

Exercices de Base : Automatismes sur l'Exponentielle

Exercice 1 : Équations (6 questions)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

① $e^{3x-2} = 1$	④ $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$
② $e^{-5x+7} = 8$	⑤ $e^x + e^{-x} = 2$
③ $e^{x^2-1} = e^3$	⑥ $e^{x+1} \cdot e^{2x-4} = e^2$

Exercice 2 : Calcul de Limites (20 limites)

Calculer les limites suivantes aux voisinages indiqués :

① $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - 3x^2 + x$	⑬ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2}$
② $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^3 + 1}$	⑭ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$
③ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - 1)e^{-x} + \sqrt{x}$	⑮ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - 1}{x}$
④ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$	⑯ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{1/x} - 1)$
⑤ $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{2x} - e^x$	⑰ $\lim_{x \rightarrow 0^+} x e^{1/x}$
⑥ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{e^x}$	⑱ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$
⑦ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x}$	⑲ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2e^x}{x^2 + x}$
⑧ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + x)e^x$	⑳ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x \cdot e^{-x}$
⑨ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^x}{x}$	㉑ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - e^x$
⑩ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} + x$	㉒ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x)e^x$
⑪ $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2}{1 + e^x}$	㉓ $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2 - x)e^{-x}$
⑫ $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{x^2} + e^x$	㉔ $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$
⑬ $\lim_{x \rightarrow -\infty} (1 - x)e^x$	㉕ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + x^2}{x + 1}$
⑭ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$	
⑮ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$	

Exercice 3 : Dérivation (20 fonctions)

Déterminer la fonction dérivée f' pour chaque fonction suivante :

① $f(x) = (3x^2 + 4x - 2)e^{-x}$	⑫ $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$
② $f(x) = e^{x^2+3x+1}$	⑬ $f(x) = x \ln(e^x)$
③ $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$	⑭ $f(x) = (e^x + x)^2$
④ $f(x) = x^2 e^{1/x}$	⑮ $f(x) = e^{-x} \ln x$
⑤ $f(x) = \ln(e^x + 1)$	⑯ $f(x) = \frac{e^{3x}}{x^2 + 1}$
⑥ $f(x) = e^{\sqrt{x}}$	⑰ $f(x) = e^{\cos x}$
⑦ $f(x) = (x - 1)^3 e^{2x}$	⑱ $f(x) = \ln(x^2 + e^x)$
⑧ $f(x) = \frac{x}{e^x}$	⑲ $f(x) = \frac{2x+1}{e^x}$
⑨ $f(x) = \sqrt{e^x + x}$	⑳ $f(x) = x^x$ (Indication : $e^{x \ln x}$)
⑩ $f(x) = \cos(x)e^x$	
⑪ $f(x) = e^{2x} - 2e^x + 5$	

Exercice 4 : Primitives (20 fonctions)

Déterminer une primitive F de la fonction f sur l'intervalle I :

① $f(x) = 3e^{2x} - 6x + 3$	⑫ $f(x) = \frac{1}{e^{2x}}$
② $f(x) = e^{-x}$	⑬ $f(x) = \frac{e^{2x}-1}{e^x}$
③ $f(x) = e^{3x+2}$	⑭ $f(x) = 2e^x - \frac{1}{x}$
④ $f(x) = x e^{x^2}$	⑮ $f(x) = \frac{e^{\ln x}}{x}$
⑤ $f(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$	⑯ $f(x) = \sin(x)e^{\cos x}$
⑥ $f(x) = (2x + 1)e^{x^2+x}$	⑰ $f(x) = \frac{1}{e^{-x} + 1}$
⑦ $f(x) = \frac{e^{1/x}}{x^2}$	⑱ $f(x) = e^x + e^{-x}$
⑧ $f(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$	⑲ $f(x) = (x + 1)e^x$
⑨ $f(x) = e^x(e^x + 2)^4$	⑳ $f(x) = 2e^{4x-1}$
⑩ $f(x) = \frac{e^x}{(e^x+2)^2}$	
⑪ $f(x) = 1 + e^x$	

Exercice 5

Démontrer que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$, puis calculer $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

① $f(x) = x \cdot e^{\sqrt{x}}$
② $f(x) = e^{-x} \cdot \ln x$
③ $f(x) = \frac{e^x}{1+e^{2x}}$
④ $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$

Exercice 6

Déterminer une primitive F de la fonction f sur I :

① $f(x) = e^{-x+1}$; $I = \mathbb{R}$
② $f(x) = \frac{1}{e^{-x}+1}$; $I = \mathbb{R}$
③ $f(x) = \frac{e^x}{e^{2x}+1}$; $I = \mathbb{R}$
④ $f(x) = \frac{e^x}{(e^x+1)^2}$; $I = \mathbb{R}$
⑤ $f(x) = \frac{1}{x^2}$; $I = \mathbb{R}$
⑥ $f(x) = \frac{e^{2x}+e^x-1}{e^x-1}$; $I = \mathbb{R}$

Exercice 7

Soit la fonction f définie pour tout nombre réel x par :
 $f(x) = (2x^2 - 7x + 5)e^x$

- ① Déterminer la dérivée seconde de la fonction f .
- ② Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) = 4e^x + 2f'(x) - f''(x)$
- ③ Déterminer une primitive de la fonction f .

Exercice 8

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x + \frac{4}{1+e^x}$. (C_f) est sa courbe représentative.

- ① Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ② a) Montrer que $f'(x) = \left(\frac{1-e^x}{1+e^x}\right)^2$.
 b) Dresser le tableau de variation de f .
 c) En déduire que $I(0; 2)$ est un point d'inflexion.
- ③ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$ et interpréter graphiquement.
- ④ Montrer que $y = x + 4$ est une asymptote oblique au voisinage de $-\infty$.
- ⑤ Étudier la position relative de (C_f) et (D) .
- ⑥ Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-4; -3[$.
- ⑦ En déduire que : $e^\alpha = -1 - \frac{4}{\alpha}$.
- ⑧ Tracer la courbe (C_f) .

Exercice 9

Soit $f(x) = (e^{-x} - 1)^2$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter.
- ② Montrer que l'axe des ordonnées est une direction asymptotique au voisinage de $-\infty$.
- ③ a) Montrer que $f'(x) = 2e^{-x}(1 - e^{-x})$.
 b) Dresser le tableau de variation.
- ④ Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion.
- ⑤ Soit g la restriction de f sur $[0; +\infty[$.
 a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} .
 b) Montrer que $g^{-1}(x) = -\ln(1 - \sqrt{x})$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$.

Exercice 10 (Sujet 2019 Rattrapage)**Première partie**

Soit $f(x) = 2 + 8\left(\frac{x-2}{x}\right)e^{x-4}$ sur $\mathbb{R}^*$.

- ① a) Vérifier $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$.
 b) Vérifier $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$.
- ② a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
 b) Direction asymptotique : axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$.
- ③ a) Montrer $f'(x) = \frac{8(x-2)(x^2-2x+4)e^{x-4}}{x^3}$.
 b) Vérifier $x^2 - 2x + 4 > 0$.
 c) Étudier les variations de f .
 d) Tableau de variation.
- ④ Tracer (C_f) .

- ⑤ a) $H(x) = \frac{1}{x}e^{x-4}$ est primitive de $h(x) = \frac{x-1}{x^2}e^{x-4}$.
 b) Vérifier $f(x) = 2 + 8e^{x-4} - 32\frac{(x-1)}{x^2}e^{x-4}$.
 c) Calculer $\int_2^4 e^{x-4} dx$.
 d) Calculer l'aire du domaine limité par (C_f) , l'axe des abscisses, $x = 2$ et $x = 4$.

Deuxième partie

- 1) $g(x) = 8(x-2)e^{x-4} - x^2$ sur $[2; 4]$.
 a) $g(4)$. b) $g(x) = -(x-4)^2e^{x-4} + x^2(e^{x-4} - 1)$. c) Signe de $g(x)$.
 2) a) $f(x) - x = \left(\frac{x-2}{x^2}\right)g(x)$. b) En déduire $f(x) \leq x$.
 3) Suite $u_0 = 3$; $u_{n+1} = f(u_n)$.
 a) $2 \leq u_n \leq 4$. b) Monotonie et convergence. c) Limite.

Exercice 11**Partie A**

$g(x) = 1 - (1+x)e^x$.

- 1) Variations de g . 2) $g(0)$ et signe de $g(x)$.

Partie B

$f(x) = x(1 - e^x)$.

- 1) Limites en $\pm\infty$. 2) Asymptote $y = x$ et position relative.
 3) Branche parabolique. 4) $f'(x) = g(x)$ et variations.
 5) Point d'inflexion. 6) Construction.

Partie C

Suite $u_0 = -1$; $u_{n+1} = f(u_n)$.

- a) $-1 \leq u_n \leq 0$. b) Monotonie et convergence. c) Limite.

Exercice S1 : Fonction de type produit $(x \cdot e^x)$

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x-1)^2e^x$.
 On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement le résultat.
- ② Montrer que l'axe des ordonnées est une direction asymptotique de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = (x^2 - 1)e^x$.
 b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet deux points d'inflexion d'abscisses $x_1 = 1 + \sqrt{2}$ et $x_2 = 1 - \sqrt{2}$.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $[1; +\infty[$.
 a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $[0; +\infty[$.
 b) Justifier que l'équation $g(x) = x$ admet une solution unique dans $[1; +\infty[$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

Exercice S2 : Fonction de type quotient

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \left(\frac{e^x}{e^x+1}\right)^2$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement le résultat.
- ② Montrer que la droite d'équation $y = 1$ est une asymptote horizontale à (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = \frac{2e^{2x}}{(e^x+1)^3}$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion au point d'abscisse $x = \ln(2)$.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $]0; 1[$.
b) Montrer que : $(\forall x \in]0; 1[) : g^{-1}(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{x}}{1-\sqrt{x}}\right)$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

Exercice S3 : Fonction avec Logarithme

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln^2(1 + e^{-x})$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement le résultat.
- ② Montrer que la droite d'équation $y = x$ est une direction asymptotique de (C_f) au voisinage de $-\infty$.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = \frac{-2e^{-x} \ln(1+e^{-x})}{1+e^{-x}}$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $]0; +\infty[$.
b) Montrer que : $(\forall x > 0) : g^{-1}(x) = -\ln(e^{\sqrt{x}} - 1)$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

Exercice S4 : Fonction Rationnelle d'Exponentielle

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par : $f(x) = \left(\frac{e^x}{e^x-1}\right)^2$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement le résultat.
- ② Montrer que la droite $x = 0$ est une asymptote verticale à (C_f) .
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) ; f'(x) = \frac{-2e^{2x}}{(e^x-1)^3}$.
b) Dresser le tableau de variation de f sur $] -\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$.
- ④ Montrer que la courbe (C_f) n'admet pas de point d'inflexion sur son domaine.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
a) Montrer que g réalise une bijection de $]0; +\infty[$ vers $]1; +\infty[$.
b) Montrer que : $(\forall x > 1) : g^{-1}(x) = \ln\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}\right)$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

Exercice S5 : Fonction de type somme et carré

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x + e^{-x})^2$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement le résultat.
- ② Montrer que l'axe des ordonnées est une direction asymptotique de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = 2(1 - e^{-x})(x + e^{-x})$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion sur l'intervalle $]0; 1[$.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $[1; +\infty[$.
b) Montrer que l'équation $g(x) = 4$ admet une solution unique α dans $[0; +\infty[$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

Exercice S6 : Fonction avec produit x^2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 - 2)e^{-x}$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement le résultat.
- ② Montrer que l'axe des ordonnées est une direction asymptotique de (C_f) au voisinage de $-\infty$.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = (-x^2 + 2x + 2)e^{-x}$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet deux points d'inflexion.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $[1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}]$.
a) Montrer que g réalise une bijection vers un intervalle J à déterminer.
b) Déterminer le signe de $(g^{-1})'(0)$.
- ⑥ Tracer (C_f) dans un repère orthonormé.

Exercice S7 : Fonction avec racine carrée

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \sqrt{e^{2x} - e^x + 1}$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement le résultat.
- ② Étudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = \frac{e^x(2e^x - 1)}{2\sqrt{e^{2x} - e^x + 1}}$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Étudier la concavité de la courbe (C_f) .
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $[1; +\infty[$.
b) Montrer que : $(\forall x \geq 1) : g^{-1}(x) = \ln\left(\frac{1+\sqrt{4x^2-3}}{2}\right)$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

Exercice S8 : Fonction avec inverse et exponentielle

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = (1 + \frac{1}{x}) e^{1/x}$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, et interpréter graphiquement.
- ② Étudier les limites de f à droite et à gauche de 0.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \neq 0) ; f'(x) = \frac{-(2x+1)e^{1/x}}{x^3}$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion sur $] -\infty ; -1/2[$.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
a) Montrer que g réalise une bijection de $]0; +\infty[$ vers un intervalle à déterminer.
b) Déterminer l'équation de la tangente à $(C_{g^{-1}})$ au point d'ordonnée $2e$.
- ⑥ Tracer (C_f) dans un repère orthonormé.

Exercice S9 : Fonction composée avec sinus hyperbolique (forme exponentielle)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \left(\frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)^2$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ② Montrer que l'axe des ordonnées est une direction asymptotique de (C_f) au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.
- ③ a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = \frac{1}{2}(e^{2x} - e^{-2x})$.
b) Dresser le tableau de variation de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion à l'origine $O(0, 0)$.
- ⑤ Soit g la restriction de la fonction f sur $[0; +\infty[$.
a) Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur $[0; +\infty[$.
b) Montrer que : $(\forall x \geq 0) : g^{-1}(x) = \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$.
- ⑥ Tracer (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repère.

Exercice 12

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + \ln|e^x - 2|$.

- ① a - Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f .
b - Trouver les limites de f aux bornes des intervalles de D_f .
- ② Déterminer l'asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $-\infty$.
- ③ a - Montrer que : $(\forall x \in]\ln 2; +\infty[) : f(x) = 2x + \ln(1 - \frac{2}{e^x})$.
b - Étudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ④ a - Montrer que : $(\forall x \in D_f) : f'(x) = \frac{2(e^x - 1)}{e^x - 2}$.
b - Dresser le tableau de variations de f .
- ⑤ Résoudre dans l'intervalle $] \ln 2; +\infty[$, l'équation : $f(x) = 0$.
- ⑥ Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse $\ln 3$.
- ⑦ Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (On prend $\ln(1 + \sqrt{2}) \approx 0,8$).

Exercice 13

1ère partie

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = xe^x + e^x - 1$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$.
- ② Calculer $h'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis étudier les variations de la fonction h .
- ③ a - Dresser le tableau de variations de h .
b - Calculer $h(0)$, puis déduire le signe de la fonction h .

2ème partie

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = xe^x - x + 1$.

- ① Montrer que : $g'(x) = h(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- ② a - Étudier les variations de la fonction g .
b - Calculer $g(0)$, puis déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : g(x) > 0$.
- ③ a - Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : g(x) - e^x = (x-1)(e^x - 1)$.
b - Déduire que : $(\forall x \in [0; 1]) : g(x) \leq e^x$.

3ème partie

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(xe^x - x + 1)$.

- ① a - Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
b - Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f'(x) = \frac{h(x)}{g(x)}$, puis dresser le tableau de variation de f .
- ② a - Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : \frac{f(x)}{x} = \frac{\ln(xe^x - x + 1)}{xe^x - x + 1} (e^x - 1 + \frac{1}{x})$.
b - Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu.
- ③ a - Vérifier que : $(\forall x \in]0; +\infty[) : f(x) = x + \ln x + \ln(1 - \frac{1}{e^x} + \frac{1}{xe^x})$.
b - Étudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ④ Calculer $f(1)$ puis tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

4ème partie

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $u_0 = \ln 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$.

- ① Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 0 \leq u_n \leq 1$.
- ② Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
- ③ Montrer que la suite (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 14

1ère partie

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x - 1$.

- ① Calculer $g'(x)$, étudier les variations et déduire que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : g(x) > 0$.
- ② a - Montrer que : $(\forall x > 0) : \frac{e^x - 1}{x} > 1$ et $(\forall x < 0) : \frac{e^x - 1}{x} < 1$.
b - Montrer que $g(-x) = e^{-x}[1 + (x-1)e^x]$.
c - Déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : 1 + (x-1)e^x \geq 0$.

2ème partie

On considère f définie par : $f(x) = x - 1 - \frac{x}{e^x - x - 1}$.

- ① a - Calculer les limites en $\pm\infty$.
b - Calculer les limites en 0^+ et 0^- .
- ② Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations.
- ③ Étudier les asymptotes obliques $y = x - 1$ en $+\infty$ et $y = x$ en $-\infty$.
- ④ Montrer que $f(x) = 0$ admet deux solutions $\alpha \in]-2; -1[$ et $\beta \in]1; 2[$.
- ⑤ En déduire que $e^\alpha - \alpha - 1 = \frac{\alpha}{\alpha - 1}$.
- ⑥ Tracer (C_f) (On prend $\alpha \approx -1,3$ et $\beta \approx 1,6$).

3ème partie

Soit la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = g(u_n)$.

- ① Montrer que $0 \leq u_n \leq 1$.
- ② Montrer que (u_n) est croissante.
- ③ Montrer qu'elle est convergente et trouver sa limite.

Exercice 15**1ère partie**

Soit g définie par $g(x) = -\frac{1}{x+1} + \ln\left|\frac{x+1}{x}\right|$.

- ① Déterminer D_g et les limites aux bornes.
- ② Calculer $g'(x)$, variations et déduire que $g(x) > 0$ sur $] -\infty; -1[\cup]0; +\infty[$.
- ③ Montrer que $g(x) = 0$ admet une solution unique dans $] -1; 0[$.

2ème partie

Soit f définie par $f(x) = \left|\frac{x+1}{x}\right|^x$ pour $x \neq 0, -1$ et $f(0) = 1$.

- ① Déterminer D_f et les limites aux bornes.
- ② Étudier la continuité et la dérivabilité en 0. Interprétation graphique.
- ③ Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations.
- ④ Étudier les branches infinies et tracer (C_f) .

Exercice S10

1ère partie : Soit g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-x} + x - 1$.

- ① Calculer $g'(x)$ et étudier les variations de g .
- ② En déduire que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : g(x) > 0$.
- ③ Montrer que $(\forall x > 0) : 1 - e^{-x} < x$.

2ème partie : Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^{-x} + x - 1}$ pour $x \neq 0$ et $f(0) = 2$.

- ① Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
- ② Montrer que la droite $y = x + 2$ est une asymptote en $+\infty$.
- ③ Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in]-2; -1[$.
- ④ Dresser le tableau de variations complet de f .

3ème partie : Soit $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = g(u_n)$. Étudier la convergence de (u_n) .

Exercice S11

1ère partie : Soit $g(x) = 2e^x - x - 2$ définie sur $\mathbb{R}$.

- ① Étudier les variations de g et montrer que $g(x) = 0$ admet deux solutions 0 et $\alpha \approx -1,6$.
- ② Déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

2ème partie : Soit $f(x) = x - \frac{x}{2e^x - x - 2}$.

- ① Déterminer D_f et les limites aux bornes.
- ② Montrer que $y = x$ est une asymptote oblique en $+\infty$.
- ③ Montrer que $f'(x) = \frac{g(x) + x(2e^x - 1)}{(g(x))^2}$.
- ④ Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution $\beta \in]1; 2[$.
- ⑤ Tracer la courbe (C_f) .

3ème partie : Soit $u_0 = 0,5$ et $u_{n+1} = f(u_n)$. Montrer que (u_n) est convergente.

Exercice S12

1ère partie : Soit $g(x) = (x - 1)e^x + 1$ définie sur $\mathbb{R}$.

- ① Étudier les variations de g et montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) : g(x) \geq 0$.
- ② Calculer $g(0)$ et déduire le signe de g .

2ème partie : Soit $f(x) = 2x - 1 - \frac{e^x - 1}{(x-1)e^x + 1}$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ② Montrer que $y = 2x - 1$ est une asymptote oblique.
- ③ Calculer $f'(x)$ et vérifier son signe.
- ④ Montrer que $f(x) = 0$ possède deux racines distinctes.
- ⑤ Exprimer l'image de la racine α en fonction de e^α .
- ⑥ Tracer la courbe représentative.

3ème partie : Soit $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$. Étudier la monotonie de u_n .

Exercice S13

1ère partie : Soit $g(x) = e^{2x} - 2x - 1$.

- ① Étudier les variations de g .
- ② Montrer que $g(x) > 0$ pour tout $x \neq 0$.

2ème partie : Soit $f(x) = x - \frac{x^2}{e^{2x} - 2x - 1}$.

- ① Calculer les limites en 0, $+\infty$ et $-\infty$.
- ② Étudier la branche parabolique en $+\infty$.
- ③ Montrer que la droite $y = x$ est asymptote en $-\infty$.
- ④ Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations.
- ⑤ Justifier l'existence d'un point d'inflexion.
- ⑥ Résoudre $f(x) = 0$.

3ème partie : Étude de la suite $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $u_0 \in]0, 1[$.

Exercice S14

1ère partie : Soit $g(x) = \ln(e^x + 1) - x$.

- ① Étudier les variations de g .
- ② Montrer que $0 < g(x) < 1$ pour tout $x > 0$.

2ème partie : Soit $f(x) = x - 1 - \frac{x}{\ln(e^x + 1) - x}$.

- ① Déterminer le domaine de définition D_f .
- ② Calculer les limites aux bornes de D_f .
- ③ Montrer que $y = x - 1$ est une asymptote oblique.
- ④ Calculer $f'(x)$ en fonction de $g'(x)$.
- ⑤ Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution α dans $]1; 2[$.
- ⑥ Dresser le tableau de variations.
- ⑦ Tracer (C_f) .

3ème partie : Soit $u_0 = 1,5$ et $u_{n+1} = f(u_n)$. Déterminer la limite de u_n .

Exercice 1

1ère partie

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (2 - x)e^{-x} + 1$.

- ① a - Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
b - Étudier les variations de la fonction g .
- ② En déduire que : $g(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2ème partie

Soit f la fonction définie par : $f(x) = (x - 1)e^{-x} + x$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ② Étudier les variations de f .
- ③ a - Étudier les branches infinies de la courbe (C_f) .
b - Étudier les positions relatives de la courbe (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y = x$.
- ④ Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 2

1ère partie

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - 2x + 2$.

- ① Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
- ② a - Étudier le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$ et en déduire les variations de g (le calcul des limites n'est pas demandé).
b - En déduire que $g(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

2ème partie

Soit f la fonction définie par : $f(x) = xe^{-x} + \frac{x}{2} + 1$.

- ① a - Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
b - Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter le résultat graphiquement.
c - Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (\frac{1}{2}x + 1)]$ et interpréter le résultat graphiquement.
- ② Étudier les positions relatives de la courbe (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y = \frac{1}{2}x + 1$.
- ③ a - Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{2e^x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
b - Dresser le tableau de variations de f .
- ④ a - Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $] -1; 0[$.
b - Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse 0.
- ⑤ Calculer $f''(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis déterminer le point d'inflexion de la courbe (C_f) .
- ⑥ Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (Prendre $e \approx 2,7$ et $\frac{2}{e^2} \approx 0,27$).

Exercice 3

1ère partie

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x - x$.

- ① Étudier les variations de la fonction g .
- ② En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

2ème partie

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{xe^x - 1}{e^x - 1}$.

- ① a - Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f .
b - Trouver les limites de f aux bornes de D_f .
- ② a - Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ et interpréter le résultat graphiquement.
b - Étudier le signe de $f(x) - x$ sur $\mathbb{R}_+^*$.
c - En déduire la position relative de (C_f) et la droite (Δ) d'équation $y = x$.
- ③ Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, puis dresser le tableau de variations de f .
- ④ Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Exercice 4

1ère partie

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 1 - \frac{x}{2} - \frac{2}{e^x + 1}$.

- ① a - Vérifier que : $1 - \frac{2}{e^x + 1} = \frac{e^x - 1}{e^x + 1} = \frac{1 - e^{-x}}{1 + e^{-x}}$.
b - Étudier la parité de f et interpréter les résultats graphiquement.
- ② a - Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (1 - \frac{x}{2})]$ et interpréter graphiquement.
- ③ a - Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis étudier les variations de f sur $\mathbb{R}^+$.
b - En déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : 1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{x}{2}$.
- ④ Tracer (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2ème partie

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1}$.

- ① Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n > 0$.
- ② Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} \leq \frac{u_n}{2}$, puis en déduire que la suite (u_n) est décroissante.
- ③ Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n \leq (\frac{1}{2})^n$ et déterminer sa limite.

Exercice S15 : Étude complète et Suites

Partie A : Fonction auxiliaire

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{-x} + x - 1$.

- ① Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis étudier les variations de g .
- ② Calculer $g(0)$ et en déduire que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : g(x) > 0$.
- ③ Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : 1 + (x - 1)e^x \geq 0$.

Partie B : Étude de la fonction principale

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + 1 + \frac{x}{e^x - x - 1}$ si $x \neq 0$ et $f(0) = 2$.

- ① a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$ et en déduire que f est continue en 0.
- ② Montrer que la droite $(D) : y = x + 1$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ③ Montrer que la droite $(\Delta) : y = x + 2$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.
- ④ Calculer $f'(x)$ pour $x \neq 0$ et dresser le tableau de variations de f .
- ⑤ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $] -2; -1[$.
- ⑥ Tracer la courbe (C_f) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Partie C : Suite numérique

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = f(u_n) - 1$.

- ① Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n > 0$.
- ② Étudier la monotonie de la suite (u_n) .
- ③ En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite.

Exercice S16 : Logarithme et Branche Infinie

Partie A : Soit $g(x) = 2e^x - x - 2$ sur $\mathbb{R}$.

- ① Étudier les limites et les variations de g .
- ② Montrer que $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions 0 et $\alpha \in]-1, 6; -1, 5[$.
- ③ En déduire le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B : Soit $f(x) = x - \ln(2e^x - x - 1)$.

- ① Déterminer D_f et calculer les limites aux bornes.
- ② Montrer que $f'(x) = \frac{2e^x - 1}{2e^x - x - 1}$ et étudier son signe.
- ③ Étudier la branche infinie de (C_f) au voisinage de $+\infty$.
- ④ Montrer que $f(x) = 0$ admet une solution β dans $]1; 2[$.
- ⑤ Dresser le tableau de variations complet.

Exercice S17 : Structure Fractionnaire et Tangente

Partie A : Soit $g(x) = (x - 1)e^x + 1$ sur $\mathbb{R}$.

- ① Étudier les variations de g et montrer que $g(x) \geq 0$.
- ② Préciser la valeur de x pour laquelle le minimum est atteint.

Partie B : Soit $f(x) = \frac{e^x - 1}{(x - 1)e^x + 1}$.

- ① Déterminer D_f et les limites.
- ② Montrer que $f'(x) = \frac{e^x(2 - x) - 1}{((x - 1)e^x + 1)^2}$.
- ③ Étudier le signe de $h(x) = e^x(2 - x) - 1$ et en déduire les variations de f .
- ④ Déterminer l'équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 0.
- ⑤ Tracer la courbe (C_f) .

Exercice S18 : Croissance Comparée et Asymptote

Partie A : Soit $g(x) = e^x - x^2$ sur $\mathbb{R}$.

- ① Étudier les variations de g (utiliser g'').
- ② Montrer que $g(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B : Soit $f(x) = x - \frac{x^2}{e^x - x}$.

- ① Calculer les limites en $+\infty$ et $-\infty$.
- ② Étudier la branche parabolique au voisinage de $-\infty$.
- ③ Montrer que la droite $y = x$ est une asymptote au voisinage de $+\infty$.
- ④ Étudier la position relative de (C_f) et de l'asymptote $y = x$.
- ⑤ Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations.

Exercice S19 : Synthèse Logarithmique

Partie A : Soit $g(x) = \ln(1 + e^{-x})$.

- ① Étudier les variations de g et ses limites.
- ② Montrer que $g(x) + x = \ln(e^x + 1)$.

Partie B : Soit $f(x) = \frac{x}{\ln(1 + e^{-x})}$.

- ① Déterminer D_f et étudier la continuité en 0 (on donne $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \frac{1}{\ln 2}$).
- ② Étudier les branches infinies au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$.
- ③ Montrer que $f'(x) = \frac{h(x)}{[\ln(1 + e^{-x})]^2}$ avec $h(x) = \ln(1 + e^{-x}) + \frac{x}{e^x + 1}$.
- ④ Montrer que $h'(x) < 0$ et conclure sur les variations de f .

Exercice S20 : Modèle complet avec Logarithme de l'exponentielle

Partie A : Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \ln(e^x + 1)$.

- ① Calculer $g'(x)$ et montrer que $0 < g'(x) < 1$.
- ② Étudier les variations de g et ses limites en $\pm\infty$.
- ③ Montrer que la droite $y = x$ est asymptote à (C_g) en $+\infty$.

Partie B : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x - 2\ln(e^x + 1)$.

- ① Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$.
- ② Montrer que $f'(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$. En déduire les variations de f .
- ③ Montrer que (C_f) admet deux asymptotes obliques $(D_1) : y = -x$ et $(D_2) : y = -x - 2\ln 2$ (en précisant les voisinages).
- ④ Montrer que l'équation $f(x) = -2$ admet une solution unique $\alpha \in]1, 2[$.
- ⑤ Tracer la courbe (C_f) .

Exercice S21 : Fonction avec fraction et puissance x^2

Partie A : Soit $h(x) = e^x - x - 1$. (Utiliser les résultats vus précédemment pour le signe de h).

Partie B : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{x^2}{e^x - x - 1}$.

- ① Calculer les limites aux bornes de D_f .
- ② Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 2$. (Indication : utiliser le développement limité ou la limite usuelle).
- ③ Montrer que $f'(x) = \frac{x \cdot e^x(x - 2) + x^2(x + 1)}{(e^x - x - 1)^2}$ (simplifier l'expression).
- ④ Étudier les branches infinies de (C_f) .
- ⑤ Dresser le tableau de variations complet.

Exercice S22 : Produit et Suite Récurrente**Partie A :** Soit $g(x) = (x+1)e^{-x} + 1$.

- ① Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$.
- ② Montrer que $g(x) = 0$ admet une racine unique α sur $[-1, 0]$.
- ③ Déduire le signe de $g(x)$.

Partie B : Soit $f(x) = x + 1 + xe^{-x}$.

- ① Étudier les limites et les branches infinies (asymptote oblique $y = x + 1$).
- ② Calculer $f'(x)$ et montrer qu'il s'exprime en fonction de $g(x)$.
- ③ Dresser le tableau de variations de f .

Partie C : Soit $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n) - u_n$. Étudier la nature de la suite (u_n) .**Exercice S23 : Fonction composée et Inflexion****Partie A :** Soit $g(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$.

- ① Résoudre $g(x) = 0$ et étudier le signe de $g(x)$.

Partie B : Soit $f(x) = e^x - 4x + e^{-x}$.

- ① Calculer les limites en $\pm\infty$.
- ② Montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{e^x}$.
- ③ Dresser le tableau de variations de f .
- ④ Calculer $f''(x)$ et montrer que (C_f) possède un point d'inflexion unique.
- ⑤ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β .
- ⑥ Tracer la courbe (C_f) .

Exercice S24 : Synthèse de type "Bac Maroc"**Partie A :** Soit $g(x) = 1 - x^2e^x$.

- ① Étudier les variations de g et montrer que $g(x) = 0$ admet une solution $\alpha \in [0, 1]$.

Partie B : Soit $f(x) = e^{-x} - x$.

- ① Étudier f et montrer que $f(x) = 0$ admet une solution L .
- ② Étudier la position relative de (C_f) avec la droite $y = -x$.

Partie C : On considère la fonction $H(x) = \int_0^x (e^{-t} - t)dt$.

- ① Calculer $H(x)$ en fonction de x .
- ② Étudier les variations de H .
- ③ Déterminer la limite de $H(x)$ quand $x \rightarrow +\infty$.
- ④ Tracer la courbe de H .

Exercice S25 : Exponentielle, Tangente et Suite**Partie A :** Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (x-1)e^x + 1$.

- ① Étudier les variations de g sur $\mathbb{R}$ et calculer ses limites.

- ② Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) \geq 0$. En déduire que $e^x \geq \frac{1}{1-x}$ pour $x < 1$.

Partie B : Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x-2)e^x + x$.

- ① Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- ② Montrer que la droite $(D) : y = x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.
- ③ Montrer que $f'(x) = g(x) + e^x$. En déduire le sens de variation de f .
- ④ Déterminer l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 0.
- ⑤ Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha \in [0, 1]$.

Partie C : Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = f(u_n) - u_n + 1$. Étudier la convergence de (u_n) .**Exercice S26 : Quotient, Point d'inflexion et Position relative****Partie A :** Soit $g(x) = e^x - x - 2$.

- ① Étudier g et montrer que $g(x) = 0$ admet deux racines $\alpha < 0$ et $\beta > 0$.

Partie B : Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x - x - 1}$ pour $x \neq 0$ et $f(0) = 2$.

- ① Calculer les limites aux bornes de D_f .
- ② Montrer que $f'(x) = \frac{e^x(1-x)-1}{(e^x-x-1)^2}$.
- ③ Montrer que (C_f) possède un point d'inflexion d'abscisse $x = 2$.
- ④ Étudier la position relative de (C_f) avec la droite d'équation $y = 1$ au voisinage de $+\infty$.

Exercice S27 : Fonction "Cloche" et Intégrale**Partie A :** Soit $g(x) = (1 - 2x^2)e^{-x^2+1}$.

- ① Étudier le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$.

Partie B : Soit f la fonction définie par $f(x) = xe^{-x^2+1}$.

- ① Étudier la parité de f .
- ② Calculer les limites en $\pm\infty$ et interpréter graphiquement.
- ③ Montrer que $f'(x) = g(x)$. Dresser le tableau de variations de f .
- ④ Montrer que (C_f) admet trois points d'inflexion.

Partie C : Soit $F(x) = \int_0^x f(t)dt$.

- ① Calculer explicitement $F(x)$.
- ② Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$.

Exercice S28 : Exponentielle et Logarithme (Synthèse complexe)**Partie A :** Soit $g(x) = 2x - e^x$.

- ① Étudier g et montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}) : g(x) < 0$.