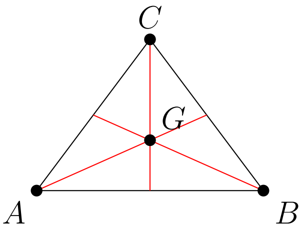
1 Le centre



Le centre du cercle inscrit est le point d'intersection des trois médianes du triangle. Ce point est aussi le centre de gravité du triangle.
autrement dit, le barycentre des sommets du triangle ABC.

$$G = \text{bar}\{(A, BC), (B, AC), (C, AB)\}$$

chaque sommet est un point pondéré de coefficient; la langueur du côté opposé.
Les coordonnées de G sont données par la formule :

$$\mathbf{x_G} = \frac{\mathbf{BC \cdot x_A + AC \cdot x_B + AB \cdot x_C}}{\mathbf{BC + AC + AB}} \quad \text{et} \quad \mathbf{y_G} = \frac{\mathbf{BC \cdot y_A + AC \cdot y_B + AB \cdot y_C}}{\mathbf{BC + AC + AB}}$$

2 Le rayon

Le rayon du cercle inscrit au triangle ABC est définit par la formule $\mathbf{r} = \frac{\mathbf{2A}}{\mathbf{AB+AC+BC}}$.
où A est l'aire du triangle.

L'aire avec le produit vectoriel: $A = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{BA} \wedge \overrightarrow{BC}\|$
L'aire avec le determinant: $A = \frac{1}{2}|det(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})|$
L'aire avec la formule de Héron: $A = \sqrt{s(s-AB)(s-AC)(s-BC)}$.
avec $s = \frac{AB+AC+BC}{2}$ est la moitié du périmètre du triangle.

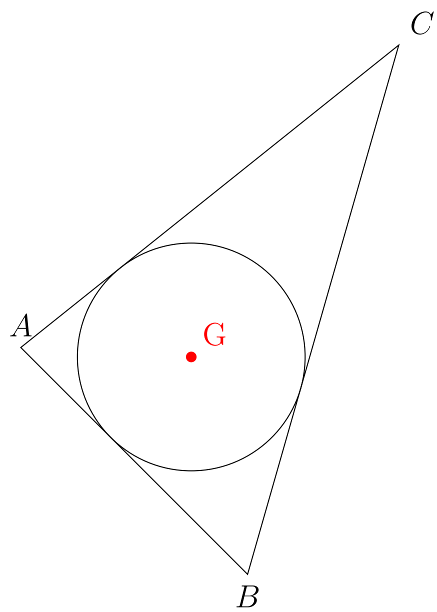
En utilisant ces formules, vous pouvez trouver le centre et le rayon du cercle inscrit pour n'importe quel triangle.

3 Application:

Soient les points A(2,4), B(5,1) et C(7,8)

- $\overrightarrow{AB}(3, -3)$, $\overrightarrow{BC}(2, 7)$ et $\overrightarrow{AC}(5, 4)$
- $AB = 3\sqrt{2}$, $BC = \sqrt{53}$ et $AC = \sqrt{41}$
- $A = 13.5$, $s \simeq 8.96$

La figure si contre utilise ces forumles pour determiner le rayon et centre du cercle inscrit.



r = 1.50616, A = 13.49946, s = 8.96275

Coordonnées de G: (4.25497, 3.8751)