Niveau : TCS
Matière : Maths.

Devoir maison 1
Semestre I

Lycée Ibn Rochd.
P. El KOULALI Oumaima.
Année scolaire : 2023/2024.

Exercice1 : Soient $x\ et\ y$ deux entiers naturels.

1. Montrer que $x - y\ et\ x + y$ ont la même parité.
2. Décomposer 28 en produit de facteurs premiers, puis déterminer tous les diviseurs pairs de 28.
3. Résoudre dans $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ l'équation : $x^2 - y^2 = 28$.

Exercice2 : Soit $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que $\frac{2n+21}{n+3} = 2 + \frac{15}{n+3}$
2. En déduire les valeurs de l'entier naturel n pour que $\frac{2n+21}{n+3} \in \mathbb{N}$.

Exercice3 : Déterminer les chiffre x et y pour que :

1. Le nombre : $M = 95x\ 2x\ 31x$ soit divisible par 3 et aussi un nombre impair. (Déterminer tous les nombres possibles)
2. Le nombre : $N\ = 12x\ 34y\ 6$ soit multiple de 4 et de 9 (Déterminer tous les nombres possibles).

Exercice4 : Soit $x \in \mathbb{N}$.

1. Développer : $(x+1)^2 - x^2$
2. En déduire que tout nombre impair est la différence de deux carrées consécutifs.
3. Ecrire $n^2 + n + 7$ comme différence de deux carrées consécutifs.
4. Etudier la parité de $n^2 + n + 7$.

Exercice5 : Soit $n \in \mathbb{N}$.

1. Montrer que $n^2 + 3n + 4$ et $n^2 - 3n + 4$ sont pairs.
2. Montrer que 4 divise $n^4 - n^2 + 16$.
3. Montrer que si $n + 1$ est multiple de 4 alors $n^2 + 3$ est aussi multiple de 4.
4. Montrer que si $n \geq 4\ et\ n - 4$ est multiple de 5 alors $n^2 - 1$ est aussi un multiple de 5.
5. Soit n un entier naturel impair.
   a- Etudier la parité de $n^2 - 1$ et $n^2 + 1$
   b- Monter que 8 divise $n^2 - 1$
   c- En déduire que $n^4 - 1$ est un multiple de 16.

Exercice6 :

1. Soit $n \in \mathbb{N}$.

on pose $a = 2 \times 3^{2n+3} + 9 \times 3^{2n}$ et $b = 2 \times 13^{n+1} - 4 \times 13^{n}$

   a- Montrer que 7 divise a.

   b- Montrer que b est un multiple de 11.

   c- Décomposer a et b en produit de facteurs premiers.

   d- Déterminer le **plus petit** entier n pour que $\sqrt{n \times a} \in \mathbb{N}$

2. Soit $n \in \mathbb{N}$ avec $n \geq 6$. Déterminer les valeurs possibles de n pour que : $\frac{n+14}{n-6} \in \mathbb{N}$.

Exercice7 :

1. Déterminer les diviseurs de 22.
2. En déduire tous les entiers naturels x et y qui vérifient $(x+2)(y+1) = 22$

Exercice 8 : Soient x = 4680 et y = 5940.

1. Décomposer x et y en produit de facteurs premiers ; puis en déduire la décomposition de $x^3 \times y^2$ en produit de facteurs premiers
2. Déterminer $pgcd\,(x, y)$ et $ppcm\,(x, y)$.
3. Déterminer le plus petit entier naturel m pour que ma soit un carré parfait.

Exercice9 : Soit ABCD un parallélogramme et les deux points E et F tel que :

$$\overrightarrow{AF} = 4\overrightarrow{AD} \text{ et } \overrightarrow{BE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}.$$

1. Faire une figure.
2. Montrer que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CF} = 3\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CD}$.
3. En déduire que les points E ; F et C sont alignés.
4. Construire le point G tel que $\overrightarrow{GB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{CB}$.
5. Montrer que les deux vecteurs $\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{BD}$ sont colinéaires.

Exercice10 :

Soit ABC un triangle et M un point défini par : $\overrightarrow{AM} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$.

1. Construire le point M' le projeté de M sur la droite (AC) parallèlement à (BC).
2. Montrer que : $\overrightarrow{AM'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et en déduire que : $\overrightarrow{MM'} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$

« Soit A un sucée dans la vie. Alors A=x+y+z, ou x=travailler et y=s'amuser et z=se taire. » Albert Einstein.