

Exercice 1: Résoudre les équations et inéquations suivantes:

$$\begin{array}{llll}
\bullet e^{2x} - 2e^x + 1 = 0 & \bullet 2^x = 6 & ; & (\frac{1}{2})^x < 16 \\
\bullet e^{2x} - 2e^x - 15 = 0 & \bullet 2^x = 16 & ; & 2^x < 6 \\
\bullet e^{3x} - e^x > 0 & \bullet 1000^x - 10^x < 0 & &
\end{array}$$

Exercice 2:Calculer $f'(x)$ dans les cas suivants

$$\begin{array}{llll}
\bullet f(x) = e^{7x^2-5x} & \bullet f(x) = (3x^2-1)e^{2x} & \bullet f(x) = e^{2x+\ln(3x)+\sin(x)} & \bullet f(x) = \tan^2(e^x) \\
\bullet f(x) = e^{3x^2-x} & \bullet f(x) = \ln(2x+e^x) & \bullet f(x) = \sqrt{e^{2x}+e^{-x}} & \bullet f(x) = e^{x^2} \cdot \ln(x) \\
\bullet f(x) = e^{x-\ln(x)} & \bullet f(x) = e^{x^3+\cos(x)} & \bullet f(x) = \sqrt{e^x+\ln(x)} & \bullet f(x) = e^{\sin(x)} - \sin(e^x)
\end{array}$$

Exercice 3: Calculer les limites suivantes

$$\begin{array}{llll}
\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^2} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2 + 1} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1) \\
\bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} e^{\frac{1}{x}} & \bullet \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + e^x}{x - e^x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x} \\
\bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{e^{2x} + x} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} e^{-x} & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{-x}}{x} & \bullet \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln(x+1) \\
& & & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^x}{x} \\
& & & \bullet \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x} + 3e^x}{e^x + 2} \\
& & & \bullet \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 2e^{2x} + e^x}{x^2}
\end{array}$$

Exercice 4: Ratrappage 2008I. Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{2x} - 2x$ I.1 Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ I.2 Montrer que g est croissante sur $[0, +\infty[$ et décroissante sur $] -\infty, 0]$ I.3 En déduire que $\forall x \in \mathbb{R} \quad g(x) > 0$.
remarquer que $g(0) = 1$ II. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \ln(e^{2x} - 2x)$. et Soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 1.a. Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ 1.b. Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right) \frac{\ln(e^{2x}-2x)}{e^{2x}-2x}$ 1.c. Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. (rappel: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$)1.d. En déduire que $\mathcal{C}_f$ admet, au voisinage de $-\infty$, une branche parabolique que l'on doit déterminer la direction2.a. Pour tout $x \in [0, +\infty[$, vérifier que $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0$ et que $2x + \ln(1 - \frac{2x}{e^{2x}}) = f(x)$ 2.b. En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. (rappel: $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{e^u}{u} = +\infty$)2.c. Montrer que la droite $(D): y = 2x$ est une asymptote oblique de $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$ 2.d. Montrer que $\forall x \in [0, +\infty[\quad f(x) - 2x \leq 0$,
En déduire que $\mathcal{C}_f$ est au dessous de (D) sur $[0, +\infty[$ 3.a. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = \frac{e^{2x}}{g(x)}$ 4. Tracer $\mathcal{C}_f$ et (D) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.(Considérer $\mathcal{C}_f$ admet deux points d'inflexion).**Exercice 5: National 2018**I. Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$. son tableau des variations est le suivant

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

1. Vérifier que $g(0) = 0$ 2. Déterminer le signe de $g(x)$ dans les intervalles $] -\infty, 0]$ et $[0, +\infty[$ II. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x^2 - x)e^{-x} + x$. et Soit $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ 1.a Vérifier que $f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ 1.b Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$, en déduire que $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote (D) d'équation $y = x$ au voisinage de $+\infty$ 1.c Vérifier que $f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ 1.d Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$, interpréter2.a Vérifier que $f(x) - x$ et $x^2 - x$ ont le même signe pour tout $x \in \mathbb{R}$ 2.b En déduire que $\mathcal{C}_f$ est au dessus de (D) dans les intervalles $[1, +\infty[$ et $] -\infty, 0]$ et au dessous de (D) sur l'intervalle $[0, 1]$ 3.a. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R} \quad f'(x) = g(x)e^{-x}$ 3.b. En déduire que f est décroissante sur $] -\infty, 0]$ et croissante sur $[0, +\infty[$ 3.c. Etablir le tableau des variations de la fonction f 4.a. Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R} \quad f''(x) = (x^2 - 5x + 4)e^{-x}$ 4.b. En déduire que $\mathcal{C}_f$ admet deux points

d'inflexion d'abscisses 1 et 4 respectivement

5. Construire $\mathcal{C}_f$ et (D) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ en prend $(f(4) = 4.2)$ **Exercice 6:**

Un échantillon radioactif perd 10% ($\ln(0.9)$) de sa masse chaque année. Si la masse initiale de l'échantillon est de 100 grammes, déterminez après combien d'années la masse de l'échantillon sera inférieure à 50 grammes. On donne la masse en fonction du temps : $M(t) = M_0 \cdot e^{-kt}$, k est la constante de décroissance.