

Exercice 1:

Pour chaque fonction suivante, déterminez le domaine de définition:

- | | | |
|--------------------------|---|----------------------------|
| 1. $f(x) = \ln(x)$ | 4. $m(x) = \ln(3x^2 + 5x + 2)$ | 7. $q(x) = \ln(x)$ |
| 2. $g(x) = \ln(2x + 1)$ | 5. $n(x) = \ln(\sqrt{x})$ | 8. $r(x) = \ln(x^3 - 8x)$ |
| 3. $h(x) = \ln(x^2 - 4)$ | 6. $k(x) = \ln\left(\frac{1}{x-3}\right)$ | 9. $s(x) = \ln(4x^2 - 16)$ |

Exercice 2:

Simplifier et calculer les expressions suivantes:

- | | | |
|--|---|---|
| • $\ln\left(\frac{2 \times 10^3}{\sqrt{5}}\right)$ | • $\ln\left(\frac{10^4 \times 3^{2 \ln(7)}}{5 \times 10^{\ln(2)}}\right)$ | • $\ln\left(\frac{3^{\ln(4)} \times 9^{\ln(9)}}{2^{\ln(2)} \times 27^{\ln(3)}}\right)$ |
| • $\ln\left(\frac{10^2 \times 10}{\sqrt{10^3}}\right)$ | • $\ln\left(\frac{\ln(8) + \ln(10)}{\ln(2) + \ln(5)}\right)$ | • $\ln\left(\frac{3^{2 \ln(3)} \times 5^{\ln(5)} \times 7^{\ln(7)}}{2^{\ln(2)} \times 11^{\ln(11)} \times 13^{\ln(13)}}\right)$ |

Exercice 3:

Résoudre les équations et inéquations suivantes:

- | | | |
|---|-----------------------------|-------------------------------------|
| 1. $\ln(2x + 1) = 5$ | 4. $\ln(3x^2 + 5x + 2) = 4$ | 7. $\ln(x^2 - 8x) < \ln(4)$ |
| 2. $\ln(x^2 - 4) = 0$ | 5. $2 \ln(x) = 6$ | 8. $\ln^2(x) + 3 \ln(x) - 4 \leq 0$ |
| 3. $\ln\left(\frac{1}{x-3}\right) = -2$ | 6. $\ln(x) = -1$ | 9. $\ln(x - 2) - \ln(x - 4) < 0$ |

Exercice 4:

Calculer les limites suivantes:

- | | | |
|--|--|---|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ | 4. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x+1) - \ln(x))$ | 7. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x^2 + 1)$ |
| 2. $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\ln(x)}{x-1}$ | 5. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x^2 + 1)}{x-1}$ | 8. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 1)}{\sqrt{x}}$ |

Exercice 5:

Calculer les fonctions dérivées:

- | | | |
|---|--------------------------------|---------------------------|
| 1. $f(x) = \ln(2x + 1)$ | 3. $h(x) = \ln(3x^2 + 5x + 2)$ | 5. $l(x) = \ln(x)$ |
| 2. $g(x) = \ln\left(\frac{1}{x-3}\right)$ | 4. $k(x) = \ln(\sqrt{x})$ | 6. $m(x) = \ln(x^3 - 8x)$ |

Exercice 6:

Etudier et représenter les fonctions suivantes:

- | | | |
|---|---|-------------------------------|
| • $f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{2x-1}\right)$ | • $h(x) = x^2 - \ln(x+1)$ | • $m(x) = \ln(4x^3 - 5x + 2)$ |
| • $g(x) = \ln(\ln(x))$ | • $k(x) = \ln\left(\frac{3x}{x^2+1}\right)$ | • $n(x) = \ln(\sqrt{x+5})$ |

Exercice 7:

I. Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par:

$$g(x) = 2x^2 + 1 - \ln(x)$$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

2.1 Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in]0, +\infty[$

2.2 Etablir le tableau des variations de g

2.3 Montrer que $\forall x \in]0, +\infty[\quad g(x) > 0$

II. Soit la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par

$$f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln(x)}{x}$$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. Déterminer les asymptotes de la courbe $\mathcal{C}_f$

3. Montrer que $\forall x \in]0, +\infty[\quad f'(x) = \frac{1}{x^2} g(x)$

4. Etablir le tableau des variations de la fonction f

5. Calculer $f''(x)$ et déterminer les points d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$

6. Construire la courbe $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Données: $e^{\frac{3}{2}} = 4.5$ et $f(e^{\frac{3}{2}}) = 7.3$

Exercice 8:

I. Soit la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par:

$$g(x) = x^3 - x + 1 - 2 \ln(x)$$

1. Montrer que $g'(x) = \frac{(x-1)(x^2+3x+2)}{x}$

2.1 Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

2.2 Etablir le tableau des variations de g

2.3 En déduire le signe de $g(x)$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$

II. Soit la fonction définie sur $]0, +\infty[$

par

$$f(x) = 2x - 2 + \frac{\ln(x)}{x}$$

1. Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2. Déterminer les deux branches infinies de $\mathcal{C}_f$

3.1 Montrer que $\forall x \in]0, +\infty[\quad f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

3.2 Etablir le tableau des variations de f

4. Déterminer l'équation de la tangente (T) à $\mathcal{C}_f$ au point $x_0 = 1$

5. Construire $\mathcal{C}_f$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

6. Déterminer une fonction primitive de la fonction

$$h(x) = x^2 + \frac{1}{x+1}$$

Exercice 9:

Simplifier le nombre suivant: $A = \log\left(\frac{4}{x}\right) - \log\left(\frac{x}{5}\right) - 2 \log\left(\frac{\sqrt{x}}{2}\right) + \log\left(\frac{25}{x}\right) + \log(50x)$