الشلجم والهذلول

I) الشلجم :

1) التمثيل المبياني وتغيرات الدالة $x \mapsto ax^2$ حيث $(a \neq 0)$:

نشاط :

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كما يلي : $\mathrm{f}(x)=x^2$ و $g(x)=-\frac{1}{2}x^2$

1) تحقق أن الدالتين f و g زوجيتين .

2) أعط جدول تغيرات كل من الدالتين f و g .

3) أنشئ في نفس المعلم المتعامد الممنظم (C_{f}) و (C_g) منحنيي الدالتين f و g على التوالي .

تعريف :

ليكن a عددا حقيقيا غير منعدما ، و $(O;\vec{i};\vec{j})$ معلما متعامدا ممنظما في المستوى .
التمثيل المبياني للدالة $x \mapsto ax^2$ يسمى شلجما رأسه O ومحوره هو محور الأراتيب .

2) التمثيل المبياني وتغيرات الدالة $x \mapsto ax^2+bx+c$ حيث $(a \neq 0)$:

نشاط :

لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي : $\mathrm{f}(x)=x^2+2x-2$

1) تحقق أن $\mathrm{f}(x)=(x+1)^2-3$ لكل x من $\mathbb{R}$.

2) أملأ الجدول التالي :

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$\mathrm{f}(x)$							

3) نعتبر النقطة $\Omega(-1;-3)$ والمستقيم $(\Delta): x=-1$ ،
أنشئ في نفس المعلم المتعامد الممنظم النقطة Ω والمستقيم (Δ) والمنحنى (C_{f}) .

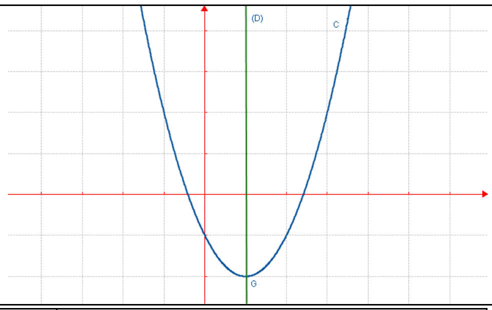
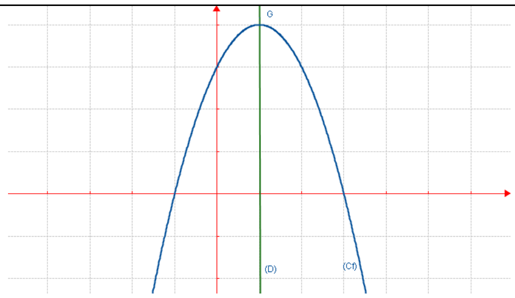
4) استنتج مبيانيا تغيرات الدالة f ومطارفها ، ماذا تلاحظ عن (C_{f}) بالنسبة لمنحنى الدالة $x \mapsto x^2$ ؟

بصفة عامة :

لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي : $\mathrm{f}(x)=ax^2+bx+c$ حيث $a \neq 0$ ،

يمكن كتابة $\mathrm{f}(x)$ على الشكل القانوني : $\mathrm{f}(x)=a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

التمثيل المبياني للدالة f في معلم م م هو شلجم رأسه $\Omega\left(\frac{-b}{2a};\mathrm{f}\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ ومحوره المستقيم ذو المعادلة $x=\frac{-b}{2a}$
موجه نحو الاعلى إذا كان $a>0$ وموجه نحو الأسفل إذا كان $a<0$.

	$a>0$	$a<0$
التمثيل المبياني (C_{f})		
جدول التغيرات	x: $-\infty$ ، $\frac{-b}{2a}$ ، $+\infty$ $\mathrm{f}(x)$: ↘ ↗	x: $-\infty$ ، $\frac{-b}{2a}$ ، $+\infty$ $\mathrm{f}(x)$: ↗ ↘

إذا كان $a>0$ فإن $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ قيمة دنيا للدالة f وتأخذها عند العدد $\frac{-b}{2a}$.

إذا كان $a<0$ فإن $f\left(\frac{-b}{2a}\right)$ قيمة قصوى للدالة f وتأخذها عند العدد $\frac{-b}{2a}$.

تمرين تطبيقي :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x)=-x^2+2x+3$ و (C_f) منحناها في معلم م م .

1) أكتب $f(x)$ الشكل القانوني .

2) استنتج طبيعة (C_f) و عناصره المميزة .

3) أنشئ (C_f) .

4) استنتج تغيرات ثم مطاريف الدالة f مبيانيا .

$II-$ الهذلول :

1) التمثيل المبياني وتغيرات الدالة : $x\mapsto\frac{a}{x}$ حيث $(a\neq0)$:

نشاط :

لتكن f و g الدالتين العدديتين المعرفتين كما يلي : $f(x)=\frac{2}{x}$ و $g(x)=\frac{-1}{x}$

1) حدد D_f و D_g مجموعتي تعريف الدالتين f و g .

2) تحقق أن الدالتين f و g فرديتين .

2) أعط جدول تغيرات كل من الدالتين f و g .

3) أنشئ في نفس المعلم المتعامد الممنظم (C_f) و (C_g) منحنيي الدالتين f و g على التوالي .

تعريف :

ليكن a عددا حقيقيا غير منعدما ، و $(O;\vec{i};\vec{j})$ معلما متعامدا ممنظما في المستوى .

التمثيل المبياني للدالة $x\mapsto\frac{a}{x}$ يسمى هذلولا مركزه O ومقارباه هما محوري المعلم .

2) التمثيل المبياني وتغيرات الدالة $x\mapsto\frac{ax+b}{cx+d}$ حيث $(a,b)\neq(0;0)$; $c\neq0$; $ad-bc\neq0$:

نشاط :

لتكن f الدالة العددية المعرفة كما يلي : $f(x)=\frac{-2x+3}{x-1}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f .

2) تحقق أن $f(x)=(x+1)^2-3$ لكل x من $\mathbb{R}$.

3) أملأ الجدول التالي :

x	-4	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{3}{2}$	2	3	4
$f(x)$											

4) نعتبر النقطة $\Omega(1;-2)$ والمستقيمين $(\Delta):x=1$ و $(D):y=-2$ ،

أنشئ في نفس المعلم المتعامد الممنظم النقطة Ω والمستقيمين (Δ) و (D) والمنحنى (C_f) .

5) استنتج مبيانيا تغيرات الدالة f ،

- ماذا تلاحظ عن (C_f) بالنسبة لمنحنى الدالة $x\mapsto\frac{1}{x}$ ؟

بصفة عامة :

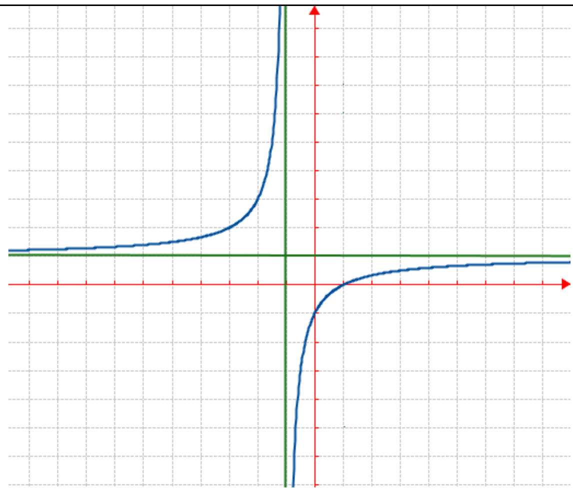
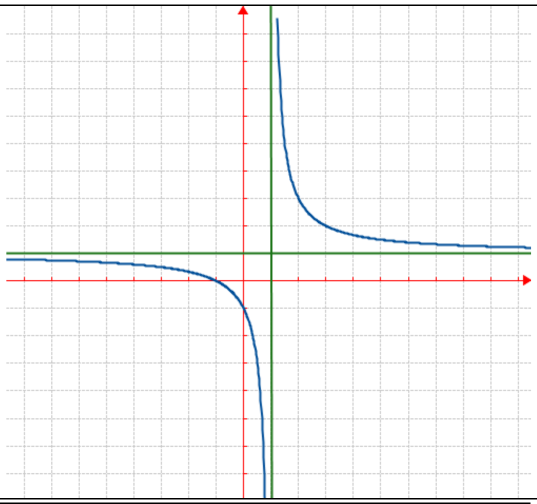
الدالة العددية f المعرفة كما يلي :

$\mathrm{f}(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ حيث $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} \neq 0\,;c\neq 0\,;(a,b)\neq(0;0)$ ، تسمى دالة متخاطة .

التمثيل المبياني للدالة f في معلم م م عبارة عن هذلول مركزه $\Omega\left(\dfrac{-d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$ ويقترب من المستقيمين (D) و (Δ)

دون أن يقطعهما حيث $(\Delta):x=\dfrac{-d}{c}$ و $(D):y=\dfrac{a}{c}$.

هذان المستقيمان يسميان مقاربا المنحنى (C_{f}) .

	$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}>0$	$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}<0$
التمثيل المبياني (C_{f})		
جدول التغيرات	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & \frac{-d}{c} & +\infty \\ \hline \mathrm{f}(x) & \nearrow & \\| & \nearrow \end{array}$	$\begin{array}{c\|ccc} x & -\infty & \frac{-d}{c} & +\infty \\ \hline \mathrm{f}(x) & \searrow & \\| & \searrow \end{array}$

تمرين تطبيقي :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $\mathrm{f}(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ و (C_{f}) منحناها في معلم م م .

1) حدد D_{f} مجموعة تعريف الدالة f .

2) حدد طبيعة (C_{f}) وعناصره المميزة .

3) أنشئ (C_{f}) .

4) استنتج مبيانيا تغيرات الدالة f.