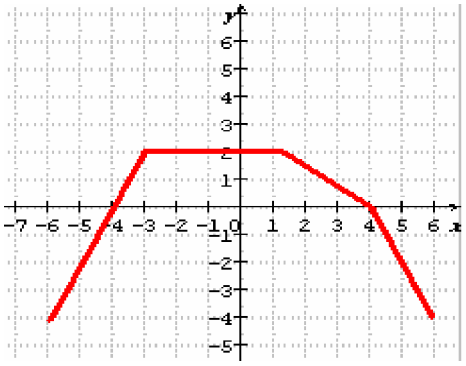
§ حدد سوابق الأعداد التالية : 11 ; 5 ; 3 ; 1

2) الشكل أسفله يمثل منحنى دالة عددية g أجب عن الأسئلة التالية :

§ حدد مجموعة تعريف الدالة g

§ حدد صور الأعداد التالية : 3 ; 2 ; 1 ; 0 ; -1 ; -2

§ حدد سوابق الأعداد التالية : 2 ; 1 ; 0 ; -3 ; 4 -



التمرين 05

مثل مبيانيا الدوال التالية :

$f_1(x)=2x+4$; $f_2(x)=|3x-5|$; $f_3(x)=|x+2|+|x-2|$

$$f_4(x)=\begin{cases} 5x+2 & ; x\geq 0 \\ 2 & ; -1\leq x\leq 0 \\ -2x+3 & ; x\leq -1 \end{cases} \quad ; \quad f_5(x)=\begin{cases} 5x+2 & ; x\geq 0 \\ -2x+2 & ; x\leq 0 \end{cases}$$

التمرين 06

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=x^2+x-2$ و (C_f) المنحنى الممثل لها في معلم متعامد

حدد من بين النقط التالية تلك التي تنتمي إلى المنحنى (C_f) :

$A(0;0)$; $B(0;-2)$; $C(1;0)$; $D(1;1)$; $E(2;7)$; $F(-2;0)$

التمرين 07 .....

ادرس زوجية الدوال التالية :

$f_1(x)=-x^3+2x|x|$; $f_2(x)=\sqrt{|x-2|}+\dfrac{1}{x^2-1}$

$f_3(x)=\dfrac{x|x|}{\sqrt{x^2+1}}$; $f_4(x)=x\sqrt{x^2-1}$; $f_5(x)=\dfrac{x^3}{|x|-1}$

$f_6(x)=\dfrac{|2x-1|-|2x+1|}{x}$; $f_7(x)=|x-1|-|x+1|$

$f_8(x)=\dfrac{|x|}{\sqrt{x-1}}$; $f_9(x)=\dfrac{-x^3}{\sqrt{|x|-1}}$; $f_{10}(x)=2\sqrt{x^2-1}$

$f_{11}:\begin{cases} f(x)=x^3 & ; \ x\geq 0 \\ f(x)=-x^3 & ; \ x\leq 0 \end{cases}$; $f_{12}:\begin{cases} f(x)=\dfrac{1}{x^4} & ; \ x<0 \\ f(x)=\dfrac{-1}{x^4} & ; \ x>0 \end{cases}$

التمرين 08 .....

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$g(x)=|x+2|+|x-2|-|x|$

1) بين أن الدالة g زوجية

2) اكتب g(x) بدون استعمال رمز القيمة المطلقة

3) مثل منحنى الدالة g في معلم متعامد ممنظم

التمرين 09 .....

لتكن f دالة عددية زوجية معرفة على $\mathbb{R}$ بحيث :

$\begin{cases} f(x)=x-1 & ; \quad x\geq 3 \\ f(x)=-2x+8 & ; \ 0\leq x<3 \end{cases}$

1) احسب : f(5) و f(2) و f(-3) و f(-4)

2) مثل مبيانيا الدالة f

التمرين 10 .....

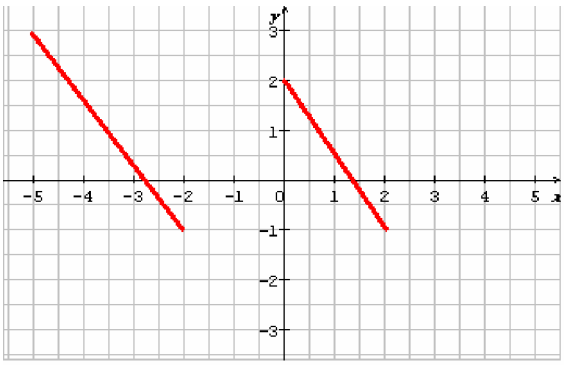
لتكن f دالة عددية زوجية معرفة على المجال $I=[-5;5]$

1) أتمم إنشاء المنحنى (C_f) للدالة f

2) حدد f(5)

3) اعط تعبير f(x) لكل x من [-5;-2]

4) احسب f(-3) و $f(3)$



التمرين 11 .....

في كل حالة من الحالات التالية ، ادرس تغيرات f على المجال I

1) $I=]-\infty;+\infty[$; $f(x)=3x-4$

2) $I=]-\infty;+\infty[$; $f(x)=-5x+7$

3) $I=[-1;+\infty[$; $f(x)=x^2+2x$

4) $I=]-\infty;1[$; $f(x)=\dfrac{x+2}{x-1}$

5) $I=[0;+\infty[$; $f(x)=3x-4$

6) $I=]-\infty;1[$; $f(x)=\dfrac{2}{x-1}$

التمرين 12 .....

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x^2-2x$

1 / حدد تغيرات f على كل من المجالين $[1;+\infty[$ و $]-\infty;1]$

2 / قارن العددين :

$A=1001-2\sqrt{1001}$ و $B=1010-2\sqrt{1010}$

3 / أعط تأطيرا للعدد $c=\alpha^2-2\alpha$ حيث : $-1<\alpha<\dfrac{1}{2}$

التمرين 13 .....

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{2x}{x-2}$

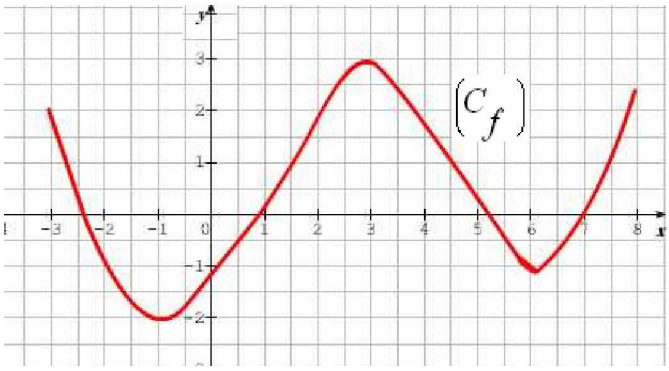
1/ حدد مجموعة تعريف الدالة f .

2 / حدد تغيرات f على كل من المجالين $[2;+\infty[$ و $]-\infty;2[$

3 / أعط تأطيرا للعدد $\dfrac{\alpha}{\alpha-2}$ حيث : $-4<\alpha<-2$

التمرين 14 .....

الشكل أسفله يمثل منحنى دالة عددية f ؛ من خلال قراءة المبيان أجب عن الأسئلة الآتية



1 / حدد مجموعة تعريف الدالة العددية .

2 / أعط جدول تغيرات الدالة f

3 / قارن العددين التاليين في كل حالة :

أ / $f(-1)$ و $f(-3)$

ب / $f(0)$ و $f(2)$

ج / $f(3)$ و $f(6)$

التمرين 15 .....

f دالة عددية زوجية معرفة على المجال $[-3;3]$

وجدول تغيراتها على $[0;3]$ هو :

x	0		1		2		3
f(x)	4	↘	-1	↗	0	↘	-2

1) اعط جدول تغيرات f على المجال $[-3;0]$

2) مثل مبيانيا الدالة f على $[-3;3]$ علما أنها دالة تآلفية على مجالات .

التمرين 16 .....

f دالة عددية فردية معرفة على المجال $]-\infty,-2[$ **r** $]-2;+\infty[$ وجدول تغيراتها على $I=]-\infty;-2[$ هو :

x	$-\infty$		-4		-2
f(x)		↗	2	↘	1

1) اعط جدول تغيرات f على المجال $]-2;+\infty[$

2)مثل مبيانيا الدالة f على I علما أنها دالة تآلفية على مجالات

و f(-5)= 0

التمرين 17 .....

الجدول التالي يمثل جدول تغيرات دالة f

x	-10		1		3		5
f	2	↘	-5	↗	0	↘	-1

1 / قارن العددين التاليين في كل حالة :

أ / $f(3)$ و $f(1)$

ب / $f(-6)$ و $f(0)$

ج / $f(2)$ و $f(4)$

2 / أطر $f(x)$ في كل حالة من الحالات التالية :

أ/ $-10\le x\le 1$ ب / $-10\le x\le 3$

ج / $-10\le x\le 5$ د / $1\le x\le 5$

3 / علما أن الدالة f دالة تآلفية بمجالات :

أ / أنشئ منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم

ب / حدد تعبير الدالة f

التمرين 18 .....

لتكن الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث :

$f(x)=x^2-4x+9$

1) بين أن $f(x)=(x-2)^2+5$ و $f(x)\ge 5$ لكل x من **ß**

2) أحسب f(2) ثم استنتج أن f تقبل قيمة دنيا على **ß**

التمرين 19 .....

لتكن f الدالة العددية : $f(x)=-4x^2+4x+5$

1) بين أن $f(x)=6-(2x-1)^2$ و $f(x)\le 6$ لكل x من **ß**

2) احسب $f\left(\frac{1}{2}\right)$ ثم استنتج أن f تقبل قيمة قصوى على **ß**

التمرين 20

في كل مايلي f دالة عددية لمتغير حقيقي x

1 / بين أن $f(x)=\frac{3}{4}x^2+\frac{1}{4}$ تقبل قيمة دنيا على **ß**

2 / بين أن العدد $f(x)=\frac{3}{x^2+2}$ قيمة قصوى للدالة f على **ß**

3 / $f(x)=2x^2-4x+1$

أ/ اكتب $f(x)$ على الشكل القانوني

ب / استنتج أن f تقبل قيمة دنيا على **ß**

4 / $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$

أ / حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب / بين أن $f(x)=2-\frac{3}{x+1}$ لكل x من D_f

ج / استنتج أن f تقبل قيمة قصوى على $ß^+$

التمرين 21 .....

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي :

$f(x)=|x+3|-2$

1) عبر عن f(x) بدون استعمال رمز القيمة المطلقة .

2) أ - أنشئ المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم (O,i,j) .

ب- اعط جدول تغيرات الدالة f .

3) أنشئ في نفس المعلم السابق المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=-3x$

4) حدد نقط تقاطع المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ)

5) حل في **ß** المعادلة $f(x)=-3x$

6) حل مبيانيا المتراجحة $f(x)\le -3x$

التمرين 22 .....

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $ß^*$ بما يلي

$f(x)=4x^2+\frac{1}{x}$:

1) بين أنه لكل عددين حقيقيين a و b من $ß^*$ بحيث $a\neq b$ لدينا:

$$\frac{f(a)-f(b)}{a-b}=4(a+b)-\frac{1}{ab}$$

2) ادرس تغيرات الدالة f على المجالات التالية :

$]-\infty;0[$ و $\left]0;\frac{1}{2}\right[$ و $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$

3) استنتج أنه لكل عدد حقيقي x من المجال $\left[\frac{1}{3};1\right]$

لدينا : $3 \le f(x) \le 5$

التمرين 23 .....

لتكن الدالة العددية : $f(x)=2\left(x+\frac{4}{x}\right)$

1) أ- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب - بين أن f دالة فردية

2) أ- بين أنه مهما يكن a و b من D_f لدينا :

$$f(b)-f(a)=2(b-a)\left(1-\frac{4}{ab}\right)$$

ب - ادرس تغيرات f على كل من المجالين $]2;+\infty[$ و $]0;2]$

3) نعتبر مستطيلا مساحته 4 وطول أحد بعديه هو x

أ- بين أن محيط هذا المستطيل هو $P(x)=2\left(x+\frac{4}{x}\right)$

ب - استنتج القيمة الدنوية لمحيط هذا المستطيل .

التمرين 24 .....

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x : $f(x)=\frac{x}{x^2-1}$

1) حدد D_f وبين أن f دالة فردية

2) بين أن : $f\left(\frac{1}{x}\right)=f(-x)$ لكل x من D_f مع $(x \neq 0)$

3) أ – حدد رتابة الدالة f على كل من المجالين $]0;1[$ و $]1;+\infty[$

ب - استنتج رتابة الدالة f على كل من المجالين

$]-1;0[$ و $]-\infty;-1[$

التمرين 25 .....

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x :

$$f(x)=|x|+\frac{1}{|x|}-1$$

1 / حدد D_f وبين أن f دالة زوجية

2 / احسب معدل تغيرات الدالة f بين a و b حيث : a و b عنصران مختلفان من D_f

3 / حدد رتابة الدالة f على كل من المجالين $]0;1]$ و $[1;+\infty[$

4 / استنتج رتابة الدالة على المجال $]-\infty;-1]$

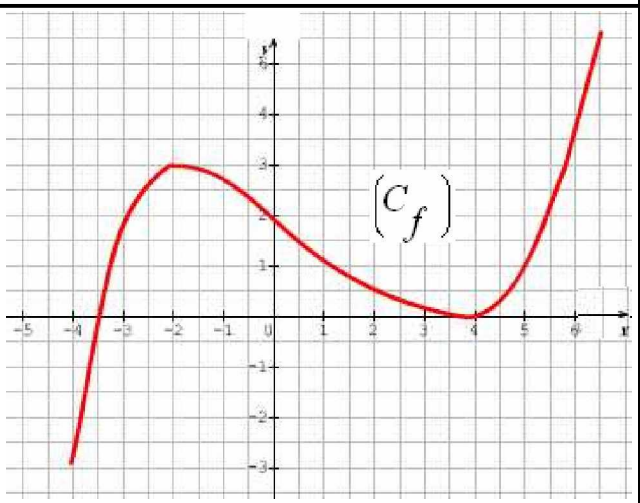
5 / اعط جدول تغيرات الدالة f

6 / حدد مطاريف الدالة f

التمرين 26 .....

المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$

في هذا المعلم نعتبر (C_f) منحنى الدالة العددية f المعرفة على المجال $]-4;+\infty[$



1 / أ - هل الدالة f تقبل قيمة دنيا على المجال $]-4;+\infty[$ ؟

ب - هل الدالة f تقبل قيمة قصوى على المجال $]-4;+\infty[$ ؟

ج - على المجال $[-4;0]$ حدد القيمة القصوى والقيمة الدنيا للدالة f

د - حدد مطاريف الدالة f على المجال $[0;6]$.

2 / أ - أعط جدول تغيرات الدالة f

ب - ليكن a و b عددين حقيقيين من المجال $[-2;4]$ بحيث $a<b$ قارن العددين $f(a)$ و $f(b)$.

ج - ليكن a و b عددين حقيقيين من المجال $]4;+\infty[$ بحيث $a<b$ قارن العددين $f(a)$ و $f(b)$.

3 / حل مبيانيا المتراجحات التالية :

$f(x)\ge 2$; $f(x)>0$; $f(x)\le 0$

4 / أ - لتكن $A(1,5;1)$ و $B(6,5;2)$ نقطتين من المستوى

حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (AB) .

ب - حل مبيانيا :

$10f(x)=2x+7$; $10f(x)<2x+7$

التمرين 27 .....

1) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي $f(x)=x^3$

بين أن f دالة تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

2) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :

$g(x)=x\sqrt{x}$

أ - بين أنه لكل a و b من $\mathbb{R}^+$ لدينا :

$$(g(a))^2-(g(b))^2=f(a)-f(b)$$

ب - استنتج رتابة الدالة g على المجال $]0;+\infty[$

3) نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}^+$ بما يلي :

$h(x)=x\left(x^2+\sqrt{x}\right)$

بين أن h دالة تزايدية قطعا على $\mathbb{R}^+$

.....

.....