www.mosaid.xyz

Exercice 1:

Soient $x = 588$ et $y = 462$

1.a la décomposition:

$$\begin{array}{r|l} 588 & 2 \\ 294 & 2 \\ 147 & 3 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 462 & 2 \\ 231 & 3 \\ 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Donc $x = 2^2 \times 3 \times 7^2$ et $y = 2 \times 3 \times 7 \times 11$

On a $pgcd(x, y) = 2 \times 3 \times 7 = 42$ et $ppcm(x, y) = 2^2 \times 3 \times 7^2 \times 11$

On a $\sqrt{3x} = \sqrt{3 \times 2^2 \times 3 \times 7^2} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 7^2} = 2 \times 3 \times 7 = 42$

$$\sqrt{\frac{7x}{22y}} = \sqrt{\frac{\cancel{7} \times \cancel{2^2} \times \cancel{3} \times 7^2}{\cancel{2} \times 11 \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{7} \times 11}} = \sqrt{\frac{7^2}{11^2}} = \frac{7}{11}$$

2. On a $3+2+0+0+1 = 6$ est multiple de 3 donc 32001 est divisible par 3 donc 32001 n'est pas premier.

3. On a $a = 6n^3 - 2n + 1 = 2(3n^2 - n) + 1$ donc il est impaire

4.a On a $(a + b) + (a - b) = 2a$ est paire donc $a + b$ et $a - b$ ont la meme parité.

4.b On a $a^2 - b^2 = 24$ donc $(a - b)(a + b) = 24$

et on a $D_{24} = \{1, 24, 2, 12, 3, 8, 4, 6\}$

sachant que $a - b$ et $a + b$ ont la meme parité on exclus les couples $(1, 24)$ et $(3, 8)$ On a :

$$\begin{cases} a - b = 2 \\ a + b = 12 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a - b = 12 \\ a + b = 2 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a - b = 4 \\ a + b = 6 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a - b = 6 \\ a + b = 4 \end{cases}$$

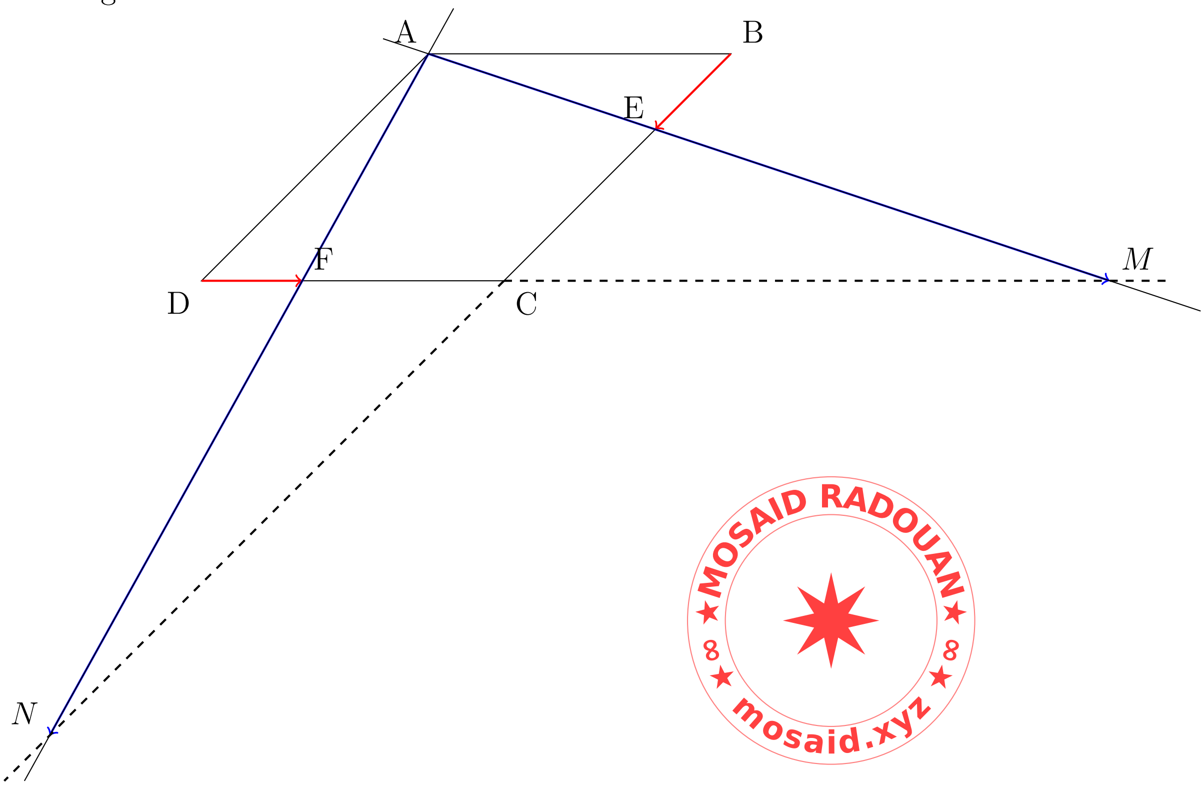
avec une combinaison linéaire (1) + (2) on aura: $2a = 14$ ou $2a = 10$ donc $a = 7$ ou $a = 5$

$$\begin{cases} a = 7 \\ b = 5 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a = 7 \\ b = 5 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a = 5 \\ b = 1 \end{cases} \text{ ou } \begin{cases} a = 5 \\ b = -1 \end{cases}$$

Donc les couples (a, b) sont $(7, 5)$ et (5,1)

Exercice 2:

1. La figure:



2. Montrer que $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$:

dans le triangle EMC. on a $B \in (EC)$ et $A \in (EM)$ tels que $(AB)//(CM)$ car $(AB)//(CD)$

D'aprés le theorème de thales On a $\frac{BE}{BC} = \frac{AE}{AM}$ avec $\frac{BE}{BC} = \frac{1}{3}$

donc $\frac{AE}{AM} = \frac{1}{3}$ alors $AE = \frac{1}{3}AM$ et puisqe le sens $A \to E$ est le meme que $A \to M$ et les points sont alignés alors $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$

2. Montrer que $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$:

dans le triangle FNC. on a $D \in (FC)$ et $A \in (FN)$ tels que $(AD)//(CN)$ car $(AD)//(BC)$

D'aprés le theorème de thales On a $\frac{DF}{DC} = \frac{AF}{AN}$ avec $\frac{DF}{DC} = \frac{1}{3}$

donc $\frac{AF}{AN} = \frac{1}{3}$ alors $AF = \frac{1}{3}AN$ et puisqe le sens $A \to F$ est le meme que $A \to N$ et les points sont alignés alors $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$

3. On a

$\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM}$ $\quad \overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$ $\quad$ donc $\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AM} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AN}$ $\quad$ donc $\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AM})$

alors $\overrightarrow{FE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{NM}$

alors $(EF)//(MN)$

MOSAID le 01/11/2024

www.mosaid.xyz