

www.mosaid.xyz

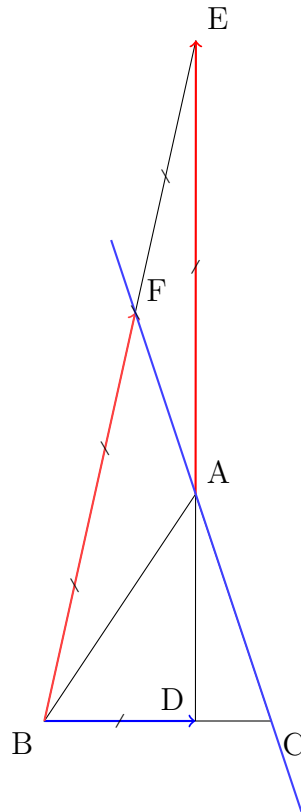
Exercice 2:

1. La figure:

$$\overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$$



2. Montrer que $\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$ puis $\overrightarrow{FB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

On a:

$$\overrightarrow{AE} = -2\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AD}$$

$$\overrightarrow{EA} = 2(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD})$$

$$\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BD}$$

$$\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + 2 \times \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{EA} = 2\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}$$

On a:

$$\overrightarrow{BF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BE}$$

$$\overrightarrow{FB} = \frac{3}{5}\overrightarrow{EB}$$

$$\overrightarrow{FB} = \frac{3}{5}(\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AB})$$

$$\overrightarrow{FB} = \frac{3}{5}\overrightarrow{EA} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{FB} = \frac{3}{5}(2\overrightarrow{AB} + \frac{4}{3}\overrightarrow{BC}) + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{FB} = \frac{6}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{5} \times \frac{4}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{3}{5}\overrightarrow{AB}$$

$$\overrightarrow{FB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$$

Pour montrer que les points A, F et C sont alignés, il suffit de montrer que les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires

On va utiliser les deux relations qu'on vient de démontrer:

On a: $\overrightarrow{FB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$ donc $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AB} = \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$

Donc $\overrightarrow{FA} = -\overrightarrow{AB} + \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$

Donc $\overrightarrow{FA} = -\frac{5}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{9}{5}\overrightarrow{AB} - \frac{4}{5}\overrightarrow{AB} + \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$ donc $\overrightarrow{FA} = \frac{4}{5}\overrightarrow{AC}$

Alors les vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{FA}$ sont colinéaires et les points A, F et C sont alignés.



MOSAID le 30/10/2024

www.mosaid.xyz