

www.mosaid.xyz

Exercice 1:

Soient $x = 2420$ et $y = 6930$

1.a la décomposition:

2420	2	6930	2
1210	2	3465	5
605	5	693	3
121	11	231	3
11	11	77	7
1		11	11
		1	

Donc $x = 2^2 \times 5 \times 11^2$ et $y = 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11$

On a $\text{pgcd}(x, y) = 2 \times 5 \times 11 = 110$ et $\text{ppcm}(x, y) = 2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11^2$

On a $\sqrt{5x} = \sqrt{5 \times 2^2 \times 5 \times 11^2} = \sqrt{5^2 \times 2^2 \times 11^2} = 2 \times 5 \times 11 = 110$

$\sqrt{\frac{35y}{22}} = \sqrt{\frac{5 \times 7 \times 2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11}{2 \times 11}} = \sqrt{3^2 \times 5^2 \times 7^2 \times 11^2} = 3 \times 5 \times 7 \times 11$

Utiliser l'algorithme d'euclid pour déterminer $\text{pgcd}(x, y)$

On a

$$6930 = 2420 \times 2 + 2090$$

$$2420 = 2090 \times 1 + 330$$

$$2090 = 330 \times 6 + 110$$

$$330 = 110 \times 3 + 0$$

Le dernier rest non nul est le pgcd donc $\text{pgcd}(x, y) = 110$

2. On a $\sqrt{371} = 19.2$. les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{371}$ sont 2,3,5,7,11,13,17 et 19

On a 371 n'est pas divisible par 2 car impaire

on a $3 + 7 + 1 = 11$ donc il n'est pas divisible par 3

aussi il n'est pas divisible par 5

On effectue la division euclidienne par 7 on trouve $371 = 7 \times 53$

Donc 371 n'est pas premier.



3. Soient $n \in \mathbb{N}$. On a $a = n^2 - n + 1$

si n est paire

donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2k$

donc

$$\begin{aligned} a &= n^2 - n + 1 \\ &= (2k)^2 - 2k + 1 \\ &= 2(2k^2 - k) + 1 \end{aligned}$$

donc impaire

si n est impaire

donc il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2k + 1$

donc

$$\begin{aligned} a &= n^2 - n + 1 \\ &= (2k + 1)^2 - (2k + 1) + 1 \\ &= 4k^2 + 4k + 1 - 2k + 1 - 1 \\ &= 4k^2 + 2k + 1 \\ &= 2(k^2 + k) + 1 \end{aligned}$$

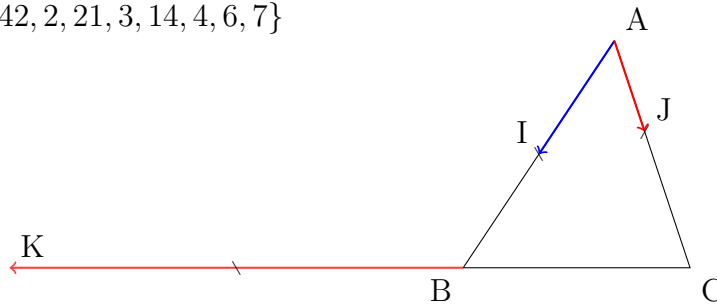
donc impaire

4. On a $D_{42} = \{1, 42, 2, 21, 3, 14, 4, 6, 7\}$

Exercice 2:

1. La figure:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AI} &= \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} \\ \overrightarrow{AJ} &= \frac{2}{5} \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{BK} &= -2 \overrightarrow{BC} \end{aligned}$$



On a:

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AJ} &= \frac{2}{5} \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IJ} &= \frac{2}{5} \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{IJ} &= -\overrightarrow{AI} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{IK} &= -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AC} \end{aligned}$$

$$\text{On a } \overrightarrow{IK} = \frac{5}{2} \overrightarrow{AB} - 2 \overrightarrow{AC}$$

$$\text{Donc } \overrightarrow{IK} = -5 \left(-\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{2}{5} \overrightarrow{AC} \right)$$

$$\text{Alors } \overrightarrow{IK} = -5 \overrightarrow{IJ}$$

Donc les vecteurs sont colinéaires

Donc les points I, J et K sont alignés.

$$\overrightarrow{BK} = -2 \overrightarrow{BC}$$

$$\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IK} = -2 \overrightarrow{BA} - 2 \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IK} = -3 \overrightarrow{BA} - 2 \overrightarrow{AC}$$

$$\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IK} = -3 \overrightarrow{BA} - 2 \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{IK} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} - 3 \overrightarrow{BA} - 2 \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{IK} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + 3 \overrightarrow{AB} - 2 \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{IK} = -\frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{6}{2} \overrightarrow{AB} - 2 \overrightarrow{AC}$$

$$\overrightarrow{IK} = \frac{5}{2} \overrightarrow{AB} - 2 \overrightarrow{AC}$$

MOSAID le 29/10/2024

www.mosaid.xyz