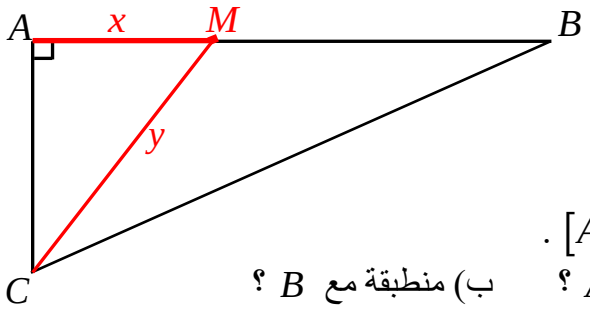
عموميات حول الدوال العددية

1) دالة عددية لمتغير حقيقي ومجموعة تعريفها :

نشاط :



نعتبر مثلثا ABC قائم الزاوية في A بحيث :
$AB=8$ و $AC=3$ و M نقطة من القطعة $[AB]$
نضع $x=AM$ و $y=CM$
1) حدد تعبير y بدلالة x .
2) احسب قيمة y إذا كانت النقطة M منتصف القطعة $[AB]$.
3) ما هي قيمة y عندما تكون النقطة M : أ) منطبقة مع A ؟ ب) منطبقة مع B ؟
4) ماهي مجموعة القيم التي يمكن أن يأخذها العدد x ؟

تعريف :

لتكن D مجموعة ضمن $\mathbb{R}$ ،
كل علاقة f تربط كل عنصر x من D بعنصر وحيد y من $\mathbb{R}$ تسمى دالة عددية للمتغير الحقيقي x .
العدد y يسمى صورة العدد x بالدالة f ونرمز له بالرمز $f(x)$.
المجموعة D تسمى مجموعة تعريف الدالة f ونرمز لها عادة بالرمز D_f .

مثال 1 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي : $f(x)=x^2-3x$

أحسب $f(2)$ ، $f(-1)$ و $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

ملاحظة : نرمز كذلك لهذه الدالة بـ : $f: x \mapsto x^2-3x$

مثال 2 : بعض الدوال الإعتيادية :
1) الدالة العددية $f: x \mapsto 0$ تسمى الدالة المنعدمة ومجموعة تعريفها هي $\mathbb{R}$ (أحسب $f(-3)$ ، $f(1)$ و $f(5)$)
2) الدالة العددية $f: x \mapsto 2$ تسمى دالة ثابتة ومجموعة تعريفها هي $\mathbb{R}$ (أحسب $f(0)$ ، $f(2)$ و $f(-4)$)
3) الدالة العددية $f: x \mapsto 6x$ تسمى دالة خطية ومجموعة تعريفها هي $\mathbb{R}$ (أحسب $f(-1)$ ، $f(5)$ و $f\left(\frac{1}{3}\right)$)
4) الدالة العددية $f: x \mapsto 2x+5$ تسمى دالة تآلفية ومجموعة تعريفها هي $\mathbb{R}$ (أحسب $f(0)$ ، $f(7)$ و $f(-5)$)

مثال 3 :

حدد مجموعة تعريف الدالة العددية f في كل حالة من الحالات التالية ثم أحسب $f(0)$ ، $f(3)$ و $f(9)$ إذا أمكن :

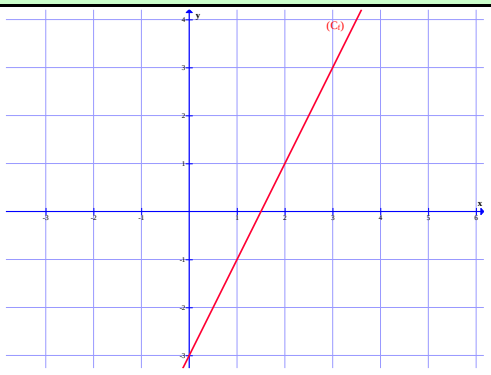
$f(x)=\frac{1}{x}$ ، $f(x)=\frac{12}{x-3}$ ، $f(x)=\sqrt{x}$ و $f(x)=\sqrt{x-5}$

2) التمثيل المبياني لدالة عددية :

تعريف :

لتكن f دالة عددية و D_f مجموعة تعريفها و $(O,I;J)$ معلما متعامدا ممنظما في المستوى .
مجموعة النقط $M(x;y)$ من المستوى بحيث $x \in D_f$ و $y=f(x)$ تسمى التمثيل المبياني للدالة f ، أو منحنى الدالة f في المعلم $(O,I;J)$ ، ونرمز له عادة بالرمز : (C_f) ، $(C_f)=\{M(x;f(x)) / x \in D_f\}$

مثال :



لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :
$f(x)=2x-3$ (f دالة تآلفية)
جدول بعض القيم وصورها بالدالة f :

x	0	1	2	3
$f(x)$	-3	-1	1	3

3) التمثيل المبياني والتماثلات :

أ) الدالة الزوجية ـ الدالة الفردية :

تعريف :

لتكن f دالة عددية و D_f مجموعة تعريفها .

نقول إن الدالة f زوجية إذا وفقط إذا كان لكل x من D_f لدينا : $\begin{cases} (-x)\in D_f \\ f(-x)=f(x) \end{cases}$ و

نقول إن الدالة f فردية إذا وفقط إذا كان لكل x من D_f لدينا : $\begin{cases} (-x)\in D_f \\ f(-x)=-f(x) \end{cases}$ و

أمثلة :

1) بين أن الدالة $f : x \mapsto x^3 + x$ فردية وأن الدالة $g : x \mapsto x^2 + 5$ زوجية .

2) أدرس زوجية كل دالة من الدوال المعرفة أسفله :

$f(x)=|x|$ ، $g(x)=-x^2+3$ ، $h(x)=2x^3$ و $k(x)=2x+1$

ملاحظات :

- إذا كانت f دالة عددية غير زوجية فهذا لا يعني بالضرورة أنها فردية .
- إذا كانت f دالة عددية غير فردية فهذا لا يعني بالضرورة أنها زوجية.
- إذا كان لكل x من D_f لدينا $-x \in D_f$ ، فإننا نقول إن D_f متماثلة بالنسبة لـ 0 .

ب) التمثيل المبياني وزوجية دالة :

خاصية :

لتكن f دالة عددية و (C_f) منحناها في معلم متعامد $(O,I;J)$.

تكون الدالة f زوجية إذا وفقط إذا كان (C_f) متماثل بالنسبة لمحور الأراتيب .

تكون الدالة f فردية إذا وفقط إذا كان (C_f) متماثل بالنسبة لأصل المعلم .

أمثلة :

حدد مبيانيا زوجية الدوال f ، g ، h و k الممثلة أسفله :