

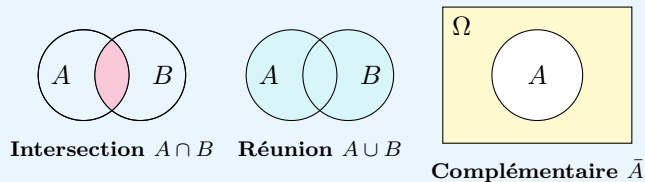
# Résumé de Cours : Probabilités

Prof: **SOUHAIL Mohamed**

Lycée Ibnou Batouta

## 1. Vocabulaire & Ensembles

- **Expérience aléatoire** : Dont on ne peut prévoir le résultat avec certitude.
  - **Univers ( $\Omega$ )** : L'ensemble de tous les résultats possibles.
  - **Événement certain** : L'univers  $\Omega$  ( $p(\Omega) = 1$ ).
  - **Événement impossible** : L'ensemble vide  $\emptyset$  ( $p(\emptyset) = 0$ ).
  - **Événements incompatibles** :  $A \cap B = \emptyset$ .
- Représentations Graphiques (Diagrammes) :**



## 2. Règles de Calcul

Soit  $A$  et  $B$  deux événements :

$$0 \leq p(A) \leq 1 \quad \text{et} \quad p(\Omega) = 1$$

**Événement contraire  $\bar{A}$  :**

$$p(\bar{A}) = 1 - p(A)$$

**Probabilité de l'union ( $A$  ou  $B$ ) :**

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$

**Hypothèse d'équiprobabilité :**

$$p(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)} = \frac{\text{Nombre de cas favorables}}{\text{Nombre de cas possibles}}$$

## 3. Dénombrement (Tirages)

Soit une urne contenant  $n$  éléments. On en tire  $p$  éléments.

- Tirage simultané** : (L'ordre n'est pas important, sans remise). Combinaisons :  $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$
- Tirage successif SANS remise** : (L'ordre est important). Arrangements :  $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$
- Tirage successif AVEC remise** : (L'ordre est important). Nombre de cas :  $n^p$

### Astuce : Le Coefficient d'Ordre

Lors d'un **tirage successif** (avec ou sans remise) d'éléments de types différents, l'ordre d'apparition compte. Il faut multiplier la probabilité par le coefficient d'ordre.

### Règle de calcul :

Si on tire  $p$  éléments au total, répartis en :  $p_1$  éléments de type 1,  $p_2$  éléments de type 2, ...,  $p_k$  éléments de type  $k$  (tel que  $p_1 + p_2 + \dots + p_k = p$ ).

Le nombre de dispositions possibles est donné par :

$$C_{\text{ordre}} = \frac{p!}{p_1! \times p_2! \times \dots \times p_k!}$$

## 4. Conditionnelle & Indépendance

**Probabilité de  $B$  sachant  $A$  (avec  $p(A) \neq 0$ ) :**

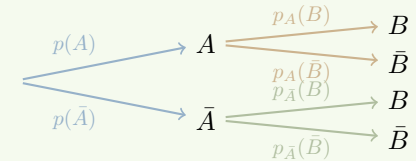
$$p_A(B) = p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$$

**Événements indépendants :**

La réalisation de l'un n'influence pas la réalisation de l'autre.

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) \iff p_A(B) = p(B)$$

## 5. Arbre de Probabilités



- **Nud** : Somme des probabilités issues d'un nud = 1.
- **Chemin** : Produit des probabilités des branches.

**Formule des probabilités totales :**

$$p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$$

## 6. Variables Aléatoires

Soit  $X$  prenant les valeurs  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ .

- **Loi de probabilité** : Calculer  $p(X = x_i)$ , avec  $\sum p_i = 1$ .

**Espérance, Variance et Écart-type :**

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p(X = x_i)$$

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

## 7. Loi Binomiale

On répète une épreuve  $n$  fois de façon **indépendante**. Soit  $p$  la probabilité du succès.

Si  $X$  est le nombre de succès, alors on note  $X \sim B(n, p)$ .

$$p(X = k) = C_n^k \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

**Propriétés** :  $E(X) = n \cdot p$  et  $V(X) = n \cdot p \cdot (1-p)$