Exercice 1:

Soient $a = 216$ et $b = 312$

1.a la décomposition:

$$\begin{array}{r|l} 216 & 2 \\ 108 & 2 \\ 54 & 2 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 312 & 2 \\ 156 & 2 \\ 78 & 2 \\ 39 & 3 \\ 13 & 13 \\ 1 & \end{array}$$

Donc $a = 2^3 \times 3^3$ et $b = 2^3 \times 3 \times 13$

On a $pgcd(a, b) = 2^3 \times 3 = 24$ et $ppcm(a, b) = 2^3 \times 3^3 \times 13$

On a $\sqrt{ab} = \sqrt{2^3 \times 3^3 \times 2^3 \times 3 \times 13} = \sqrt{2^6 \times 3^4 \times 13}$

$$= \sqrt{(2^3)^2 \times (3^2)^2 \times 13} = 2^3 \times 3^2\sqrt{13} = 72\sqrt{13}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{2^3 \times 3^3}{2^3 \times 3 \times 13} = \frac{9}{13}$$

Utiliser l'algorithme d'euclid pour determiner $pgcd(1344, 4500)$

On a

$$4500 = 1344 \times 3 + \mathbf{468}$$

$$1344 = 468 \times 2 + \mathbf{408}$$

$$468 = 408 \times 1 + \mathbf{60}$$

$$408 = 60 \times 6 + \mathbf{48}$$

$$60 = 48 \times 1 + \mathbf{12}$$

$$48 = 12 \times 4 + \mathbf{0}$$

Le dernier reste non nul est le pgcd donc $pgcd(4500, 1344) = 12$

4. Etudier la parité de $A = n^3 + n^2 + n + 1;, \quad n \in \mathbb{N}$

methode 1:

si n est paire : donc n^3; n^2 sont aussi paires et leurs somme est paire. donc $(n^3 + n^2 + n) + 1$ est impaire

si n est impaire : donc n^3; n^2 sont aussi impaires et la somme de 3 impaires est impaire. donc $(n^3 + n^2 + n) + 1$ est paire

methode 2:

$A = n^3 + n^2 + n + 1 = n^2(n+1) + n + 1 = n.n(n+1) + n + 1$

le produit $n(n+1)$ est paire donc $n.n(n+1)$ est paire

donc $n.n(n+1) = 2a$, avec $a \in \mathbb{N}$

Alors $A = 2a + n + 1$

si n est paire : donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2k$

On a $A = 2a + 2k + 1 = 2(a+k) + 1$

donc **A est impaire**

si n est impaire : donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2k+1$

On a $A = 2a + 2k + 1 + 1 = 2a + 2k + 2 = 2(a + k + 1)$ donc **A est paire**

methode 3:

$$\begin{aligned} A &= n^3 + n^2 + n + 1 \\ &= n^2(n+1) + n + 1 \\ &= n^2(n+1) + n + 1 \\ &= (n+1)(n^2+1) \end{aligned}$$

si n est paire : donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2k$

donc $A = (2k+1)((2k)^2 + 1)$ est le produit de deux impaires donc **impaire**

si n est impaire : donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2k+1$

donc

$$\begin{aligned} A &= (2k+1+1)((2k+1)^2+1) \\ &= (2k+2)((2k+1)^2+1) \\ &= 2(k+1)((2k+1)^2+1) \\ &= 2k' \end{aligned}$$

donc **A est paire**

5. Pour résoudre l'équation $(x-4)(x+7) = 26$ On détermine tout d'abord les diviseurs de 26:

On a $D_{26} = \{1, 26, 2, 13\}$

donc : $\begin{cases} x - 4 = 1 \\ x + 7 = 26 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x - 4 = 26 \\ x + 7 = 1 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x - 4 = 2 \\ x + 7 = 13 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x - 4 = 13 \\ x + 7 = 2 \end{cases}$

donc $\begin{cases} x = 5 \\ x = 19 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 30 \\ x = 6 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 6 \\ x = 6 \end{cases}$ ou $\begin{cases} x = 17 \\ x = -5 \end{cases}$

Le seul cas correct est $x = 6$. donc la solution de cette équation est $x = 6$.

MOSAID le 30/10/2024

www.mosaid.xyz