الإحصـــــاء

I- اصطلاح وترميز :

1) نشاط تمهيدي :

يمثل الكشف التالي النقط التي حصل عليها تلاميذ أحد الأقسام في الفرض الأول لمادة الرياضيات :

11 ، 11 ، 09 ، 10 ، 16 ، 12 ، 08 ، 11 ، 14 ، 09 ، 11 ، 12 ، 10 ، 10 ، 06 ، 11 ، 14 ، 11 ، 08 ، 10 ، 11 ، 12 ، 12 ،
14 ، 10 ، 09 ، 12 ، 10 ، 09 ، 11 .

1) ما هي الميزة المدروسة ؟
2) ما هو الحصيص الإجمالي لهذه المتسلسلة الإحصائية ؟
3) ما هو الحصيص المرتبط بالميزة 11 ؟
4) ضع جدولا إحصائيا للحصيصات والحصيصات المتراكمة والترددات والترددات المتراكمة .
5) استنتج منوال هذه المتسلسلة الإحصائية .
6) أحسب المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية .

جواب :

1) نقط التلاميذ .
2) $N=30$
3) $n_5=8$
4)

النقط x_i	6	8	9	10	11	12	14	16
الحصيص n_i	1	2	4	6	8	5	3	1
الحصيص المتراكم	1	3	7	13	21	26	29	30
التردد	$\frac{1}{30}$	$\frac{2}{30}$	$\frac{4}{30}$	$\frac{6}{30}$	$\frac{8}{30}$	$\frac{5}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{1}{30}$
التردد المتراكم	$\frac{1}{30}$	$\frac{3}{30}$	$\frac{7}{30}$	$\frac{13}{30}$	$\frac{21}{30}$	$\frac{26}{30}$	$\frac{29}{30}$	$\frac{30}{30}$

5) $S=11$
6) $m=10,8$

2) تعاريف ومصطلحات :

✱ العينة أو المجموعة التي تخضع للدراسة تسمى الساكنة الإحصائية وكل عنصر منها يسمى وحدة إحصائية .
✱ الظاهرة التي هي موضوع الدراسة تسمى الميزة وهي إما كمية أو كيفية .
- ميزة كمية : هي التي يمكن التعبير عنها بأعداد أو قياسات (مثلا : القامة ، الوزن ، المحاصيل ...)
- ميزة كيفية : هي التي لا يمكن التعبير عنه بأعداد (مثلا : الجنسية ، فصيلة الدم ، اللون ...)
✱ نعتبر ساكنة إحصائية ميزتها كمية وتأخذ قيما عددية x_1 ، x_2 ، .... ، x_p

- عدد وحدات الساكنة التي الموافق للميزة x_i يسمى الحصيص الموافق لـ x_i ونرمز له بالرمز n_i حيث $1\le i\le p$.
- عدد وحدات الساكنة التي من أجلها قيمة الميزة أصغر من أو يساوي x_i يسمى الحصيص المتراكم الموافق لـ x_i ونرمز له بالرمز N_i ولدينا $N_i=n_1+n_2+...+n_i$ حيث $1\le i\le p$.
- مجموع الحصيصات الموافقة لجميع قيم الميزة يسمى الحصيص الإجمالي ونرمز له بالرمز N ولدينا $N_i=n_1+n_2+...+n_p$
- مجموعة الأزواج $(x_i;n_i)$ تسمى متسلسلة إحصائية .
- العدد $\frac{n_i}{N}$ يسمى تردد القيمة x_i ونرمز له بالرمز f_i و $\frac{N_i}{N}$ يسمى التردد المتراكم الموافق لـ x_i ونرمز له بالرمز F_i.
- العدد $f_i\times 100$ يسمى النسبة المئوية لـ x_i ونرمز لها بالرمز p_i .

II- وسيطات الوضع لمتسلسلة إحصائية :

1) المنوال :

تعريف :

منوال متسلسلة إحصائية هو كل قيمة ميزة أو نوع أو صنف له أكبر حصيص .

2) المعدل الحسابي :

تعريف :

لتكن $(x_i;n_i)$ ، $1\le i\le p$ متسلسلة إحصائية حصيصها الإجمالي N ، المعدل الحسابي لهذه المتسلسلة الإحصائية هو العدد $\frac{n_1x_1+n_2x_2+...+n_px_p}{N}$ ونرمز له بالرمز m أو $\bar{x}$.

ملاحظة :

إذا كانت المتسلسلة الإحصائية معبر عنها بالأصناف فإننا نحسب معدل مراكز الأصناف .

3) القيمة الوسطية :

تعريف :

في متسلسلة إحصائية ذات قيم الميزة مرتبة ترتيبا تصاعديا (أو تنازليا) ، لتكن M قيمة ميزة ،
ليكن N_i الحصيص المتراكم الموافق لـ M .
تكون M قيمة وسطية لهذه المتسلسلة الإحصائية إذا كان N_i أصغر حصيص متراكم أكبر من أو يساوي نصف الحصيص الإجمالي .

مثال :

القيمة الوسطية للمتسلسلة الإحصائية الواردة في النشاط هي : $M = 11$.

III– وسيطات التشتت لمتسلسلة إحصائية :

نشاط :

يعطي الجدولان التاليان النقط التي حصل عليها 17 تلميذا في مادتي الرياضيات والفرنسية:

الرياضيات

الميزة	8	9	10	11	12	13	14
الحصيص	1	2	3	5	3	2	1

الفرنسية

الميزة	2	5	7	8	10	11	12	14	15	17	20
الحصيص	1	2	1	2	1	3	1	2	1	2	1

1) بين أن لهاتين المتسلسلتين نفس وسيطات الوضع .
2) مثل هاتين المتسلسلتين بمخططين بالعصي ، ماذا تلاحظ ؟

ملاحظة :

من خلال هذا النشاط يتبين أنه رغم أن المتسلسلتين لهما نفس وسيطات الوضع ، فإنهما تختلفان اختلافا جذريا ، ومنه نستنتج أن وسيطات الوضع غير كافية لوصف متسلسلة إحصائية وخاصة فيما يتعلق بخاصيات تشتت القيم التي تأخذها الميزة ، وهذا ما يتطلب تحديد وسيطات أخرى تسمى وسيطات التشتت ، ونذكر منها الانحراف المتوسط ، المغايرة والانحراف الطرازي .

1) الانحراف المتوسط :

تعريف :

لتكن $(x_i;n_i)$ ، $1 \le i \le p$ متسلسلة إحصائية حصيصها الإجمالي N ، ومعدلها الحسابي هو $\bar{x}$ ،
العدد $e = \dfrac{n_1|x_1-\bar{x}|+n_2|x_2-\bar{x}|+...+n_p|x_p-\bar{x}|}{N}$ يسمى الانحراف المتوسط لهذه المتسلسلة الإحصائية .

مثال :

أحسب الانحراف المتوسط للمتسلسلتين السابقتين ، ماذا تلاحظ ؟

جواب :

بالنسبة للمتسلسلة الأولى (نقط الرياضيات) : $e_1 = \dfrac{20}{17} \approx 1,1765$

بالنسبة للمتسلسلة الثانية (نقط الفرنسية) : $e_2 = \dfrac{64}{17} \approx 3,7647$

نلاحظ أن $e_1 < e_2$ وهذا يعني أن النقط التي حصل عليها هؤلاء التلاميذ في مادة الرياضيات أقل تشتتا من النقط التي حصلوا عليها في مادة الفرنسية .
أو بتعبير آخر النقط التي حصل عليها هؤلاء التلاميذ في مادة الفرنسية أكثر تشتتا من النقط التي حصلوا عليها في مادة الرياضيات.

2) المغايرة :

تعريف :

لتكن $(x_i;n_i)$ ، $1 \le i \le p$ متسلسلة إحصائية حصيصها الإجمالي N ، ومعدلها الحسابي هو $\bar{x}$ ،
العدد $V = \dfrac{n_1(x_1-\bar{x})^2+n_2(x_2-\bar{x})^2+...+n_p(x_p-\bar{x})^2}{N}$ يسمى مغايرة هذه المتسلسلة الإحصائية .

مثال :

أحسب مغايرة المتسلسلتين السابقتين ، ماذا تلاحظ ؟

جواب :

بالنسبة للمتسلسلة الأولى (نقط الرياضيات) : $V_1 = \dfrac{40}{17} \approx 2,3529$

بالنسبة للمتسلسلة الثانية (نقط الفرنسية) : $V_2 = \dfrac{376}{17} \approx 22,1176$

نلاحظ أن $V_1 < V_2$ وهذا يعني أن النقط التي حصل عليها هؤلاء التلاميذ في مادة الرياضيات أقل تشتتا من النقط التي حصلوا عليها في مادة الفرنسية .

خاصية :

لتكن $(x_i;n_i)$ ، $1\le i\le p$ متسلسلة إحصائية حصيصها الإجمالي N ، ومعدلها الحسابي هو $\bar{x}$ ، لدينا :

$V=\overline{(x^2)}-(\bar{x})^2$ حيث : $\overline{(x^2)}=\dfrac{n_1x_1^2+n_2x_2^2+...+n_px_p^2}{N}$

مثال :

أحسب مغايرة المتسلسلتين السابقتين .

جواب :

- بالنسبة للمتسلسلة الأولى :

لدينا $(\bar{x})^2=11^2=121$ و

$$\overline{(x^2)}=\frac{1\times8^2+2\times9^2+3\times10^2+5\times11^2+3\times12^2+2\times13^2+1\times14^2}{17}$$

$$=\frac{2097}{17}$$

إذن : $V=\dfrac{2097}{17}-121=\dfrac{2097-2057}{17}=\dfrac{40}{17}\approx2,3529$

- بالنسبة للمتسلسلة الثانية : عمل منزلي .

3) الانحراف الطرازي :

تعريف :

لتكن $(x_i;n_i)$ ، $1\le i\le p$ متسلسلة إحصائية مغايرتها V ، الانحراف الطرازي لهذه المتسلسلة هو $\sigma=\sqrt{V}$.

مثال :

أحسب الانحراف الطرازي للمتسلسلتين السابقتين ، ماذا تلاحظ ؟

جواب :

بالنسبة للمتسلسلة الأولى (نقط الرياضيات) : $\sigma_1=\sqrt{V_1}\approx1,5339$

بالنسبة للمتسلسلة الثانية (نقط الفرنسية) : $\sigma_2=\sqrt{V_2}\approx4,7029$

نلاحظ أن $\sigma_1<\sigma_2$ وهذا يعني أن النقط التي حصل عليها هؤلاء التلاميذ في مادة الرياضيات أقل تشتتا من النقط التي حصلوا عليها في مادة الفرنسية .

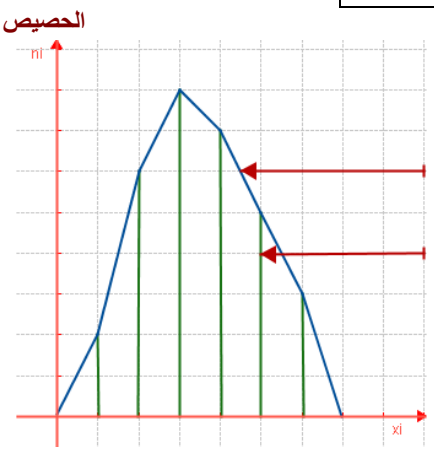
IV- التمثيلات المبيانية :

إذا كانت الجداول الإحصائية تزودنا بمعطيات عددية مضبوطة فإن ترجمة هذه الجداول إلى مبيانات تمكننا من قراءة سريعة وتعطينا فكرة عامة حول الظاهرة المدروسة .

1) المخطط العصوي – مضلع الحصيصات :

الجدول التالي يتضمن درجات الحرارة خلال شهر دجنبر بإحدى المدن :

درجة الحرارة x_i	1	2	3	4	5	6
عدد الأيام n_i	2	6	8	7	5	3

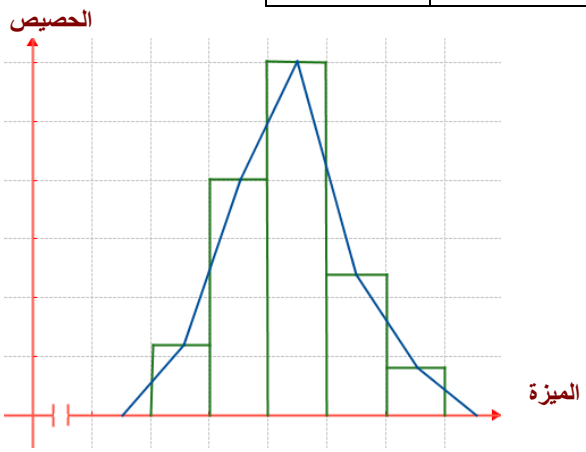


الشكل جانبه هو التمثيل المبياني الموافق للحصيص المدروس وهو يسمى مخططا عصويا ، والخط المضلعي الذي يربط بين رؤوس هذه العصي يسمى مضلع الحصيصات .

2) المخطط بالأشرطة (المدراج) :

يعطي الجدول التالي أوزان تلاميذ إحدى المؤسسات (بـ kg) :

الوزن الصنف بـ kg	$[40;45[$	$[45;50[$	$[50;55[$	$[55;60[$	$[60;65[$
عدد التلاميذ	3	10	15	6	2



هذا التمثيل المبياني يسمى مدراج أو مخطط بالأشرطة ،
والخط المضلعي الذي يربط بين منتصفات الأضلاع العليا
لهذه المستطيلات يسمى مضلع الحصيصات .

3) المخطط القطاعي :

يعطي الجدول التالي توزيع 60 شخصا حسب الفصيلة الدموية (ميزة كيفية):

الميزة : الفصائل	الفصيلة A	الفصيلة B	الفصيلة AB	الفصيلة O
عدد الأشخاص n_i	12	15	9	24
النسبة المئوية p_i	20 %	25 %	15 %	40 %
قياس الزاوية على المخطط α_i	72^o	90^o	54^o	144^o

(تذكير: $p_i = \dfrac{n_i \times 100}{N}$ و $\alpha_i = 3,6p_i$)
يتكون الشكل جانبه من قطاعات زاوية ، هذا التمثيل
المبياني يسمى مخططا قطاعيا .