Interprétation géométrique et dérivabilité

Dérivabilité en x_0

- $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = a \in \mathbb{R}^*$: f est dérivable en x_0, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **tangente** en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ de coefficient directeur a
- $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = 0$: f est dérivable en x_0, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **tangente horizontale** en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$
- $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0} = \pm\infty$: f n'est pas dérivable en x_0, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **tangente verticale** en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$

$\lim\limits_{x\to x_0^+} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

- $a \in \mathbb{R}^*$: f est dérivable en x_0 à droite, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente** à droite en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ de coefficient directeur a
- 0 : f est dérivable en x_0 à droite, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente horizontale** à droite en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$
- $+\infty$: f n'est pas dérivable en x_0 à droite, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente verticale** à droite en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ dirigée vers le **haut**
- $-\infty$: f n'est pas dérivable en x_0 à droite, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente verticale** à droite en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ dirigée vers le **bas**

$\lim\limits_{x\to x_0^-} \dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$

- $a \in \mathbb{R}^*$: f est dérivable en x_0 à gauche, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente** à gauche en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ de coefficient directeur a
- 0 : f est dérivable en x_0 à gauche, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente horizontale** à gauche en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$
- $+\infty$: f n'est pas dérivable en x_0 à gauche, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente verticale** à gauche en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ dirigée vers le **bas**
- $-\infty$: f n'est pas dérivable en x_0 à gauche, et $(\mathcal{C}_f)$ admet une **demi-tangente verticale** à gauche en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ dirigée vers le **haut**

Une équation cartésienne de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ en $\mathcal{A}(x_0, f(x_0))$ est : $(\mathcal{T}) : y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$

Tableaux des dérivées usuelles :

$(\text{cte})' = 0$	$\Big(k \cdot f(x)\Big)' = k \cdot f'(x)$
$(x)' = 1$	$\Big(f(x) \pm g(x)\Big)' = f'(x) \pm g'(x)$
$\left(x^2\right)' = 2x$	$\Big(f^2(x)\Big)' = 2f'(x) \cdot f(x)$
$\left(x^n\right)' = nx^{n-1}$	$\Big(f^n(x)\Big)' = nf'(x) \cdot f^{n-1}(x)$
$\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$	$\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)' = -\dfrac{f'(x)}{f^2(x)}$
$\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$	$\left(\sqrt{f(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$
$\left(\sqrt[n]{x}\right)' = \dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$	$\left(\sqrt[n]{f(x)}\right)' = \dfrac{f'(x)}{n\sqrt[n]{f^{n-1}(x)}}$
$(\cos x)' = -\sin x$	$\Big(\cos\big(f(x)\big)\Big)' = -f'(x) \cdot \sin\big(f(x)\big)$
$(\sin x)' = \cos x$	$\Big(\sin\big(f(x)\big)\Big)' = f'(x) \cdot \cos\big(f(x)\big)$
$(\tan x)' = 1 + \tan^2 x$	$\Big(\tan\big(f(x)\big)\Big)' = f'(x) \cdot \Big(1 + \tan^2\big(f(x)\big)\Big)$

$\Big(f(x) \times g(x)\Big)' = f'(x) \times g(x) + f(x) \times g'(x)$
$\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right)' = \dfrac{f'(x) \times g(x) - f(x) \times g'(x)}{g^2(x)}$
$\Big(f\big(g(x)\big)\Big)' = g'(x) \times f'\big(g(x)\big)$
$\left(f^{-1}\right)'(x) = \dfrac{1}{f'\left(f^{-1}(x)\right)}$