Exercice 1

1 1. Montrer que : $\ln(4)+\ln\left(\frac{2}{7}\right)+2\ln\left(\sqrt{7}\right)+\ln\left(\frac{e}{8}\right)=1$

1 2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante : (E) : $\ln(x-1)+\ln(x+2)=\ln(x+7)$

3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante : (I) : $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2)>2$

4. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $D=]2;+\infty[$ par : $g(x)=\dfrac{2x^2-4x+7}{x-1}$

0.5 (a) Vérifier que $\forall x\in D,\ g(x)=2x-2+\dfrac{5}{x-1}$.

1.5 (b) Déterminer G la fonction primitive de g sur l'intervalle I telle que $G(3)=5\ln(3)$.

Exercice 2

Partie I On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $g(x)=x^2+2-2\ln(x)$

1 1. Calculer $g'(x)$ puis dresser le tableau de variations de g.

1 2. Calculer $g(1)$ puis déduire que $\forall x\in]0;+\infty[,\ g(x)>0$.

Partie II Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par : $f(x)=x-1+2\dfrac{\ln x}{x}$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1 1. Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ puis interpréter le résultat graphiquement.

2. (a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

0.5 (b) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y=x-1$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $+\infty$.

1 (c) Déterminer la position relative de (C_f) et de la droite (Δ).

1 3. (a) Vérifier que $\forall x\in]0;+\infty[,\ f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$.

0.5 (b) Dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0;+\infty[$.

1 4. Donner l'équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse 1.

1 5. Tracer la droite (Δ) et la courbe de (C_f) dans le repère $(O;\vec{i},\vec{j})$.

Exercice 3

1.5 1. **Partie A :** Déterminer la forme algébrique des nombres complexes suivants :

$z_1=(3-6i)-3+2i,\quad z_2=(1+i)(-5+3i),\quad z_3=\dfrac{(1+i)(4-5i)}{3+4i}$

2. **Partie B :** Le plan $\mathcal{P}$ est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. On considère les points $A(1+2i)$, $B(3+4i)$ et $C(3)$.

0.75 (a) Placer les points A, B et C.

1 (b) Déterminer les affixes des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$.

1 (c) Déterminer l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.

0.75 (d) Déterminer l'affixe du point I centre du parallélogramme $ABCD$.

1 (e) Soit E un point du plan complexe d'affixe $z_E=\dfrac{5}{2}(1+i)$. Les points D, B et E sont-ils alignés ?