مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية ومبادئ في الحسابيات

I- مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية :

1) اصطلاحات ورموز :

أ) نشاط :

من بين الأعداد التالية ، حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية :

3 ، $\frac{14}{2}$ ، $1,5$ ، $-3-5$ ، 0 ، $\sqrt{2}$ ، $\frac{10}{3}$ ، $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$

ب) ترميز :

- الأعداد الصحيحة الطبيعية تُكون مجموعة نرمز لها بالرمز $\mathbb{N}$ ، ونكتب : $\mathbb{N}=\{0;1;2;3;.....\}$

- نرمز لمجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية غير المنعدمة بالرمز : $\mathbb{N}^*$ ، ونكتب : $\mathbb{N}^*=\{1;2;3;.....\}$

2) قواسم – مضاعفات عدد صحيح طبيعي :

أ) نشاط :

نريد رسم مستطيلا مساحته 36 (cm^2 بـ) بحيث يكون بعداه a و b (cm بـ) عددين صحيحين طبيعيين .

1) هل يمكن رسم هذا المستطيل في الحالات التالية ؟ (معللا جوابك)

أ) $a=9$ ب) $a=10$ ج) $b=3$ د) $b=1$.

2) أ) أملأ الجدول التالي :

a	9		36	6	
b		3			2

ب) ماذا تمثل الأعداد 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 6 ، 9 ، 12 ، 18 و 36 بالنسبة للعدد 36 وماذا يمثل العدد 36 بالنسبة لهذه الأعداد ؟

ب) تعريف :

ليكن a و b عددين من $\mathbb{N}$.
إذا وُجد عدد صحيح طبيعي k بحيث $a=kb$ ، نقول إن :
✱ b قاسم للعدد a (أو b يقسم a)
✱ a يقبل القسمة على b .
✱ a مضاعف للعدد b .

مثال :

لدينا $17\times5=85$ إذن : 85 مضاعف للعدد 17 ، ومضاعف كذلك للعدد 5 (لأن : $85=17\times5$)
العددان 5 و 17 قاسمان للعدد 85 .

ج) ملاحظة :

☜ العدد 0 مضاعف لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية . (لكل $p\in\mathbb{N}$ لدينا : $0=0\times p$)
☜ العدد 1 قاسم لجميع الأعداد الصحيحة الطبيعية . (لكل $p\in\mathbb{N}$ لدينا : $p=p\times1$)
☜ كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم ، هو قاسم ومضاعف لنفسه . (لكل $p\in\mathbb{N}^*$ لدينا : $p=1\times p$)

3) الأعداد الزوجية والأعداد الفردية :

تعريف :

✱ كل عدد صحيح طبيعي n قابل للقسمة على 2 يسمى عددا زوجيا ، ويكتب على شكل $n=2.k$ حيث $k\in\mathbb{N}$.
✱ كل عدد صحيح طبيعي n غير قابل للقسمة على 2 يسمى عددا فرديا ، ويكتب على شكل $n=2.k+1$ حيث $k\in\mathbb{N}$.

أمثلة :

حدد الأعداد الزوجية والأعداد الفردية من بين الأعداد : 0 ، 2 ، 3 ، 19 ، 28 ، 156 ، 287 ، 2016 .

تمرين تطبيقي :

ليكن $n\in\mathbb{N}$ ،
أ) بين أن الأعداد $6n$ ، $2n+6$ و $4n+8$ هي أعداد زوجية .
ب) بين أن الأعداد $2n+5$ ، $4n+7$ و $8n+3$ هي أعداد فردية .

4) قابلية القسمة على 2 ، 3 ، 4 ، 5 و 9 :

خاصية :

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا ، يكون العدد n قابلا للقسمة على :
2 إذا كان رقم وحداته هو 0 أو 2 أو 4 أو 6 أو 8 .
3 إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 3 .
4 إذا كان رقم وحداته مع رقم عشراته في نفس الترتيب يكونان عددا مضاعفا للعدد 4 .
5 إذا كان رقم وحداته هو 0 أو 5 .
9 إذا كان مجموع أرقامه مضاعفا للعدد 9 .

أمثلة :

من بين الأعداد التالية ، حدد الأعداد الزوجية ثم الأعداد التي تقبل القسمة على 3 ،ثم الأعداد التي تقبل القسمة على 4 ، ثم الأعداد التي تقبل القسمة على 5 ، ثم الأعداد التي تقبل القسمة على 9 : 745 ، 9621 ، 5120 ، 7532 ، 9991 .

5) الأعداد الأولية :

تعريف :

ليكن n عددا صحيحا طبيعيا ، نقول إن n عدد أولي ، إذا كان يقبل قاسمين فقط (مختلفين) هما 1 و n .

أمثلة :

حدد الأعداد الأولية الأصغر من 40 .

6) التفكيك إلى جداء عوامل أولية :

خاصية مقبولة :

كل عدد صحيح طبيعي غير منعدم ويخالف 1 ، يمكن كتابته على شكل جداء عوامل أولية .

تمرين تطبيقي :

1) فكك الأعداد التالية إلى جداء عوامل أولية : 24 ، 36 ، 150 ، 294 و 924 .

2) أ) استنتج اختزال العدد $\frac{924}{294}$.

ب) بسط العدد $\sqrt{150\times 294}$.

II– القاسم المشترك الأكبر :

1) نشاط :

أ) حدد قواسم العدد 36 ثم قواسم العدد 45 .

ب) استنتج القواسم المشتركة للعددين 36 و 45 .

ج) استنتج القاسم المشترك الأكبر للعددين 36 و 45 .

2) تعريف :

ليكن n و m عددين من $\mathbb{N}^*$ ،

أكبر قاسم مشترك للعددين n و m يسمى القاسم المشترك الأكبر للعددين n و m ونرمز له بالرمز : $PGCD(n;m)$

أو بالرمز $(n\wedge m)$.

مثال :

حدد القاسم المشترك الأكبر لعددين 55 و 60 .

3) تعريف :

ليكن n و m عددين من $\mathbb{N}^*$ ،

إذا كان : $PGCD(n;m)=1$ فإننا نقول إن العددين n و m أوليين فيما بينهما .

مثال :

1) هل العددين 18 و 35 أوليين فيما بينهما ؟

2) نفس السؤال بالنسبة للعددين : 75 و 80 ثم بالنسبة للعددين : 96 و 169 .

4) خاصية مقبولة :

ليكن n و m عددين من $\mathbb{N}^*$ ،

القاسم المشترك الأكبر للعددين n و m هو جداء العوامل الأولية المشتركة في تفكيكهما ، والمرفوعة إلى أصغر أس .

مثال :

حدد القاسم المشترك الأكبر للعددين : 504 ، 720 ثم للعددين : 924 و 294 .

III– المضاعف المشترك الأصغر :

1) نشاط :

أ) حدد مضاعفات العدد 6 الأصغر من أو تساوي 48 ثم حدد مضاعفات العدد 8 الأصغر من أو تساوي 48 .

ب) استنتج المضاعفات المشتركة للعددين 6 و 8 الأصغر من أو تساوي 48 .

ج) استنتج المضاعف المشترك الأصغر للعددين 6 و 8 .

2) تعريف :

ليكن n و m عددين من $\mathbb{N}^*$ ،

أصغر مضاعف مشترك غير منعدم للعددين n و m يسمى المضاعف المشترك الأصغر لـ n و m ونرمز له بالرمز :

$PPCM(n;m)$ أو بالرمز $(n\vee m)$.

مثال :

حدد المضاعف المشترك الأصغر للعددين 12 و 15 ثم للعددين 21 و 28 .

3) خاصية مقبولة :

ليكن n و m عددين من $\mathbb{N}^*$ ،

المضاعف المشترك الأصغر للعددين n و m هو جداء العوامل الأولية المشتركة وغير المشتركة في تفكيكهما ، والمرفوعة إلى أكبر أس .

مثال :

حدد المضاعف المشترك الأصغر للعددين : 504 ، 720 ثم للعددين : 924 و 294 .