LYCÉE LAFQIH ELKANOUNI *Année scolaire 2026–2027*	**Devoir surveillé N°1** **Semestre N°1**	**Matière :** Mathématiques **Niveau :** T.C.S.F **Prof :** Meriem elmkhenter **Version :** A **Note :** . . . . . /20

Exercice 1 — 4 points

On considère les nombres $a = 1500$ et $b = 2160$.

1) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1 pt)**

2) En déduire PGCD(a, b) et PPCM(a, b). **(1 pt)**

3) Montrer que PGCD$(a, b) \times$ PPCM$(a, b) = a \times b$. **(1 pt)**

4) Simplifier la fraction $\dfrac{b}{a}$. **(1 pt)**

Exercice 2 — 7 points

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1) Étudier la parité de $n^2 + 7n + 5$. **(1 pt)**

2) On pose $a = 16 \times 13^n - 13^{n+1}$ et $b = 11^{n+1} + 7 \times 11^n$.

a) Montrer que 3 divise a. **(0,5 pt)**

b) Montrer que b est un multiple de 9. **(0,5 pt)**

c) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1,5 pt)**

d) Déterminer le plus petit entier naturel m non nul tel que $\sqrt{ma} \in \mathbb{N}$, en distinguant les cas où n est pair ou impair. **(1,5 pt)**

3) On suppose $n > 2$.

a) Vérifier que $\dfrac{n+16}{n-2} = 1 + \dfrac{18}{n-2}$. **(0,5 pt)**

b) Déterminer les valeurs possibles de n pour lesquelles $\dfrac{n+16}{n-2} \in \mathbb{N}$. **(1,5 pt)**

Exercice 3 — 6 points

$ABCD$ est un parallélogramme et I, J deux points tels que $\overrightarrow{DJ} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{CI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$. **(2 pt)**

3) a) Montrer que $2\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{0}$. **(0,75 pt)**

b) En déduire que les points C, I et J sont alignés. **(0,75 pt)**

4) Soit M le milieu de $[DJ]$ et N un point tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN}$.

a) Montrer que C est le milieu du segment $[MN]$. **(1 pt)**

b) Montrer que $(MN) \parallel (BD)$. **(1 pt)**

Exercice 4 — 3 points

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Soit J un point tel que $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AC}$. Soient K le projeté de J sur (BC) parallèlement à (AB), et I le projeté de O sur (BC) parallèlement à (AB).

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{BK} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$. **(1 pt)**

3) Montrer que I est le milieu de $[BC]$. **(0,75 pt)**

4) En déduire que $\overrightarrow{IK} = \dfrac{1}{6}\overrightarrow{BC}$. **(0,75 pt)**

LYCÉE LAFQIH ELKANOUNI *Année scolaire 2026–2027*	**Devoir surveillé N°1** **Semestre N°1**	**Matière :** Mathématiques **Niveau :** T.C.S.F **Prof :** Meriem elmkhenter **Version :** B **Note :** . . . . . /20

Exercice 1 — 4 points

On considère les nombres $a = 1260$ et $b = 1980$.

1) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1 pt)**

2) En déduire $\text{PGCD}(a, b)$ et $\text{PPCM}(a, b)$. **(1 pt)**

3) Montrer que $\text{PGCD}(a, b) \times \text{PPCM}(a, b) = a \times b$. **(1 pt)**

4) Simplifier la fraction $\dfrac{b}{a}$. **(1 pt)**

Exercice 2 — 7 points

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1) Étudier la parité de $n^2 + 7n + 5$. **(1 pt)**

2) On pose $a = 20 \times 17^n - 17^{n+1}$ et $b = 7^{n+1} + 2 \times 7^n$.

a) Montrer que 3 divise a. **(0,5 pt)**

b) Montrer que b est un multiple de 9. **(0,5 pt)**

c) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1,5 pt)**

d) Déterminer le plus petit entier naturel m non nul tel que $\sqrt{ma} \in \mathbb{N}$, en distinguant les cas où n est pair ou impair. **(1,5 pt)**

3) On suppose $n > 4$.

a) Vérifier que $\dfrac{n+14}{n-4} = 1 + \dfrac{18}{n-4}$. **(0,5 pt)**

b) Déterminer les valeurs possibles de n pour lesquelles $\dfrac{n+14}{n-4} \in \mathbb{N}$. **(1,5 pt)**

Exercice 3 — 6 points

$ABCD$ est un parallélogramme et I, J deux points tels que $\overrightarrow{DJ} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{CI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$. **(2 pt)**

3) a) Montrer que $2\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{0}$. **(0,75 pt)**

b) En déduire que les points C, I et J sont alignés. **(0,75 pt)**

4) Soit M le milieu de $[DJ]$ et N un point tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN}$.

a) Montrer que C est le milieu du segment $[MN]$. **(1 pt)**

b) Montrer que $(MN) \parallel (BD)$. **(1 pt)**

Exercice 4 — 3 points

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Soit J un point tel que $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{AC}$. Soient K le projeté de J sur (BC) parallèlement à (AB), et I le projeté de O sur (BC) parallèlement à (AB).

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{BK} = \dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}$. **(1 pt)**

3) Montrer que I est le milieu de $[BC]$. **(0,75 pt)**

4) En déduire que $\overrightarrow{IK} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. **(0,75 pt)**

LYCÉE LAFQIH ELKANOUNI *Année scolaire 2026–2027*	**Devoir surveillé N°1** **Semestre N°1**	**Matière :** Mathématiques **Niveau :** T.C.S.F **Prof :** Meriem elmkhenter **Version :** C **Note :** . . . . . /20

Exercice 1 — 4 points

On considère les nombres $a = 1800$ et $b = 2520$.

1) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1 pt)**

2) En déduire PGCD(a, b) et PPCM(a, b). **(1 pt)**

3) Montrer que PGCD$(a, b) \times$ PPCM$(a, b) = a \times b$. **(1 pt)**

4) Simplifier la fraction $\dfrac{b}{a}$. **(1 pt)**

Exercice 2 — 7 points

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1) Étudier la parité de $n^2 + 7n + 5$. **(1 pt)**

2) On pose $a = 22 \times 19^n - 19^{n+1}$ et $b = 5^{n+1} + 4 \times 5^n$.

a) Montrer que 3 divise a. **(0,5 pt)**

b) Montrer que b est un multiple de 9. **(0,5 pt)**

c) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1,5 pt)**

d) Déterminer le plus petit entier naturel m non nul tel que $\sqrt{ma} \in \mathbb{N}$, en distinguant les cas où n est pair ou impair. **(1,5 pt)**

3) On suppose $n > 5$.

a) Vérifier que $\dfrac{n+19}{n-5} = 1 + \dfrac{24}{n-5}$. **(0,5 pt)**

b) Déterminer les valeurs possibles de n pour lesquelles $\dfrac{n+19}{n-5} \in \mathbb{N}$. **(1,5 pt)**

Exercice 3 — 6 points

$ABCD$ est un parallélogramme et I, J deux points tels que $\overrightarrow{DJ} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{CI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$. **(2 pt)**

3) a) Montrer que $2\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{0}$. **(0,75 pt)**

b) En déduire que les points C, I et J sont alignés. **(0,75 pt)**

4) Soit M le milieu de $[DJ]$ et N un point tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN}$.

a) Montrer que C est le milieu du segment $[MN]$. **(1 pt)**

b) Montrer que $(MN) \parallel (BD)$. **(1 pt)**

Exercice 4 — 3 points

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Soit J un point tel que $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{AC}$. Soient K le projeté de J sur (BC) parallèlement à (AB), et I le projeté de O sur (BC) parallèlement à (AB).

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{BK} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. **(1 pt)**

3) Montrer que I est le milieu de $[BC]$. **(0,75 pt)**

4) En déduire que $\overrightarrow{IK} = -\dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$. **(0,75 pt)**

LYCÉE LAFQIH ELKANOUNI *Année scolaire 2026–2027*	**Devoir surveillé N°1** **Semestre N°1**	**Matière :** Mathématiques **Niveau :** T.C.S.F **Prof :** Meriem elmkhenter **Version :** D **Note :** . . . . . /20

Exercice 1 — 4 points

On considère les nombres $a = 1440$ et $b = 2100$.

1) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1 pt)**

2) En déduire PGCD(a, b) et PPCM(a, b). **(1 pt)**

3) Montrer que PGCD$(a, b) \times$ PPCM$(a, b) = a \times b$. **(1 pt)**

4) Simplifier la fraction $\dfrac{b}{a}$. **(1 pt)**

Exercice 2 — 7 points

Soit $n \in \mathbb{N}$.

1) Étudier la parité de $n^2 + 7n + 5$. **(1 pt)**

2) On pose $a = 26 \times 23^n - 33^{n+1}$ et $b = 2^{n+1} + 7 \times 2^n$.

a) Montrer que 3 divise a. **(0,5 pt)**

b) Montrer que b est un multiple de 9. **(0,5 pt)**

c) Décomposer a et b en produits de facteurs premiers. **(1,5 pt)**

d) Déterminer le plus petit entier naturel m non nul tel que $\sqrt{ma} \in \mathbb{N}$, en distinguant les cas où n est pair ou impair. **(1,5 pt)**

3) On suppose $n > 3$.

a) Vérifier que $\dfrac{n+17}{n-3} = 1 + \dfrac{20}{n-3}$. **(0,5 pt)**

b) Déterminer les valeurs possibles de n pour lesquelles $\dfrac{n+17}{n-3} \in \mathbb{N}$. **(1,5 pt)**

Exercice 3 — 6 points

$ABCD$ est un parallélogramme et I, J deux points tels que $\overrightarrow{DJ} = 2\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{AI} = \dfrac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{CI} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB}$. **(2 pt)**

3) a) Montrer que $2\overrightarrow{CI} + \overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{0}$. **(0,75 pt)**

b) En déduire que les points C, I et J sont alignés. **(0,75 pt)**

4) Soit M le milieu de $[DJ]$ et N un point tel que $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BN}$.

a) Montrer que C est le milieu du segment $[MN]$. **(1 pt)**

b) Montrer que $(MN) \parallel (BD)$. **(1 pt)**

Exercice 4 — 3 points

$ABCD$ est un parallélogramme de centre O. Soit J un point tel que $\overrightarrow{AJ} = \dfrac{4}{5}\overrightarrow{AC}$. Soient K le projeté de J sur (BC) parallèlement à (AB), et I le projeté de O sur (BC) parallèlement à (AB).

1) Construire une figure convenable. **(0,5 pt)**

2) Montrer que $\overrightarrow{BK} = \dfrac{4}{5}\overrightarrow{BC}$. **(1 pt)**

3) Montrer que I est le milieu de $[BC]$. **(0,75 pt)**

4) En déduire que $\overrightarrow{IK} = \dfrac{3}{10}\overrightarrow{BC}$. **(0,75 pt)**