

www.mosaid.xyz

Exercice 1:

Soient $x = 3600$ et $y = 1350$

1.a la décomposition:

On a $x = 3600 = 36 \times 100 = 6 \times 6 \times 10 \times 10 = 3 \times 2 \times 3 \times 2 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 3^2 \times 5^2$

On a $y = 1350 = 135 \times 10 = 135 \times 2 \times 5$

$$\begin{array}{r|l} 135 & 5 \\ 27 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

On Décompose 135:

Donc $y = 5 \times 3^3 \times 2 \times 5 = 2 \times 3^3 \times 5^2$

On a $\text{pgcd}(x, y) = 2 \times 3^2 \times 5^2$ et $\text{ppcm}(x, y) = 2^4 \times 3^3 \times 5^2$

On a $\sqrt{xy} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 5^2 \times 2 \times 3^3 \times 5^2} = \sqrt{(2^2)^2 \times 3 \times 5 \times \sqrt{2 \times 3^2 \times 3} \times 5}$

$$= 2^2 \times 3 \times 5 \times \sqrt{2 \times 3} \times 3 \times 5 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2 \sqrt{6} = 900\sqrt{6}$$

$$\text{On a } \frac{x}{y} = \frac{2^4 \times 3^2 \times 5^2}{2 \times 3^3 \times 5^2} = \frac{2^3}{3} = \frac{8}{3}$$

2. On a $\sqrt{437} = 20.9$. les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{371}$ sont 2,3,5,7,11,13,17 et 19

On a 437 n'est pas divisible par 2 car impaire

on a $4 + 3 + 7 = 14$ donc il n'est pas divisible par 3

aussi il n'est pas divisible par 5

On effectue la division euclidienne par 7 on trouve $437 \div 7 = 62.42$

On effectue la division euclidienne par 11 on trouve $437 \div 11 = 39.72$

On effectue la division euclidienne par 13 on trouve $437 \div 13 = 33.61$

On effectue la division euclidienne par 17 on trouve $437 \div 17 = 25.70$

On effectue la division euclidienne par 19 on trouve $437 = 19 \times 23$

Donc 437 n'est pas premier.

3. Soit $n \in \mathbb{N}$. On a $a = n^2 + 11n + 5 = n^2 + n + 10n + 4 + 1 = n(n+1) + 10n + 4 + 1$

On sait que $n(n+1) = 2k$ car produit de deux nombres successifs.

donc $a = 2k + 10n + 4 + 1 = 2(k + 5n + 2) + 1$ donc **a est impaire quel que soit l'entier n**

On peut aussi l'étudier selon la parité de n c-à-d $n = 2k$ ou $n = 2k + 1$ et essayer de factoriser par 2 comme on a vu dans le cours.



4. On a $D_{39} = \{1, 39, 3, 13\}$

$$\text{donc } \begin{cases} x - 4 = 1 \\ y + 7 = 39 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x - 4 = 39 \\ y + 7 = 1 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x - 4 = 3 \\ y + 7 = 13 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x - 4 = 13 \\ y + 7 = 3 \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} x = 5 \\ y = 32 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 41 \\ y = -6 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 7 \\ y = 6 \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} x = 9 \\ y = -4 \end{cases}$$

Alors les solutions de l'équation sont les couples (5, 32) et (7, 6)

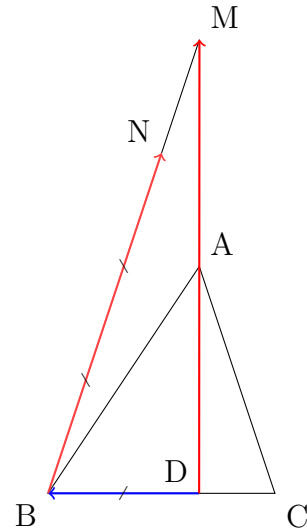
Exercice 2:

1. La figure:

$$\overrightarrow{DB} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BC} \text{ donc } \overrightarrow{BD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DA}$$

$$4\overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{MB} \text{ donc } \overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BM}$$



2. Montrer que $\overrightarrow{MB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

• On a $\overrightarrow{DM} = 2\overrightarrow{DA}$

$$\text{donc } \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{DA}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{DA}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{DA}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CA}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BM} = -\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BM} = -\frac{3}{3}\overrightarrow{AB} + -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \frac{3}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BM} = -\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Alors } \overrightarrow{MB} = \frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$$

• On a $4\overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{MB}$

$$\text{donc } 4\overrightarrow{BN} = -3\left(\frac{4}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BN} = -3\left(\frac{4}{3 \times 4}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3 \times 4}\overrightarrow{AC}\right)$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BN} = -\frac{3 \times 4}{3 \times 4}\overrightarrow{AB} - \frac{3 \times 2}{3 \times 4}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BN} = -\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{Alors } \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

3. Montrer que les points A, C et N sont alignés.

$$\text{On a } \overrightarrow{NB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{NA} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

$$\text{alors } \overrightarrow{NA} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

alors $\overrightarrow{NA}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

donc les points A, C et N sont alignés.

4. Montrer que les points M, B et N sont alignés.

$$\text{On a } 4\overrightarrow{BN} = -3\overrightarrow{MB}$$

$$\text{donc } \overrightarrow{BN} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BM}$$

alors $\overrightarrow{BN}$ et $\overrightarrow{BM}$ sont colinéaires.

Alors les points M, B et N sont alignés.