

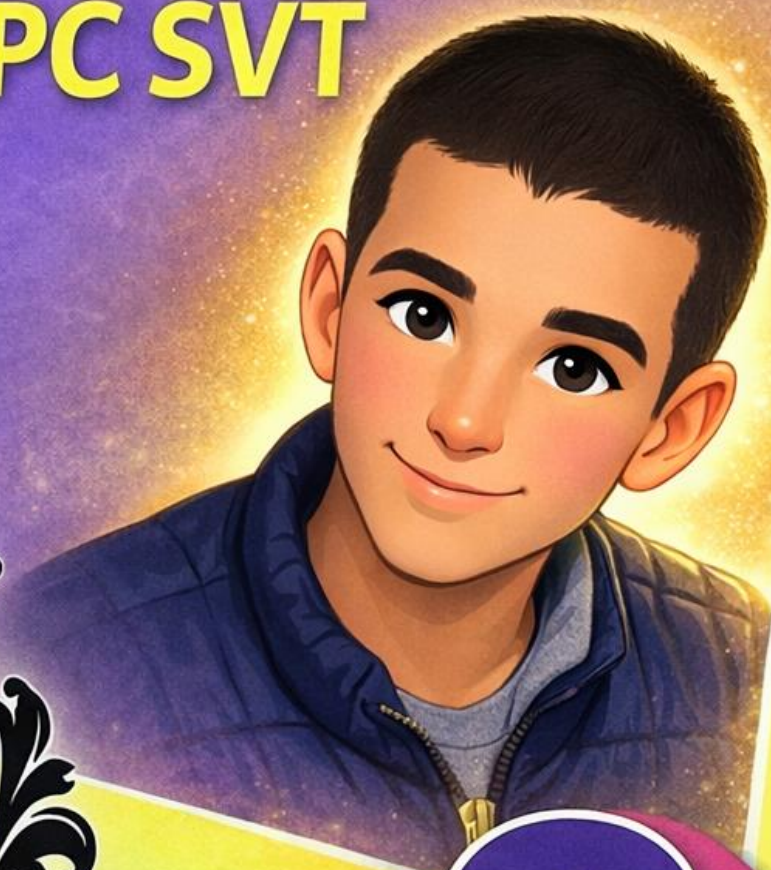
SOF

maths

ÉDITION ÉLÈVE

SOF ANALYSE

2BAC PC SVT



- Leçons de Cours
- Exercices corrigés et progressifs
- Problèmes de synthèse
- Annales de sujets du bac



RÉALISÉ PAR **SOUFIAN ERRHALI**

SOF ANALYSE



جميع الحقوق محفوظة © عائلة كريملي

يمكنكم تواصل معنا عبر الرقم التالي :

06-20-40-94-58

أو البريد الالكتروني

soufiane1120ziyache@gmail.com

تقديم الكتاب ..

بسم الله الرحمن الرحيم ، و صلاة على سيدنا و حبيبنا محمد صلى الله عليه و سلم ، أما بعد ...

معاشر التلاميذ و التلميذات و الأساتذة ..أضع اليكم هذا الكتاب النسخة النهائية من كتاب المساعدة في التحليل الذي اسمه SOF ANALYSE و الذي سيساعد مجموعة من التلاميذ في فهم معنى التحليل الحقيقي لمستوى السنة ثانية باك لأنه يحتوي على تمارين مختلفة و متدرجة في الصعوبة و أشكر الله عز و جل الذي وفقني في هذا العمل لكي يكون ممتازا و في متناول الجميع ، الذي وضعته لآخي عمر كي يساعده في المطالعة ان شاء الله وكما أنه يحتوي على 20 مسألة رياضية متدرجة في الصعوبة و 10 مسائل رياضية بنمط جديد الذي و لله الحمد سهرت عليه و أتمنى من الله أن يكمل هذا العمل لأنه سهرت عليه ليالي لأكملة على أحسن و جه ، أوجه الشكر الجزيل لمن ساندني في هذا العمل من البعيد و القريب و أوجه الشكر خاصة ل...

- ✓ الأستاذة أسماء غزواني " أستاذة مادة علوم حياة و الأرض "
- ✓ الأستاذة ليلى صنيبي " أستاذة مادة الاجتماعيات "
- ✓ الأستاذة نادية كموني " أستاذة اللغة الفرنسية "
- ✓ الأستاذة فتيحة مستقيم " أستاذة مادة رياضيات "
- ✓ الأستاذة أمينة الاتاسي " أستاذة اللغة الفرنسية "
- ✓ الأستاذة هند نصرأوي " أستاذة مادة اللغة العربية "
- ✓ الأستاذة أسماء فرح " أستاذة مادة اللغة الإنجليزية "
- ✓ الأستاذ "مصطفى وحيد" "أستاذة اللغة الإنجليزية "
- ✓ الأستاذة سميرة بوخضارة " الأستاذة اللغة العربية "
- ✓ الأستاذة سعدية " أستاذة التربية البدنية "
- ✓ الأستاذ ياسين شكري " أستاذ تربية الإسلامية "
- ✓ الأستاذ بوشعيب الماجدي " أستاذ مادة الفيزياء "
- ✓ الأستاذ الملياني "أستاذ التربية الإسلامية "
- ✓ الأستاذة كلثوم الزين "أستاذة مادة الرياضيات "
- ✓ الأستاذ عمر " أستاذ التربية البدنية "
- ✓ الأستاذ خالد أبا تراب " أستاذ مادة الفلسفة "
- ✓ الأستاذ بسلمان " أستاذ مادة الفلسفة "
- ✓ الأستاذ عبد الواحد " أستاذ مادة التربية الإسلامية "
- ✓ الأستاذة ریحان " أستاذة اللغة الفرنسية "
- ✓ الأستاذة نسيم شرافي " أستاذة مادة علوم حياة و الأرض "
- ✓ الأستاذ رضوان " أستاذ مادة علوم حياة و الأرض "
- ✓ الأستاذ مهداوي " حارس العام " و لانسى الأستاذ أسماعيل " حارس عام " والأستاذ رشيد "حارس العام"

كما أوجه شكري الخالص الى مدير المؤسسة ثانوية 6 نونبر التأهيلية "رضى" على سهره الدائم لمؤسسة و حفظه لها و أتمنى من الله أن يوفقتي لكي أمثل هذا المؤسسة على أحسن وجه في اكمال دراستي ... و أتمنى من الله أن يحفظ أساتذتنا المذكورين أعلاه ...و أن وفقهم الله

الاهداء ..

أهدي هذا الكتاب الى ..

- ✓ أستاذي أحمد البذاذي
- ✓ أستاذي أناس ذنيذن
- ✓ الأستاذ بوعزة لوكيلية
- ✓ أستاذ أحمد مطيع
- ✓ الى الأستاذ سعيد بنعبود
- ✓ الى الأستاذ البداوي عبد الرحيم و الأستاذ و الصديق ، عمر القشاوي
- الى أمي الغالية ..

✓ الهام جليل و أسأل الله أن يحفظها كما حفظ الذكر الحكيم

الى الحاج .. رحمه الله و أسكنه فسيح جناته

✓ المنطاري ..

✓ الى خالتي

زهيرة حسان رحمها الله و أسكنها فسيح جناته

الى أخي ..

✓ عمر الرحالي

✓ عبد الحكيم الرحالي

الى أعز الأصدقاء .. و الاخوة ..

✓ هبة عشير

✓ أسامة ساهل

✓ محمد علي لعروصي

✓ مروان خصيب ويونس العماري

✓ محمد خبير و عبد الكريم معروف

✓ البوهالي خالد

✓ مساك خديجة

✓ أمين عشير

✓ ياسر لوكيلية

✓ أيوب غوحسون

✓ هناء حرجام

✓ أمين حرجام

✓ البحياوي فاطمة الزهراء

✓ شيماء بوطيب

✓ أسماء المسيح

الرياضيات و علاقتها بي

قبل أن أبدأ قصتي مع هذه المادة، أعترف أنني اليوم سأفتقدها، لأنها صنعت معنى اسمي، وصاغت هوية "سفيان رحالي"، وجعلتني أفكر بذاتي دون حاجة إلى غيري، وعلمتني كيف أنظر إلى الطبيعة فأقرأ رموزها بلغة رياضية تحاكي جوهر الوجود. بلغت مستوى لم أستطع يوماً أن أحسم حدوده، غير أن ذلك كله كان بفضل من الله عز وجل، إذ منحني القدرة على مقارعة أصعب النهايات، وخوض أعقد التكاملات، وفهم دقائق الاشتقاق، والغوص في أعماق التحليل الرياضي.

بدأت رحلتي مع أستاذي أحمد البذاذي، الرجل الذي غير مسار حياتي نحو أفق آخر. خمس سنوات من العمل والمثابرة شكلت أساس شخصيتي العلمية، وأشكر الله أن أرسل إلي إنساناً صادقاً، نقي القلب، محباً للخير، قبل أن يكون أستاذاً. كنت أعتبره أخاً وصديقاً، وكان لي الشرف أن أطرح عليه تمارين وأناقشها معه، في حوارات صنعت بداخلي بذرة الباحث لا المقلد.

وبعد انتقالي إلى الثانوي، وجدت نفسي أبحث عن الامتداد الطبيعي لذلك التأثير، فكان لقائي بالأستاذ أنس ذنيزن، الذي مد لي يد العون، ووجهني لفهم المعنى الحقيقي للرياضيات، بعدما رأى في داخلي شغفاً صادقاً بهذه المادة. كان هو الآخر أخاً قبل أن يكون أستاذاً.

ثم شاء الله أن ألتقي بالأستاذ بوعزة لوكيلية، الذي نقلني من مستوى متذبذب إلى مستوى أكثر صلابة وعمقا، وعلمني أن الرياضيات ليست حفظاً ولا تكراراً، بل فهم وبناء وصياغة أفكار.

بالنسبة إليّ، الرياضيات ليست تمارين تُحلّ فحسب، بل فنٌ يُصنع، وإبداعٌ يولد من عقلٍ يجروء على التفكير. وفي هذا الزمن قلّ الصنّاع، وكثر المستهلكون. ولم أجد من يتقن لغة الرياضيات حقاً إلا القليل؛ أولئك الذين يبتكرون، يناقشون، يشكّون، ويعيدون بناء القواعد بدل الاكتفاء باستعمالها.

أنا لست ذكياً كما يُقال، ولكني أبتكر، أحلّ، أناقش، وأكسر الخاصيات الخاطئة بحثاً عن حقيقة أعمق. ويبقى السؤال المفتوح دائماً: هل الرياضيات علم أم جنون؟

هي ليست جنوناً، لأن من فهم معناها الحقيقي أحبّها، ومن دخل عالمها رحبت به، لكنها لا تفتح أبوابها إلا لمن يتقن لغتها.

والقول بأنها علم يمكن النظر إليه من زاويتين:
الأولى: أن كل إنسان قادر على امتلاكها والتحكّم فيها بالعقل والعمل.
والثانية: أنه إذا غاب الصانع عن صنعه، غاب الإبداع عن الصانع.

سأفتقد تلك اللغة التي لا تُنطق بالحروف،
بل تُهمس للعقول حين يصمت العالم.

سأفتقد سؤالاً كان يجرنني إلى سؤال،
وطريقاً لا ينتهي... لأن النهاية فيه وهم.

كانت الرياضيات نافذة لا تُطلّ على الأشياء،
بل تكشف ما وراء الأشياء.

كنت أراها حين يغيب المنطق عن الوجوه،
وتبتسم لي حين يخذلني اليقين.

ليست أرقاماً...
ولا رموزاً...
بل كائنٌ يتنفس في عقلٍ من يؤمن به.

سأفتقد ذلك الجنون الجميل،
الذي يجعلني أشك في كل شيء،
لأصل إلى شيءٍ أصدق.

إن فارقتها جسداً،
فلن تفارقني فكرة،
ولن يغادرني سؤال.

فالرياضيات لم تكن درساً...
كانت طريقة حياة.

Problème 1

Partie 1 :

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{x^2 \ln(x)}{x^2 + 1}$ et

Soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

0)-Déterminer D_f le domaine de définition

1)-a)-Montrer que f est continue en 0 à droite

b)-Etudier la dérivabilité de f en 0 à droite

c)-Donner une interprétation géométrique

2)-a)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b)- Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$

c)- Donner une interprétation géométrique

3)-soit φ la fonction définie par : $\varphi(x) = x^2 + 1 + 2\ln(x)$ sur $]0; +\infty[$

a)-calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x)$

b)-Dresser le tableau de variation de la fonction φ

c)-Montrer que la fonction φ réalise une fonction réciproque φ^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

d)- Montrer que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet une unique solution notée β sur $\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{\sqrt{3}}\right]$

e)-En déduire le signe de la fonction φ

4)-Montrer que la fonction f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que :

$$f'(x) = \frac{x\varphi(x)}{(x^2 + 1)^2}$$

5)-En déduire les variations de f

6)-Montrer que $f(\beta) = -\frac{\beta^2}{2}$

7)-Montrer que $\frac{1}{\beta}$ est une unique solution de l'équation $f(x) = \frac{1}{2}$

a)-Monter que $f' \left(\frac{1}{\beta} \right) = \beta$

b)-Monter que $f(x) \leq \beta x - \frac{1}{2}$ sur $]0 ; +\infty[$

9)-construire la courbe dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

Partie 2

Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = \sqrt{e^{1+\frac{1}{x^2}}}$

Sur $]0 ; +\infty[$ et on pose $\alpha = \frac{1}{\beta}$

1)-Dresser le tableau de variation de g

2)-a)-Monter que g est admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à déterminer

3)-En utilisant les résultats de la partie 1 , Monter que : $g(\alpha) = \alpha$

3)-on pose la suite $x_{n+1} = g(x_n)$ $x_0 = \frac{1}{2}$

a)-Monter que pour tout $x \in [\alpha ; +\infty[$; $2g(x) \leq \alpha + x$

b)- vérifier que $|g(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2} |x - \alpha|$ Sur $]0 ; +\infty[$

b)-Monter que $|x_n - \alpha| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n \left|\frac{1}{2} - \alpha\right|$ pour tout n dans N

c)-En déduire que la suite est convergent puis Déterminer sa limite

partie 3

on pose A_β l'aire du plan délimité par la courbe (C) et la droite $y=0$ et les droites $x = 0$ et $x = \beta$

1)-vérifier que $x \leq f(x) \leq \beta x - \frac{1}{2}$ sur $]0 ; +\infty[$

2)-Monter que $\lim_{\beta \rightarrow 0^+} A_\beta = 0$

Problème 2 :

partie 1

soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{x-1}{\ln(x)}$

sur $]0; +\infty[$

0)-Monter que f est continue en 1

1)-Etudier la dérivabilité de f en 1

2)-Donner une interprétation géométrique

3)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et Donner une interprétation géométrique

4)-Monter que f est dérivable sur $]0; +\infty[\setminus \{0; 1\}$ et que

$$f'(x) = \frac{x \ln(x) - x + 1}{x \ln^2(x)}$$

a)-Monter que $\int_1^x \ln(t) dt = \ln(x) - x + 1$

b)-En déduire que f est strictement croissant sur $]0; +\infty[$

5)-a)- Monter que $f(x) = x$ admet unique solution noté α sur $\left] \frac{1}{2}; \sqrt{2} \right[$ on donne $\ln(2) \approx 0.6$ et $\ln(\sqrt{2}) \approx 0.3$

b)-Donner une interprétation géométrique

c)-vérifier que $\alpha = e^{1-\frac{1}{\alpha}}$

6)-Monter que f admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à déterminer

7)-construire dans un même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la fonction f et f^{-1}

Partie 2

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_{n+1} = f(u_n)$

0)-vérifier que $1 \leq u_n \leq \alpha$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

1)-Monter que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissant pour tout n dans $\mathbb{N}$

2)-En déduire que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergent puis calculer sa limite

Partie 3

On pose $I_n = \int_n^{n^2} \frac{1}{\ln(x)} dx$, $J_n = \int_n^{n^2} \frac{1}{\ln^2(x)} dx$ n un entier $n \geq 3$

1)-Montrer que $J_n - I_n = \frac{n}{\ln^2(n)} - \frac{n^2}{2 \ln^2(n)}$

2)-on supposant que $I_n + J_n = \frac{n}{\ln^2(n)} + \frac{n^2}{2 \ln^2(n)}$

a)-Exprimer J_n et I_n en fonction de n

3)-calculer en fonction de n l'aire A_n de plan d'élimenté par $x = n$; $x = n^2$ et $y=0$

4)-calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n$

Problème 3 :

Soit f la fonction numérique définie par : $\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}-1} \\ f(1) = 2 \end{cases}$

1)-Déterminer D_f le domaine définition

2)-calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique

3)-Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ puis donner une interprétation

4)a-Monter que : $\frac{f(x)-2}{x-1} = \left(\frac{2}{\sqrt{x}+1}\right) \left(\frac{\ln(\sqrt{x})-(\sqrt{x}-1)}{(\sqrt{x}-1)^2}\right)$ pour tout $x \neq 1$

b)-Monter que $t - \frac{t^2}{2} \leq \ln(t+1) \leq t - \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3}$ pour tout $t \in \mathbb{R}^+$

c)-En utilisant le changement $\sqrt{x} - 1 = k$ Monter que f est dérivable en 1

5)-on pose $I(x) = \int_1^x \left(-\frac{1}{t} + \frac{1}{\sqrt{t^3}}\right) dt$ et

$$g(x) = 2x\sqrt{x} - 4x + 2\sqrt{x}$$

a)-Monter que $I(x) = -2 + \frac{2}{\sqrt{x}} + \ln(x)$ et que $I(x) \geq 0$ sur $]0, 1] \cup [1; +\infty[$

b)-Monter que $g(x) \geq 0$ sur $]0, 1] \cup [1; +\infty[$

6)-Monter que f est dérivable sur $\mathbb{R}^{*+}$ et que : $f'(x) = \frac{-I(x)}{g(x)}$

7)-En déduire que f est strictement décroissant sur $]0, 1] \cup [1; +\infty[$

8)-vérifier que $f(x) \geq -\frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ sur $\mathbb{R}^{*+}$

9)-Construire la courbe (C) dans un repère

Partie 2

a)-Monter que $-\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \leq f(x) \leq \sqrt{x} - \frac{1}{2}$ sur $[4; +\infty[$

b)-on note A_λ l'aire de plan délimité par (C) et les deux droites $x = 1$ et $x = \lambda$

soit $\lambda \in]1; +\infty[$

ab)- Monter que

$$-\frac{1}{4}\lambda^2 + \frac{1}{4} + \frac{5}{2}\lambda - \frac{5}{2} \leq A_\lambda \leq \frac{2}{3}\lambda\sqrt{\lambda} - \frac{2}{3}\lambda + \frac{1}{2}\lambda - \frac{1}{2}$$

ac)-En déduire $\lim_{\lambda \rightarrow 1^+} A_\lambda$

partie 3

1)-soit $f_n(x) = \frac{\ln(nx)}{\sqrt{nx}-1}$ ou n un entier naturelle no nuls

a)-Justifier que $Df_n =]0; +\infty[- \left\{\frac{1}{n}\right\}$ le domaine de Définition de f_n

b)-Démontrer que $f'_n(x) = nf'(nx)$ pour tout n no nul

c)-En déduire la monotonie de la fonction f_n

d)-Monter que $f_n(x) = f'\left(\frac{1}{n}\right)$ est admet au mois une solution a_n sur

$$]0; +\infty[- \left\{\frac{1}{n}\right\}$$

e)-Déterminer la limite de a_n

Problème 4 :

On considère f_n est une fonction définie par : $f_n(x) = \frac{-2e^x}{e^x+1} + nx$ et soit (C_n) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1\text{cm}$

1) Déterminer Df_n le domaine de définition

2)-Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) - y_n = 0$ ou $y_n = nx - 2$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

3)- calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f_n(x)$

4)-Monter que f_n est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a $f'_n(x) = \frac{-2e^x}{(e^x+1)^2} + n$

5a)- Prouver que $\frac{4e^x}{(e^x+1)^2} \leq 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b)- Déduire les variations de f_n pour tout $x \in \mathbb{R}$ (on donne les valeurs de entier naturel n

pour $n = 0$ et $n \geq 1$)

6)-Déterminer l'équation de la tangente au point I d'abscisse $x = 0$

7)-Monter que le point I est unique point d'inflexion de la courbe (C_n)

8)-Représenter graphiquement les courbe (C_0) et (C_2) dans une repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

a)-soit n un entier non nul

on pose A_n l'aire de plan délimité par (C_n) et les droites

$x = 0$ et $x = n$ et la droite d'équation $y_n = nx - 2$

9)-a)-calculer A_n en fonction de n b)-En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = 2 \ln(2)$

10)-Monter que f_0 admet une fonction réciproque f_0^{-1} définie sur un intervalle J_0 à déterminer

11)-a)-Monter que f_n admet une fonction réciproque f_n^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

12)-a)-Monter que $(\exists! \alpha_n J_0 \in), f_0^{-1}(x) = A_n - 2$

b)-Exprimer α_n en fonction de A_n

c)-En déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = -\frac{8}{e^2+4}$

12)-on pose $\Delta_n(n) = f_1^{-1}\left(-\frac{1}{n}\right)$ pour tout n un nombre entier non nul

a)-Montrer que $|\Delta_n(n) - \alpha_1| \leq \frac{1}{n}$ pour tout n un entier tel que

b)-En déduire que la suite $\Delta_n(n)$ est convergente vers α_1

soit A_n un nombre réel strictement positif et n un entier naturel on définit la fonction θ_n sur $] -2; 0[$ par :

$$\theta_n(x) = 2x A_n f_0^{-1}(x)$$

a)-Démontrer que $f_0'(x) = \frac{f_0(x)(2+f_0(x))}{2}$ pour tout x dans $\mathbb{R}$

b)-prouver que $\theta_n'(x) = 2A_n \left(f_0^{-1}(x) + \frac{2}{2+x} \right)$ pour tout x dans $] -2; 0[$

c)-En déduire f_0^{-1} en fonction de $\theta_n'(x)$ et A_n

on pose $l_n = \int_{-1}^{-2+A_n} f_0^{-1}(x) dx$

e)- Déterminer l_n en fonction de A_n et α_n

f)-En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} l_n$

Problème 5:

Partie 1

1)-Soit u deux fonctions définie par : $u(x) = xe^x - e^x + 1$ sur l'intervalle $\mathbb{R}^+$.

a)-Monter que pour tout $x \in \mathbb{R}^+$ on a ; $u(x) = \int_0^x te^t dt$

b)-En déduire que $\frac{1}{2}x^2 \leq u(x) \leq \frac{1}{2}x^2 e^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}^+$

c)-En déduire que $\frac{1}{2} \leq \frac{u(\sqrt{x})}{x} \leq \frac{1}{2}e^{\sqrt{x}}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^+$

partie 2 :

soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par
$$\begin{cases} f(x) = e^{\sqrt{x}} - (e+1)\sqrt{x}; ; x \geq 0 \\ f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{x}, , x < 0 \end{cases}$$
 et soit

(C) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-a)-Vérifier que $\frac{f(x)-1}{x} = \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{\sqrt{x}} - \frac{u(\sqrt{x})}{x} - \frac{e}{\sqrt{x}}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^{+*}$

b)-En déduire $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)-1}{x}$

c)-Monter que f est dérivable agache de 0 puis donner un interprétation géométrique de résultat obtenu

d)-En déduire que f est n'est pas dérivable en 0

2)-Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

3)-Monter que la courbe (C) est admet un branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $(+\infty)$

4)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (remarquer que $X = x^2 + 1$)

5)-justifier que f est dérivable sur chaque intervalle $\mathbb{R}^{+*}$ et $\mathbb{R}^{-*}$

a)-vérifier que $f'(x) = \frac{h(x)}{x^2(x^2+1)}$ ou' $h(x) = 2x^2 - (x^2 + 1)\ln(x^2 + 1)$

b)-on exploitant le tableau de variation de h

x	$-\infty$	φ	$-1; 3$	0
$h(x)$			$0; 7$	0

ab)-Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une unique solution $\varphi \in \mathbb{R}^{-*}$

bc)-en déduire le signe de h sur $\mathbb{R}^{-*}$

bb)-Déterminer le signe de f sur $\mathbb{R}^{-*}$

bd)-Vérifier que $f(\varphi) = \frac{2\varphi}{\varphi^2+1}$ et que $f(x) \leq \frac{2\varphi}{\varphi^2+1}$

6)-a)-Déterminer les variations de f sur $\mathbb{R}$

b)-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et β sur $\mathbb{R}^+$

c)-on pose $u(x) = \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$, Montrer que $f(x) = 0 \Leftrightarrow u(x) = e + 1$

d)-Prouver que $e^\beta - e^\alpha = u(x)(\beta - \alpha)$

7)-construire dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe de la fonction f

Partie 3

On pose A_λ l'aire de plan délimitée par la courbe (C) et l'axe $y = 0$ et les droites $x = 1$ et $x = \lambda$ tel que $\lambda \geq 0$

1)-En utilisant l'intégration par parties calculer $\int_1^\lambda e^{\sqrt{x}} dx$

2)-Ecrire A_λ en fonction de λ

3)- calculer $\lim_{\lambda \rightarrow \ln 2} A_\lambda(\lambda)$ et $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A_\lambda(\lambda)$

Partie 4

On donne le tableau de variation de la fonction f_n suivant pour tout un entier

Naturel $n \in \mathbb{N}^*$ $f_n(x) = e^{\sqrt{x}} - \left(e + \frac{1}{n}\right)\sqrt{x}$

x	0	$\ln^2\left(e + \frac{1}{n}\right)$	$+\infty$
$h(x)$	1		$+\infty$

- 1)-Monter que $f_n(\ln^2(e + \frac{1}{n})) < 0$
- 2)-Monter que l'équation $f_n(x) = 0$ est admet au moins une solution α_n sur $]0; 1]$
- 3)-Vérifier que $0 < \alpha_n < 1$
- 3)-calculer $f_{n+1}(x) - f_n(x)$ puis déduire que la suite $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est convergent
- 4)-a)-Monter que la restriction u_1 de u définie sur $]0; 1]$ est réalisable (admet) une fonction réciproque sur l'intervalle J à déterminer
- b)-Vérifier que $u_1(\alpha_n) = e + \frac{1}{n}$.
- c)-En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$

Problème 6 :

Partie 1

on considère la fonction g définie par :

$$g(x) = \ln(x+1) - x + \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3}$$

Vérifier que $g(0) = 0$ (0.25p)

Montrer que g est strictement décroissant sur $\mathbb{R}^{*+}$ (0.5p)

En déduire que $x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(x+1) \leq x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

pour tout $x \in \mathbb{R}^{*+}$ (0.75p)

Déduire que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(x+1) - x}{x^2} = -\frac{1}{2}$ (0.25p)

Partie 2

On considère la fonction f définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1},, x \leq 0 \\ f(0) = 0 \\ f(x) = \frac{e^x - x - 1}{x},, x > 0 \end{cases} \quad \text{sur } \mathbb{R}$$

Et soit (C) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-Montrer que f est continue en 0

2)a-Montrer que f est dérivable en 0 (0.5p) (tu pourra utiliser Q 4-1))

b)-Donner l'interprétation géométrique

3)-a)-vérifier que $f(-x) = -f(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^-$

b)-donner une interprétation géométrique

4)-Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis déduire que

$$\begin{cases} f'(x) = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2},, x \leq 0 \\ f(0) = 0 \\ f'(x) = \frac{e^x(e^{-x} + x - 1)}{x},, x > 0 \end{cases}$$

a)-Montrer que $e^{-x} \geq -x + 1$ pour tout $x \in \mathbb{R}^{*+}$

c)-En déduire que f est strictement croissant sur $\mathbb{R}$

5)-Montrer que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $(+\infty)$

6)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis Donner l'interprétation géométrique

7)-Trouver l'équation de la tangente de la courbe (C) au point 0

8)-Construire la courbe (C) et (T) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie 3

On considère la fonction F définie par : $\begin{cases} F(x) = -x + 2\ln(e^x + 1) \\ F(0) = \ln(4) \end{cases}$ définie sur $\mathbb{R}$

1)-Vérifier que $F'(x) = f(x)$ sur $\mathbb{R}$

2)-En déduire la variation de la fonction F sur $\mathbb{R}$

3)-Montrer que F est continue en 0

4)-calculer $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{F(x) + x - \ln 4}{x^2}$

5)-En appliquant TVI, Montrer que $F(x) = x + 2$ admet au moins une solution β sur $\mathbb{R}$ (0.5p)

a)-Montrer que $e^\beta + 1 = e^{\beta+1}$

b)-Déduire que $F(x) \geq -\frac{2}{e^{\beta+1}} + 1 + \beta$ sur $\mathbb{R}$

c)-Montrer que $1 \leq \beta$ sur $\mathbb{R}$

on pose $\varphi(x) = F(2x) - F(-2x)$ sur $[-1; 1]$

a)-Montrer que φ est impaire

b)-Montrer que $\int_{-\beta}^{\beta} \varphi(x) dx = 0$

partie 5

soit $A(\beta)$ l'aire de plan délimité par la courbe (C) et les deux droites

$$x = 0 \text{ et } x = -\beta$$

a)-vérifier que $\lim_{\beta \rightarrow +\infty} A(\beta) = \beta - F(0)$

d)-calculer $\int_{-1}^1 f(x)dx$

partie 6

on considère la suite $(\alpha)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $\begin{cases} \alpha_0 = 1 \\ \alpha_{n+1} = -2 + F(\alpha_n) \end{cases}$

1)-Montrer que $\alpha_n \geq \beta$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2)-Montrer que $F(x) \leq x + 2$ sur $[\beta; +\infty[$

3)-a)-Démontrer que la suite $(\alpha)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante

b)-Démontrer que $\beta \leq \alpha_n \leq 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

d)-Montrer que la suite $(\alpha)_{n \in \mathbb{N}}$ est convergente vers β

Problème 7:

Partie 1 :

Soit f la fonction définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x} \ln(x) - \frac{1}{2}x^2; ; x > 0 \\ f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}; ; x \leq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$
 et soit (C) sa

courbe dans un repère Orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

1)- Monter que le Domaine de définition de f est $\mathbb{R}$

2-)a)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt{x} \ln(x) = 0$

b)-Monter que f est continue en 0

3-)a)-Monter que f n'est pas dérivable à droite de 0 puis Interpréter géométriquement le résultat obtenu

b)-Etudier la dérivabilité de f en 0 puis Interpréter géométriquement le résultat obtenu

4)-Monter que f est dérivable sur chacun des intervalles $\mathbb{R}^-$ et $\mathbb{R}^{*+}$, puis Dédire la continuité de f . (0.5p)

5-)a)-vérifier que pour tout x dans $\mathbb{R}^{*+}$ on a $f'(x) = \frac{\ln(x) - 2x\sqrt{x} + 2}{2\sqrt{x}}$

b)-En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = -\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = -\infty$

c)-Dédire la variation de f sur $\mathbb{R}^{*+}$ (remarquer que $f'(1) = 0$)

6-)a)-Vérifier que pour tout x dans $\mathbb{R}^-$ on a $f'(x) = \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$

b)-Dédire que f est strictement croissant sur $\mathbb{R}^-$

7)-Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

8)-Monter que f n'admet aucune point d'inflexion sur $\mathbb{R}^-$ (tu pourra utiliser le raisonnement par l'absoudre)

9-)a)-Monter que l'équation $f'(x) = -\frac{1}{2}x$ admet unique solution α sur $[-1; 0]$

10)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu

11)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu .

12a)-Montrer que f admet deux fonctions réciproques notées u et v respectivement sur des intervalles $\mathbb{R}^-$ et $\mathbb{R}^{*+}$.

b)- Comparer les pentes des tangentes aux courbes de f et u aux points d'abscisses α . Que remarquez-vous ?

on pose $y_1 = f(\alpha)$. Montrer que u vérifie l'équation différentielle suivante

$$u'(y_1) = \frac{-2}{u'(y_1)} \text{ au point } y_1$$

c)-on pose $f'(\alpha) = -1$, Montrer que $u'(f(\alpha)) = -1$

12)-tracer la courbe de la fonction f et u et v dans un même repère Orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

13)-On pose $k(x) = |f(x)|$ et soit (C') sa courbe dans même repère Orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

a)-Montrer que $D_k = \mathbb{R}$

b)-Construire dans un même repère Orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. La courbe (C')
partie 2)

1)- Montrer que la primitive de la fonction f est $F(x) = -x + 2\ln(e^x + 1)$

$$2)\text{-On pose : } \begin{cases} F(x) = -x + 2\ln(e^x + 1) ; x \leq 0 \\ F(0) = \ln(4) \\ L(x) = \ln(4)e^{\sqrt{x}}, x > 0 \end{cases} \text{ et}$$

$$h(x) = xf(\alpha) - F(x)$$

$$\text{Et } g(x) = x^2 + 1$$

a)-Montrer que F est continue en 0

b)-calculer $h'(\alpha)$ puis Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu

c)-calculer $h''(x)$ est-ce que la courbe de la fonction h admet un point d'inflexion ? justifier

) (tu pourras utiliser l'intégration par parties)

d)-Trouver tout les point ou' tangent de h est parallèle à la tangent g

e)-Monter que $\int_{\alpha}^{\beta} L(x)dx = \ln 4(2e^{\sqrt{\beta}}(\sqrt{\beta} - 1) - 2e^{\sqrt{\alpha}}(\sqrt{\alpha} - 1))$

« tu pourra utiliser l'intégration par partie »

f)-vérifier que $L(x) > \ln(4)(1 + \sqrt{x})$ sur $x > 0$

on pose $\omega(x) = h(x) - L(x)$ $x > 0$

g)-vérifier que $f(\alpha) + F'(x) + L'(x) = \omega'(x)$ puis déduire une primitive de $\omega(x)$

partie 3

on considère la suite $(x_n)_{n \in N^*}$ définie par $\begin{cases} x_1 = e \\ x_{n+1} = f'(x_n) \end{cases}$

1)-Monter que $2x_n \geq -\alpha$ pour tout $n \in N^*$ (0.75p)

2)-Démontrer que $\left|x_{n+1} + \frac{\alpha}{2}\right| \leq \frac{1}{2}|x_n - \alpha|$ pour tout $n \in N^*$

3)-en Déduire que $\left|x_n + \frac{\alpha}{2}\right| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |e - \alpha|$ pour tout $n \in N^*$

4)-Monter que la suite $(x_n)_{n \in N^*}$ est convergent

Problème 8 :

Partie 1.

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite numérique définie par :

$$\begin{cases} U_{n+1} = \frac{U_n^2}{U_n + 1} \\ U_n = 1 \end{cases}$$

1)-Monter que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a $U_n \geq 0$

2)-a)-Monter que la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissant pour tout $n \in \mathbb{N}$

b)-En déduire que $0 \leq U_n \leq 1$

c)-Déduire que la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ es convergent pour tout $n \in \mathbb{N}$

3)-a)-Prouver que $|U_{n+1}| \leq \frac{1}{2} U_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

b)-En déduire que $U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

4)-soit $(t_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(k_n)_{n \in \mathbb{N}}$ deux suites définie par :

$$\begin{cases} t_{n+1} = \sum_{k=0}^n U_k \text{ et } k_n = \ln\left(\frac{1}{3} t_n\right) \\ t_0 = 1 \end{cases}$$

a)-Démontrer que $t_n \leq 1 + 2 \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$ on admet que la relation

$$t_{n+1} < t_n + U_n$$

b)-Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} k_n = 0$

partie 2

on considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $g(x) = \frac{t^2}{t+1} - t$

1)-a)-Monter que g est décroissant sur $\mathbb{R}^+$

b)-Déduire que $\frac{t^2}{t+1} \leq t$ pour tout $t \in \mathbb{R}^+$

c)-En déduire que $t - 1 + \frac{1}{t+1} \leq t$ pour tout $t \in \mathbb{R}^+$

d)-Monter que $\ln(x+1) \leq x$ pour tout $t \in [0; x]$

e)-En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$ $e^x - \ln(e^x + 1) > 0$

partie 3 :

soit f la fonction numérique de variable x définie par :

$$f(x) = \frac{\ln(e^x - \ln(e^x + 1))}{e^x}$$

Et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

0)-Monter que le domaine de définition de la fonction f est $\mathbb{R}$

1)-a)-Monter que $f(x) = \frac{x}{e^x} + \frac{\ln\left(1 - \frac{\ln(e^x + 1)}{e^x}\right)}{e^x}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

b)-En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

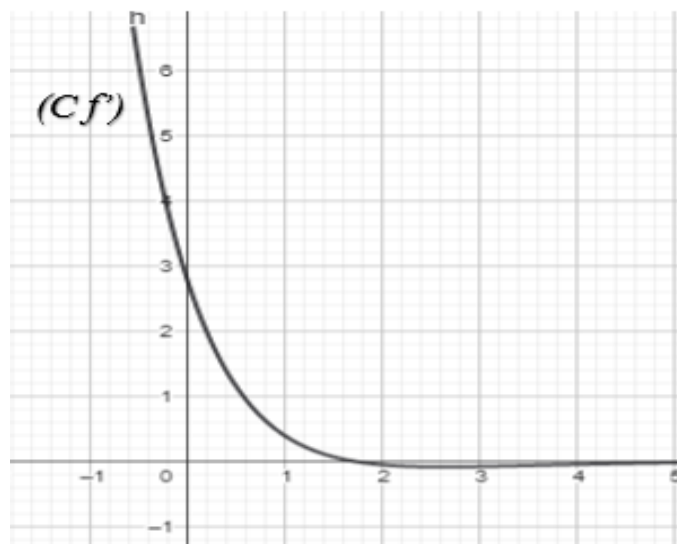
c)-Interpréter le résultat géométriquement

2)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ on pourra utiliser le

3)- Monter que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées

au voisinage de $(-\infty)$

On considère le graphe suivant de la fonction f' sur $\mathbb{R}$ (sans calculer $f'(x)$)



a)-justifier que f' est dérivable sur $\mathbb{R}$

b)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f'(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x)$ (graphiquement)

c)-Déterminer $f'(e - 1)$ (graphiquement)

d)-Dresser le tableau de variation de la fonction f

e)-est ce que f' est admet une valeur minimale en e justifier (graphiquement)

f)-Déterminer le signe de la fonction f'' puis déduire que (C) est admet une point d'inflexion)

4)-En déduire que f est strictement croissant sur $]-\infty; e - 1]$ et décroissant sur $[e - 1; +\infty[$

5)-Monter que $f(x) = 0$ est admet au moins une solution α sur $[0; e - 1]$

9)-construire la courbe (C) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

partie 4

on pose $h(x) = \frac{x}{x+1}$ et $v(x) = \frac{1}{-x-1}$ sur $\mathbb{R}^+$

1)-construire dans la feuille de réponse dans un même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ précèdent les deux courbes (C_u) et (C_v) sur $[0; 1]$

2)-En déduire que $\frac{x}{x+1} \leq f(x) \leq \frac{-1}{x+1}$ sur $[0; 1]$

Soit A_α l'aire de plan d'enclosuré par la courbe (C) et les deux droites

$x = 0$ et $x = \alpha$

3)-vérifier que $-\ln(\alpha + 1) \leq A_\alpha \leq -\alpha + \ln(\alpha + 1)$

4)-En déduire $\lim_{\alpha \rightarrow 0} A_\alpha$

Problème 9:

Partie1

Soit g la fonction numérique définie par $g(x) = 2x - (2x + 1) \ln(2x + 1)$

Sur $[0; +\infty[$

1)-Monter que g est strictement décroissant sur $[0; +\infty[$

2)-En déduire que $2x \leq (2x + 1) \ln(2x + 1)$ sur $[0; +\infty[$

Partie2

Soit f la fonction numérique définie par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{\ln(2x+1)}{x} & ; x > 0 \\ f(0) = 2 \end{cases}$$

0)-Monter que $Df = \mathbb{R}^+$

1)-En utilisant le nombre dérivé, Monter que f est continue à droit en 0

2)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis Donner une interprétation géométrique

3)-Monter que $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2(2x+1)}$ sur $]0; +\infty[$

4)-En déduire les variations de la fonction f (justifier)

5)-Monter que $1 - 2u \leq \frac{1}{2u+1} \leq 1 - 2u + 4u^2$ pour tout $u \in \mathbb{R}^+$

6)-En déduire que $2x - 2x^2 \leq \ln(2x + 1) \leq 2x - 2x^2 + \frac{8x^3}{3}$

pour tout $x \in \mathbb{R}^+$

7)Monter que f est dérivable à droit de 0 puis Donner une interprétation géométrique

8)-Tracer la courbe (C) dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie 3

Partie 3

Soit h la onction numérique définie par : $h(x) = \ln(2x + 1)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^+$

1)-Monter que h est admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur intervalle J à déterminer

2)-Déterminer l'expression de la fonction h^{-1}

3)-Monter que $h(x) = x$ admet deux solutions 0 et β tel que $1 \leq \beta \leq 2$

4)-Déterminer le signe de $h(x) - x$ pour tout $x \in \mathbb{R}^+$

5)-Monter que si $x \in]0, \beta[$ alors que $h(x) \in]0, \beta[$

6)-Monter que $h'(x) \leq \frac{2}{3}$ pour tout $x \in \mathbb{R}^+$

7)-Monter que $(h^{-1})'(\beta) = 2 \left(\frac{g(\beta)}{f(\beta) - 2\beta} \right) + 1$

Partie 4

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = h(u_n) \end{cases}$

1)-Monter que pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n \in]0, \beta[$

2)-Monter que la suite est convergente

3)-Démontrer que $\int_{u_n}^{\beta} h'(t) dt \leq \frac{2}{3} (\beta - u_n)$

4)-En déduire que $0 \leq \beta - u_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n (\beta - 1)$ puis déduire sa limite pour tout $n \in \mathbb{N}$

Problème 10:

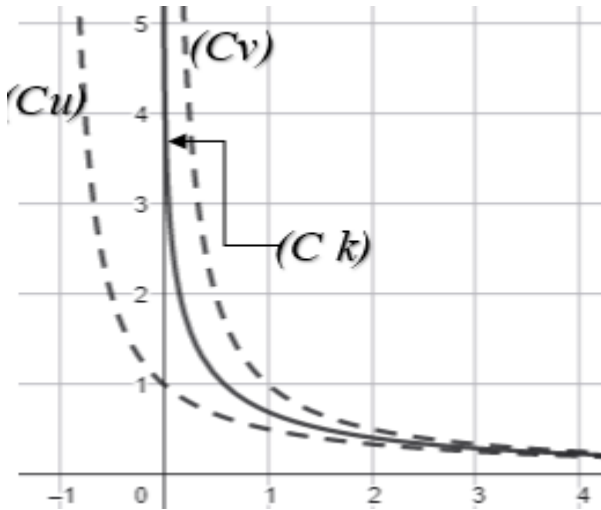
Partie 1

Soit u et v deux fonctions numériques définies par :

$$u(x) = \frac{1}{x+1} \text{ et } v(x) = \frac{1}{x} \text{ et soit } k \text{ la fonction numérique définie par}$$

$$k(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) \text{ sur } \mathbb{R}^{*+}$$

On exploite les graphes respectifs des fonctions u et v et k



1)-justifier que graphiquement que

$$\frac{1}{x+1} < \ln(x+1) - \ln(x) < \frac{1}{x} \text{ sur } \mathbb{R}^{*+}$$

2)-En déduire que : $\frac{e^x}{e^x+1} < e^x \ln(e^x + 1) - xe^x < 1$ sur $\mathbb{R}$

Partie 2 :

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = e^x \ln(e^x + 1) - xe^x$ sur $\mathbb{R}$

Et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-a)-En utilisant les résultats de la partie 1 , calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b)-Donner une interprétation géométrique

2)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

-Donner une interprétation géométrique

3)-Montre que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ puis calculer f'

4)-Monter que f est strictement croissant sur R

5)-Monter que $f(x) = mx + p$ est admet au moins des solutions sur R et m et p sont des nombres réels

a)-soit β la solution de l'équation $f(x) = m$ sur $]0; 1[$ monter que

$$e^{-\beta} = \frac{\ln(e^{\beta} + 1)}{m} - \frac{\beta}{m}$$

7)-tracer la courbe (C) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

8)- Monter que $f(x) = 2\ln(x)$ admet une unique solution α sur R^{*+}

Partie 3

1)-Monter que $f(x) = f'(x) + 1 - \frac{1}{e^x + 1}$

2)-on pose $I = \int_0^{\beta} \frac{1}{e^x + 1} dx$

a)-Monter que $I(\beta) = me^{-\beta} + \ln(2)$

b)-Discuter les deux limites selon le paramètre m dans R

I. $\lim_{x \rightarrow +\infty} I(\beta)$

II. $\lim_{x \rightarrow -\infty} I(\beta)$

3)- on note A_{β} l'aire de plan délimité par la courbe (C) et les deux

Droites $x = 0$ et $x = \beta$

a)-Monter que $A_{\beta} = e^{\beta} \ln(e^{\beta} + 1) + \ln(e^{\beta} + 1) - \beta e^{\beta}$

b)-En déduire $\lim_{\beta \rightarrow -\infty} A_{\beta}$

Problème 11 :

Partie 1

Soit g la fonction définie par : $g(x) = \frac{\ln(x)}{x}$

1)-Monter que $g(x) = \frac{1}{n}$ est admet deux solution α_n et β_n ou $n \geq 3$

Tel que $1 < \alpha_n < e < \beta_n$

2)-a)-Monter que la suite $(\alpha_n)_{n \geq 3}$ est décroissant

b)-En déduire que la suite $(\alpha_n)_{n \geq 3}$ est convergent puis déterminer sa limite

c)-calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\alpha_n)^n$

3)- Monter que la suite $(\beta_n)_{n \geq 3}$ est croissant

a)-Monter que la suite $(\beta_n)_{n \geq 3}$ est divergent

4)-Monter pour tout $x \in \mathbb{R}^+$ que $x \geq \sqrt{2x+1}$

5)-En déduire que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}+1}} > 0$

Partie 2

Soit f la fonction numérique définie par :

$f(x) = \frac{e^x}{\sqrt{e^{2x}+1}}$ et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-calculer $\ln(2)$

2)-a)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

b)-Donner une interprétation géométrique

3)- a)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b)-Donner une interprétation géométrique

4)-Monter que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que : $f'(x) = \frac{f(x)}{e^{2x}+1}$

5)-Monter que f est admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

6)-Monter que $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{x^2}{1-x^2} \right)$

7)-Monter que f^{-1} est paire

7)-Monter que $f''(x) = (1 - 2e^{2x}) \frac{f(x)}{(e^{2x}+1)^2}$

8)-Monter que le point $I \left(0; \frac{1}{2} \right)$ est un unique point d'inflexion

9)-construire dans une même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ les deux courbe
(C) et (C^{-1})

Partie 3

1)-calculer $I_\lambda = \frac{1}{2} \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\lambda} \ln \left(\frac{x^2}{1-x^2} \right) dx$

Soit A_λ l'aire de plan délimité par les deux courbe

Et les de (C) et (C^{-1}) et les deux droites $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $x = \lambda$ et λ

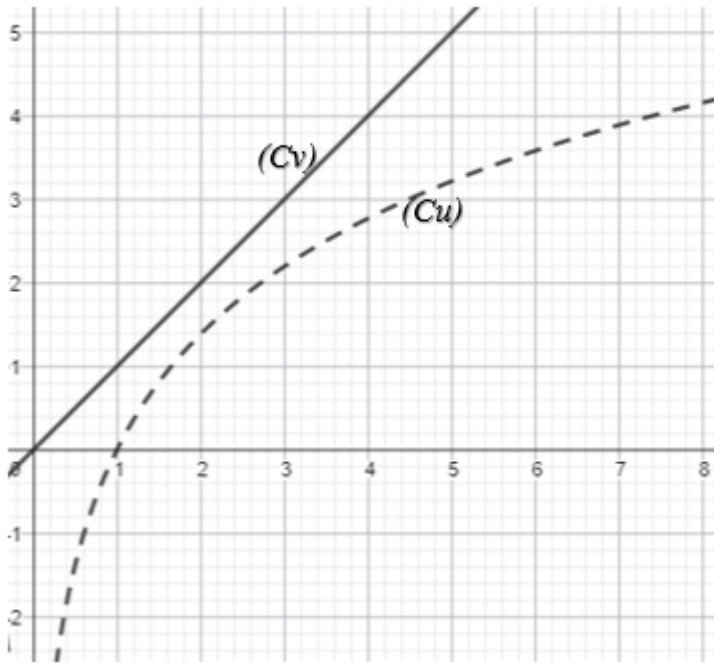
2)-Exprimer en cm^2 A_λ en fonction de λ

3)-calculer $\lim_{\lambda \rightarrow 1^+} A_\lambda$

Problème 12 :

Partie 1 A-

Soient u et v deux fonction numérique définie par $u(x) = \ln(x^2)$ et $v(x) = x$
Définie sur $]0 ; +\infty[$ et on considère les deux courbes dans un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$



a)-Justifier que graphiquement $v(x) > u(x)$ pour tout x dans $]0 ; +\infty[$

b)-prouver que pour tout x dans $\mathbb{R}$, $\sqrt{e^{-x}} + x > 0$ on pose $k(x) = \sqrt{e^{-x}} + x$

partie B

on pose $I = \int_{\frac{1}{2}}^1 u(x)dx$ et $J = \int_{\frac{1}{2}}^1 v(x)$

a)-vérifier que la primitive de $x : \rightarrow \ln(x)$ est $x : \rightarrow x \ln(x) - x$ pour tout x dans $]0 ; +\infty[$

b)-En déduire que J

c)-Déterminer en ua l'aire de plan d élimité par la courbe (Cu) et (Cv) et les droites $x = 1; x = \frac{1}{2}$

partie C

on pose $u_n = \int_1^{\frac{1}{n}} (x \ln(x) - x) dx$

a)-En utilisant la méthode de l'intégration par partie calculer u_n en fonction de n

b)-En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Problème 13:

soit f la fonction numérique définie par :

$f(x) = \sqrt{e^{-x}} \ln(\sqrt{e^{-x}} + x)$ et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

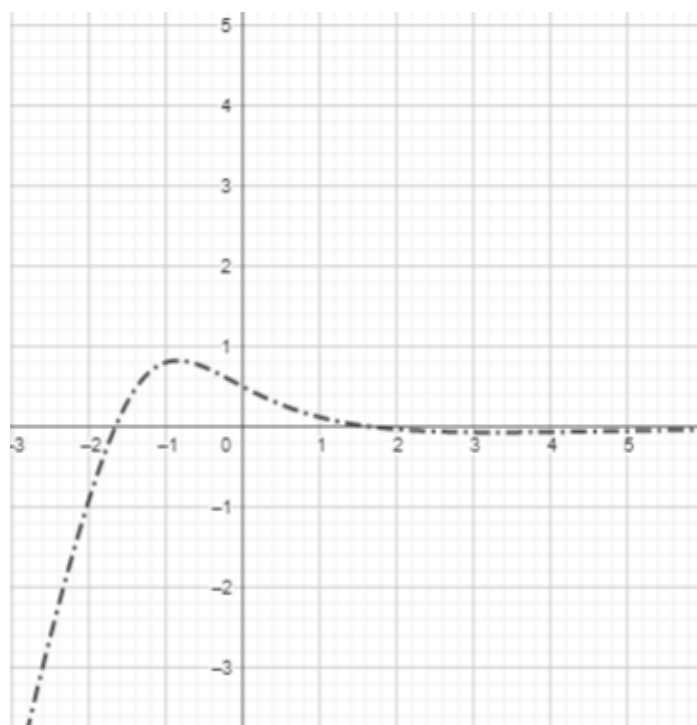
0)-Justifier que le domaine de définition est $\mathbb{R}$

1)-Monter que la courbe (C) de la fonction f admet une asymptote horizontale au voisinage de $(+\infty)$

2)vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{e^{-x}} + x = +\infty$ puis déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3)-Monter que $f(x) = 0$ admet au moins une solution α sur $] -3; 0[$

4)a)--Monter que f est dérivable sur $\mathbb{R}$



b)-justifier que graphiquement

$f'(x) = 0$ admet exactement deux solutions

h et l (TVI est ne pas demander)

d)-Déterminer le signe de f' puis déduire les variations de f

e)- monter que $f'(x)$ réalise une fonction réciproque sur $[h; +\infty[$

f)-Déterminer les variations de $(f'(x))^{-1}$ justifier

g)-recopie sur votre feuille de repense la courbe de f' sur $[h; +\infty[$

Construire la courbe de $(f'(x))^{-1}$

5)- Déterminer le signe de $f''(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis déduire la concavité

- $f(x) \leq \frac{1}{2}x$ sur $[\alpha; 0]$
- $f(x) \geq \frac{1}{2}x$ Sur $[0; +\infty[$

7)-Déterminer le nombre de solution de l' équation

$$f'(x) = x + 2$$

7)- Monter que $0 < \alpha < l$

8)-construire la courbe de la fonction f sur un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

$$l \approx -1.5 \text{ et } h \approx 1.5$$

Parti2

Vérifier que $\frac{1}{2}x \leq f(x) \leq f'(x)$ sur $[0; +\infty[$

Soit A_h l'aire de plan d'délimité par la courbe de la fonction f et

Les deux droit $x = 0$ et $x = h$ et la droit $y = 0$

1)-Monter que $f(h) \leq |A_h| \leq \frac{h^2}{4}$ puis calculer $\lim_{h \rightarrow 0} |A_h|$

Partie 3

On considère la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

1)-Monter que $0 \leq u_n \leq \alpha$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

2)-Monter que $0 \leq u_n \leq \alpha \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout n dans $\mathbb{N}$ tu pourra utiliser les résultats de la partie 1

3)-Déduire la limite de la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

4)-a)-Monter que $T_n \leq 2\alpha \left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right)$ ou $T_n = u_0 + \dots + u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

b)-Monter que T_n est majorée par 2α

5)-on pose $(T_{n+1} - 2\alpha) = \frac{1}{2} (T_n - 2\alpha)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $T_0 = l + 2\alpha$

a)-vérifier que la suite T_n est croissant pour tout n dans $\mathbb{N}$

b)-vérifier que $T_n = 2\alpha + l \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout n dans $\mathbb{N}$ en déduire la limite de (T_n)

Problème 14 :

Partie 1

Soit u et v deux fonctions numériques définies par : $u(x) = e^x$

Et $v(x) = x$ sur $\mathbb{R}$

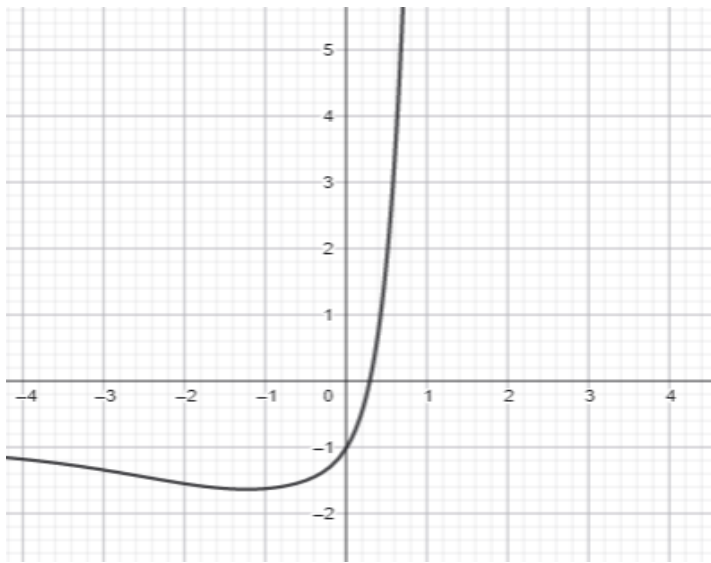
Et soit (C_u) et (C_v) les deux courbes représentatives de u et v

1)-a)-construire dans un même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (C_u) et (C_v)

b)-justifier que graphiquement $e^x - x > 0$ pour tout x dans $\mathbb{R}$

On pose $g(x) = e^{3x} + 3xe^x - xe^{2x} - 2e^{2x} - e^x - x + 1$ sur $\mathbb{R}$

Et on considère La courbe ci-dessus représentative de la fonction g'



« remarque le calcul de g' ne pas demander »

1)-Dresser le tableau de variation du g' sur $\mathbb{R}$

2)-Déterminer le signe de g' sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variation

3)-Montrer que $g(x) = 0$ admet exactement deux solutions λ_1 et λ_2 tel que $\lambda_1 < \lambda_2$ sur $\mathbb{R}$

4)-En déduire le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$

Partie 2

Soit f la fonction numérique définie par :

$$f(x) = (e^x - 1)\ln(e^x - x) - \frac{e^x - 1}{e^x - x} \text{ et } (C_f) \text{ sa courbe dans un repère } (O; \vec{i}; \vec{j})$$

1)-Déterminer En justifiant votre réponse le domaine de définition du f

2)-a)-vérifier que $f(0) = 0$

b)-Donner une interprétation géométrique

3)-Monter que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$; puis Donner une interprétation géométrique

4)-a)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

b)-Monter que pour tout x dans $\mathbb{R}^{*+}$ on a ;

$$\frac{f(x)}{x} = (e^x - 1) \left[\frac{\ln(u(x)-v(x))}{u(x)-v(x)} \times \frac{\frac{e^x}{x}-1}{e^x-1} - \frac{1}{xe^x-x^2} \right]$$

c)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} u(x) - v(x) = +\infty$

d)-Monter que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ puis Donner une interprétation

e)- Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ puis Donner une interprétation

5)- Monter que f est dérivable et que : $f'(x) = e^x \ln(e^x - x) + \frac{g(x)}{(e^x-x)^2}$

a)-Monter que $e^x \ln(e^x + 1) \geq 0$ sur $\mathbb{R}$

b)-Déduire les variations de la fonction f

6)-Monter que $f(x) = 0$ admet exactement 3 solutions 0 et α_1 et α_2

7)-Montrer que $\frac{e^{\alpha_1}-\alpha_1}{e^{\alpha_2}-\alpha_2} = \ln\left(\frac{e^{\alpha_1}-\alpha_1}{e^{\alpha_2}-\alpha_2}\right)$ et que

$$\lambda_1 < \alpha_1 < \alpha_2 < \lambda_2 \text{ sur } \mathbb{R}$$

8)-construire la courbe (C) dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On donne $\lambda_1 \approx -\lambda_2 \approx 0.7$

Partie 3

Soit h la fonction numérique définie par ;

$$\begin{cases} h(x) = f(x); ; x < 0 \\ h(0) = 0 \\ h(x) = \frac{x}{e^x + e^{-x}}; ; x \geq 0 \end{cases}$$

1)-Monter que h est continue en 0

2)-Monter que $e^x \leq \frac{2}{e^x + e^{-x}} \leq e^{-x}$ pour tout $x \geq 0$

3)-En déduire que $y = \frac{1}{2}x$ tangent à la courbe en 0 (gauche)

4)-Monter que $h(x) \leq \frac{1}{2}x$ pour tout $x \geq 0$

5)-Monter que $h(x) = 1 - x$ est admet unique solution β sur $x \geq 0$

Partie 4

On pose $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $\alpha_{n+1} = 1 - h(\alpha_n)$

et $\alpha_0 = \pi$

1)-Monter que $0 \leq \alpha_n \leq \beta$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

2) Monter que $|\alpha_{n+1} - \beta| \leq \frac{1}{2}|\alpha_n - \beta|$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

3)-Monter que $|\alpha_n - \beta| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |\pi - \beta|$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

4)-En déduire la limite de la suite $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}}$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

On pose $\beta_n = \ln(|\alpha_n - \beta|)$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

a)-est ce que la suite $(\beta_n)_{n \geq 0}$ est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$?justifier

partie 5 Posons $I_{\lambda_2} = \frac{1}{e^{2\lambda_2}} \int_0^{\lambda_2} f(x) dx$

1)-Monter que $\lim_{\lambda_2 \rightarrow +\infty} I_{\lambda_2}$

2)-En utilisant une intégration par partie , calculer $\int_0^{\ln(2)} (e^x - 1) \ln(e^x - x) dx$

3)-Déduire l'aire de plan délimité par la courbe (C) et les deux droites

$$x = 0 \text{ et } x = \ln 2$$

Partie 6

On pose $F(2x) = F(x) - F(3x)$ tel que F la primitive de f

1)-Monter que $F(3x) \leq F(x) \leq F(2x)$ pour tout x Dans $\mathbb{R}$

2)-est ce que F est dérivable en 0 justifier

Problème 15 :

Partie 1

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = \left(\frac{e^{-x+1} - e^{x+1}}{e^x + e^{-x}} \right) \ln \left(\frac{e}{e^x + e^{-x}} \right)$$

0)-Montrer que f est une fonction impaire sur $\mathbb{R}$

1)-Donner une interprétation géométrique .

2)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

b)-En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (tu pourras utiliser les résultats de question 0))

3)-Montrer que la droite (D) d'équation $y = ex - e$ est une asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $+\infty$

4)-Déterminer (D') asymptote oblique à (C_f) au voisinage de $-\infty$

5)-a)-vérifier que $(D') \parallel (D)$

b)-Déterminer l'intersection des droites avec les axes de repère

c)-Démontrer que pour tout x dans $\mathbb{R}$ on a $-e < f(x) - ex < e$

6)-Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que

$$f'(x) = \frac{e^{-2x+1} + e^{2x+1} - 2e + e \ln((e^{-x} + e^x)^4)}{(e^{-x} + e^x)^2}$$

On pose $u_n = \int_{\frac{1}{n}}^{\frac{2}{n}} f(x) dx$

1)-a)-Montrer que $0 < u_n \leq \frac{1}{n^2}$ pour tout n dans $\mathbb{N}^*$

b)-Déduire la limite de la suite

2)-Montrer que la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est décroissante puis déduire qu'elle est convergente

On pose $v_{n+1} = \int_{-u_n}^{u_n} f(x) dx$ et $u_{n+1} = \frac{f(u_n)}{e} - u_n$

a) – Montrer que $|v_{n+1}| \leq \left| \left(\frac{f(u_n)}{e} - u_n \right) v_n \right|$

b) Montrer que $|v_n| \leq \left| \left(\frac{f(u_n)}{e} - u_n \right)^n (v_1) \right|$

b)-En utilisant les résultats de la partie 1, Montrer que la suite (v_n) est convergente

Problème 16 :

On admet que la proposition P , pour tout $x \in]0 ; +\infty[; e^{\frac{1}{x}} < 1 + \frac{1}{x} < e^{\frac{1}{x+1}}$

On considère la suite numérique définie par $\begin{cases} \alpha_{n+1} = \alpha_n \ln \left(1 + \frac{1}{\alpha_n} \right) \\ \alpha_0 < l \end{cases}$ et

$$k(x) = x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$$

1)a)-en utilisant la proposition P , Montrer que k est strictement croissant pour tout $]0 ; +\infty[$

b)-Montrer que $\alpha_n < l$ par

2)-Montrer que la suite est croissante pour tout n dans N utiliser la proposition p , puis déduire que la suite (α_n) est convergente

3)-Montrer que $l - k(x) \geq \frac{1}{e} (l - x)$ pour tout $[l ; +\infty[$

a)-Montrer que $l - \alpha_n \geq \left(\frac{1}{e}\right)^n (l - \alpha_0)$ pour tout n dans N

b)-En déduire la limite de la suite (α_n)

Partie 2.

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x^3 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$ sur $[0 ; +\infty[$ et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ tel que

$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1 \text{ cm}$$

1)-Montrer que f est continue en 0 (à droite).

2)-a)-En utilisant la proposition P , Montrer que f est dérivable en 0 à droite

b)- Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu.

3)- En utilisant la proposition P , Montrer que f admet une branche parabolique à déterminer sa direction.

4)-a)-justifier que f est dérivable sur $[0 ; +\infty[$ et que

$$f'(x) = 3x^2 \left(\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{3x} \right)$$

b)- En utilisant la proposition P , Montrer que f est strictement croissante

e)-Dresser le tableau de variation de la fonction f .

5)-on pose $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ sur $]0; +\infty[$

a)-vérifier que $g'(x) = 2x \left(\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) - \frac{1}{2x} \right)$

b- En utilisant la proposition P , Montrer que g est strictement croissant sur $]0; +\infty[$

c)-Montrer que l'équation $g(x) = m$ admet exactement une solution α telle que m dans $]0; +\infty[$

d)-pour $m = 1$ vérifier que $1 < \alpha < 2$

e)-En déduire que α est une solution de l'équation $f(x) = x$

6)-Montrer que $\frac{f'(\alpha)}{g'(\alpha)} = \frac{\alpha(3-\alpha)}{2-\alpha}$

7)-a)-Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

b)-Déterminer les variations de la fonction réciproque

8)-construire dans un même repère $(O, \vec{i}; \vec{j})$ les deux courbes (C_f) et $(C_{f^{-1}})$

Partie 3

On pose $(f \circ g)(x) = nf(x)$ pour tout n un entier non nul pour tout x dans $]0; +\infty[$

a)-Etudier la variation de $(f \circ g)$

b)-Montrer que l'équation $(f \circ g)(x) = nx$ admet une unique solution i_n

c)- Montrer que $i - f\left(\frac{1}{n}\right) \leq i_n \leq i + g'\left(\frac{1}{n}\right) - 1$

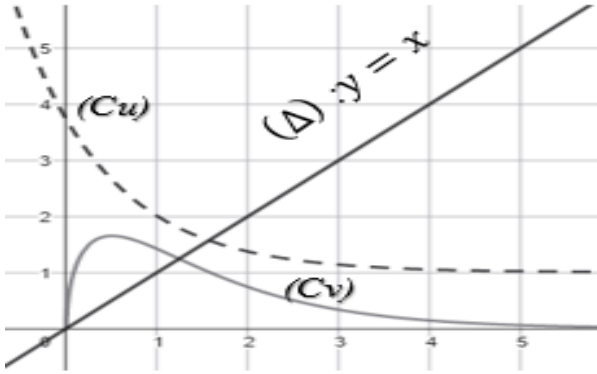
d)-En déduire la limite de (i_n) pour tout n dans $\mathbb{N}$

Problème 17:

Partie 1.A-

on considère les fonctions numérique u et v définie par : $u(x) = \sqrt{2x} e^{1-x}$ et $v(x) = e^{1-x} + 1$ sur $[0; +\infty[$

Et soient (Cu) et (Cv) deux courbe de u et de v et la droite $(\Delta) : y = x$ dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.



1)-Justifier que graphiquement : $u(x) > v(x)$.

2)-prouver que pour tout x dans $\mathbb{R}$ on a ;

$$\frac{2x}{(1 + e^{x-1})^2} - 1 < 0$$

4)-on pose $I = \int_1^2 \frac{e^{1-x}}{\sqrt{x}} dx$ et $J = \int_1^2 u(x) dx$

a)-vérifier que $I = \frac{\sqrt{2}-e}{e} + \frac{1}{\sqrt{2}}J$

b)-Monter que $I - J = \frac{2-e\sqrt{2}}{e}$

c)-vérifier que $\int_1^2 v(x) dx = 2 - \frac{1}{e}$

4)- trouver en cm^2 la valeur de l'aire A de plan d'limité par la courbe (Cu) et (Cv) et les droites $x = 1$ et $x = 2$ et $y = 0$

partie 2 B-

1)-Monter que $v^{-1}(x) \leq x$ sur $[0; 2]$ et $v(\lambda) = \lambda$

-on pose $\begin{cases} \alpha_{n+1} = v^{-1}(\alpha_n) \\ \alpha_0 = \lambda \end{cases}$

1)-Monter que $\alpha_n \geq \lambda$

3)-Monter que la suite (α_n) est convergent .

4)-calculer la limite de la suite (α_n)

Partie 3 :

Soi f la fonction numérique définie sur R par :

$$f(x) = 1 - x + \frac{x^2 e^{1-x}}{e^{1-x} + 1} \text{ et soit } (C) \text{ sa courbe dans un repère } (O, \vec{i}, \vec{j})$$

1)-a)-Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) + x - 1 = 0$

b)-Donner une interprétation géométrique la résultat

c)-En déduire la position relative entre (C_f) et la droit $y = 1 - x$

2)-a)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

b)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$. Puis Donner une interprétation géométrique la résultat

3)-a)-Monter que f es dérivable sur R et que :

$$f'(x) = \frac{2x}{(e^{x-1} + 1)^2} - 1$$

b)-En déduire la monotonie de f sur R (tu pourra utiliser les résultats de la parti 1A-Q-2)

c)-Dresser le tableau de variation de f sur R .

4)-Déterminer l'équation de la tangent à la courbe (C) au point J

4)-a)-soit m un nombre réel , Monter que l'équation $f(x) = m$ est admet unique solution noté α

b)-pour $m = 0$ vérifier que $2 \leq \alpha < 3$

c)-vérifier que $e^{\alpha-1} = \alpha + \frac{1}{\alpha-1}$

5)-Monter que f est admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

6)-Déterminer la monotonie de la fonction f^{-1} justifier

7)-Monter que f^{-1} est dérivable en 0 et que $(f^{-1})'(0) = \frac{\alpha(\alpha^2 - \alpha)^2}{2 - \alpha(\alpha^2 - \alpha)^2}$

8)-tracer la courbe (C) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

8)-tracer la courbe (C) dans un repère (O, $\vec{i}$; $\vec{j}$).

Partie 4

Soit f_n la fonction numérique définie par !

$$f_n(x) = 1 - nx + \frac{x^2 e^{1-x}}{e^{1-x} + 1} \text{ ou } n \text{ un entier naturelle}$$

1)-Monter que la droite $y_n = 1 - nx$ est un asymptote oblique à (C_n)

2)-Monter que $f_n(x) = n$ est admet unique solution σ_n

a)-Etudier le signe de $f_{n+1}(x) - f_n(x)$ puis déduire que la limite (σ_n) est décroissant

b)-Monter que $\frac{1}{n} < \sigma_n < \frac{2}{n}$ pour tout n dans N^*

c)-En déduire que la suite (σ_n) est convergent

Problème 18 :

Partie 1

Soit f la fonction numérique et (C) sa courbe dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ définie par :

$$f(x) = (e^{x-1} - e^{1-x}) \ln(e^{x-1} + e^{1-x}) + \frac{e}{e^{1-x} + 1} \text{ sur } \mathbb{R}.$$

1)-a)-Montrer que $f(2-x) + f(x) = e$

b)-Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu

2)- vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

3)-a)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

b)-conclure ?

4)-vérifier que $f'(x) = f'(2-x)$

On exploitant le tableau de variation de h tel que $h(x) = f'(2-x)$ pour tout x dans $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
h	$+\infty$		$+\infty$

a)-calculer $h(1)$.

b)-prouver que f est strictement croissant sur $\mathbb{R}$

c)-Montrer que le point $A\left(1, \frac{e}{2}\right)$ est un point d'inflexion (f'' ne demander)

d)-Dresser le tableau de variation de la fonction f

5)-Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet unique solution α sur $\mathbb{R}$

a)-Montrer que $0 < \alpha \leq \sqrt{\frac{e}{2} - \frac{2}{e}}$

6)-Montrer que $f(x) - x \leq 0$ sur $[0; \alpha]$

7)-construire la courbe (C) dans un repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Partie 2

On pose $V_{n+1} = f(V_n)$ pour tout n dans N et $V_0 = \sqrt{\frac{e}{2} - \frac{2}{e}}$

1)-Monter que $\alpha \leq V_n$ pour tout n dans N

2)-Monter que la suite est décroissant pour tout n dans N

3)-Déduire que $\alpha \leq V_n \leq \sqrt{\frac{e}{2} - \frac{2}{e}}$ pour tout n dans N

4)-En déduire que la suite est convergente

5)-calculer la limite de la suite

6)-Monter que $|\alpha - V_{n+1}| \leq \left| f' \left(\sqrt{\frac{e}{2} - \frac{2}{e}} \right) \right| |\alpha - V_n|$ pour tout n dans N

7)-En utilisant le principe de récurrence ,

Monter que $|\alpha - V_n| \leq \left| f' \left(\sqrt{\frac{e}{2} - \frac{2}{e}} \right) \right|^n \left| \alpha - \sqrt{\frac{e}{2} - \frac{2}{e}} \right|$

a)-vérifier que $\left| f' \left(\sqrt{\frac{e}{2} - \frac{2}{e}} \right) \right| \leq 1$, en déduire la limite de (V_n)

partie 3

on pose $I = \int_0^1 (e^{x-1} - e^{1-x}) \ln(e^{x-1} + e^{1-x}) dx$ et $J = \int_0^1 \frac{e}{1+e^{1-x}} dx$

a)-calculer J

b)-En déduire l'aire de plan d'éliminé par la courbe (C) et les droites $x = 0, x = 1$

partie 4-

En pose $\begin{cases} U_{n+1} = U_n + F(U_n) \\ U_0 = \alpha \end{cases}$

et F la primitive de f sur R

a)-Monter que $U_n = \alpha + F(U_{n-1})$

b)-Monter que $|F(U_{n-1})| \leq F\left(\frac{n}{n+1}\right)$ en déduire la limite de U_n

Problème 19 :

partie 1

soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e} + e^{1-x}}$ et soit (Γ) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-a)-Monter que pour tout x dans $\mathbb{R}$ $f(2-x) + f(x) = 1$

b)-Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu

2)-a)- Monter que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

b)-Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu

3)-a)-prouver que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ (en utilisant question 1)-a) et 2)-a))

b)- Donner une interprétation géométrique le résultat obtenu

4)-En déduire le signe de f sur $\mathbb{R}$

5)-Monter que $f'(x) = f(x)(1 - f(x))$

6)-Monter que f est strictement croissant sur $\mathbb{R}$ (tu pourra utiliser question 4)

7)-a)- Monter que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à Déterminer .

b)-Déterminer en Justifier votre réponse la variation de f^{-1} sur J

on pose $\varphi(x) = \frac{x}{2} f^{-1}(x)$

a)-vérifier que $\varphi'(x) = \frac{1}{2} f^{-1}(x) + \frac{1}{2(1-x)}$

c)-Déduire que pour tout x dans J , on a $f^{-1}(x) = \frac{1}{2} + \ln(x) - \ln(1-x)$

7)- a)- soit m un nombre réel non nul , Monter que l'équation $f(x) = m$ admet une unique solution λ sur $]0; 1[$

b) -vérifier que $\alpha = \frac{1}{2} - \ln\left(\frac{1-m}{m}\right)$

-Monter que l'équation de la tangente se écrit sous la forme $y = mx + \frac{m}{2} + m \ln\left(\frac{1-m}{m}\right)$ au point α

9)-construire la courbe (Γ) et (Γ^{-1})

et les droites $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$ et $y = 0$ est : $\frac{1}{2} + \ln 2 + \ln\left(\frac{1}{\sqrt{e}+1}\right)$ ua

b)-Montrer que $J_\alpha \leq \frac{1}{2} - f(\alpha)$ et que $-1 \leq J_\alpha \leq \frac{1}{2} - f(\alpha)$

c)-calculer $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} J_\alpha$

d)-prouver que $J_\alpha = \frac{1}{2} - m$

e)-calculer l (l'intégration par partie ne pas Demander)

Partie 3

On pose $f_n(x) = \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e}+e^{1-nx}}$ et n supérieur ou égal à 2

a) Montrer que l'équation $f_n(x) = \frac{nx}{2}$ admet une unique solution β_n sur $\mathbb{R}$

b) Montrer que $\beta_n \geq 0$

c) Montrer que la suite $(\beta_{n \geq 2})$ est décroissante

d) En déduire que la suite est convergente

e) Montrer que $\frac{1}{n} \leq \beta_n \leq \frac{1}{2n}$ puis déduire la limite

On pose $F_n(x) = \frac{1}{n} \ln(e^{1-nx} + \sqrt{e}) + x$

1)-vérifier que pour tout n supérieur ou égal à 2 $F'_n(x) = f_n(x)$

3)-Déduire que $\frac{1}{\beta_1}$ est une unique solution de $F_1(x) = x$

2)-Déduire que $F_1(x) \leq x$ sur $]0, \beta_1]$

3) on pose $u_{n+1} = F_1(u_n)$ et $u_0 = \sqrt{\beta_1}$

a)- Montrer que $u_n \geq \frac{1}{\beta_1}$

b)- Montrer que la suite est décroissante

c)-Montrer que $u_{n+1} - \frac{1}{\beta_1} \leq f(\sqrt{\beta_1}) \left(u_{n+1} - \frac{1}{\beta_1}\right)$

d)-En déduire que la suite est convergente vers $\frac{1}{\beta_1}$

Problème 20 :

Partie 1

Soit n un entier non nul on pose !

$$\begin{cases} f_n(x) = (x - n)^2 \ln^{2n+1}(x - n) \\ f_n(n) = 0 \end{cases}$$

Soit (C_n) sa courbe dans un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1)-a)-Montrer que $Df_n = [n; +\infty[$

b)-Montrer que f_n est continue à droite de n

c)-Montrer que f_n est dérivable à droite de n

d)-donner une interprétation géométrique

2)-a)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_n(x) = +\infty$

b)-En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f_n(x)}{x} = +\infty$ pour tout n un entier non nul

d)-En déduire le signe de f_n pour tout n un entier non nul

3)-a)-Montrer que $f'_n(x) = f_n(x) \times \frac{2 \ln(x-n) + 2n+1}{(x-n) \ln(x-n)}$

b)-Montrer que f_n est strictement décroissant sur $\left[0; n + e^{-\frac{2n+1}{2}}\right]$ et croissant sur $\left[n + e^{-\frac{2n+1}{2}}; +\infty\right]$

4)-a)-Montrer que $f_n(x) = x$ admet exactement deux solutions notées i_n et j_n sur $]n; +\infty[$

b)-Montrer que $i_n < j_n$

c)-Etudier la monotonie des suites (i_n) et (j_n)

d)-Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} i_n = n$ conclure ?

e)-Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} j_n(n - i_n) \left(e^{\frac{1}{j_n+1}} - e^{\frac{1}{j_n}} \right) = f_n(n)$

5)-Montrer que f_n réalise une fonction réciproque définie sur un intervalle J à déterminer

6)-on pose

$$\begin{cases} g_n(x) = n + \sqrt[3]{x} + x^{\frac{1}{3}} \left(\frac{1}{3} \ln(x) \right)^{\frac{2n+1}{3}} \\ g_n(0) = n \end{cases}$$

a)-Monter que g_n est continue à droite de 0

b)-vérifier que $(g_n \circ f_n)(x) = x$

c)-En déduire g'_n puis calculer $g'_n(0)$

7)-construire (C_{f_1}) et (C_{g_1}) dans même repère

Partie 2

On pose $C_{2n+2} = f_n(C_{2n})$ et $C_2 = -n$ n un entier no nuls

1)-Monter que $C_{2n} > j_n$ pour tout n dans N

b)-En déduire que (C_n) est minoré par J_n

2)-Monter que la suite (C_n) est décroissant

3)-Établie que $\frac{1}{J_n} + j_n \leq i_n - n + C_n \leq j_n$ pour tout n no nul

4)-Monter que la suite (C_n) est convergent vers j_n

Partie 3

On pose $a_n = \int_0^1 (x - n)^{-1+2n} f_n(x) dx$ et $b_n = \prod_{i=0}^n a_{i-1}$

1)-En utilisant la question 3)a-Monter que $\frac{a_n}{a_{n-1}} = -\frac{2n+1}{2+2n}$ n dans N^*

b)-En déduire la monotonie de (a_n)

c)-calculer la limite de (a_n) puis déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$

2)-Monter que $f_n(i_n + j_n) = a_n \frac{1}{i_n + j_n}$ pour tout n no nul

3)-a)-Exprimer $(i_n + j_n)$ en fonction de (a_n)

b)-En déduire la limite de a_{2n} (Justifier)

partie 4

on pose $A = \int_{i_1}^{i_2} (g_1(x) - g_2(x)) dx$

a)-En utilisant les résultats précédents, Montrer que

$$A = i_2 g_1(i_2) - g_2(i_2) + \int_{i_1}^{g_2(i_2)} f_2(x) dx - \int_{i_1}^{g_1(i_2)} f_1(x) dx$$

b)-calculer A-

Q)-1)-

On pose $u_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n k \left(e^{\frac{1}{k}} - e^{\frac{1}{k+1}} \right)$ et $v_n = 2^{nu_n}$ pour tout n non nul

1)-Justifier que (u_n) bien définie pour tout n dans $\mathbb{N}^*$

2)-est ce que la suite (u_n) est convergente ! justifier

3 déterminer limite de v_n

Q)-2)-

Soit n un entier tel que $u_{n+1} = 1 - \frac{1}{2u_n+1}$ et $u_0 = \frac{1}{5}$

Justifier que la suite est convergente puis déterminer sa limite

Q)-3)-

Monter que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - x - 1}{x^2} = \frac{1}{2}$

Q)-4)-

a)-Monter que $2 \leq \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n \leq e$ pour tout n un entier non nul

b)-Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$ conclure ?

c)-Monter que $\left(\frac{n+1}{e}\right)^n \leq n! \leq \left(\frac{n+1}{2}\right)^n$ pour tout n un entier non nul puis calculer

$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{r^n}{n!}$ Tel que r un réel

Q)-5)-

On pose $I = \int_0^1 \sqrt{x - x^2} dx$

a)-Justifier que $I \geq 0$

b)-calculer I

Q)-6)-

On pose $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+2}(x) \cos^2(x) dx$ pour tout n un entier non nul

a)-Démontrer que $I_{n+2} = \left(\frac{n+2}{3}\right) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^{n+1}(x) \cos^4(x) dx$

b)-vérifier que $I_{n+2} = \left(\frac{n+2}{n+5}\right) I_n$

c)-Démontrer que pour tout n un entier non nul, $\lim_{n \rightarrow +\infty} n^3 I_n^2 = \frac{\pi}{2}$

Q)-7-

on pose $f(x) = \frac{1}{x^2}$ Définie sur $\mathbb{R}^*$

a)-Démontrer que $\forall n \geq 1, f^{(n)}(x) = \frac{(-1)^n (n+1)n!}{x^{n+2}}$

b)-Montrer que $(\exists a_n! \in]0; 1[) f^{(n)}(a_n) = \frac{1}{a_n}$

c)-Exprimer a_n en fonction de n et $n!$

d)-Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_n}{n!}$

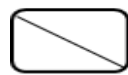
On pose $T_n = \sum_{k=1}^n (a_k - a_{2k})k!$

e)-Démontrer que $T_n \geq -\frac{(n+1)!}{e}$

f)-En déduire sa limite

Q)-8-

Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^x - x - 1 - \frac{x^2}{2}}{x^3} = \frac{1}{6}$



نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
المسالك الدولية الدورة العلوية

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم الأولي والابتداء
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

hhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhh

الموضوع

RS 22F

3h

مدة الإجابة

الرياضيات

المادة

7

المعامل

مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)

لشعبة أو المسلك

L'introduction du sujet

Ceci est un modèle d'examen élaboré par le professeur Soufiane Errahali.
Il contient 4 exercices indépendants entre eux, dont un problème de

Exercice		Barème
Exercice 1	Les suites	3,00 points
Exercice 2	Problème	11,00points
Exercice 3	Complexe	3,00points
Exercice 4	La géométrie dans espace	3,00 points

- ✓ On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ Remarque importante : Le candidat doit choisir l'une des suites numériques, soit connectée aux fonctions comme dans la question, soit séparément si elles sont traitées ensemble. Le résultat final est considéré comme nul.

Exercice 1(3,00points)

soit $l \in]0; 1[$

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n+l} \\ u_0 = l \end{cases}$ et $n \in \mathbb{N}$

1)-Justifier que la suite (u_n) est bien définie

2)-a)-vérifier que $u_{n+1} - 1 + l = \frac{-l}{u_n+l} + l$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

b)-Montrer que par récurrence $u_n < 1 - l$

3)-a)-vérifier que $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-l-u_n)}{u_n+l}$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

b)-En déduire que la suite (u_n) est croissante pour tout n dans $\mathbb{N}$

4)-En déduire que la suite (u_n) est convergente

5)-a)-Prouver que $|1 - l - u_{n+1}| \leq \frac{1}{2}|1 - l - u_n|$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

b)-Montrer que $|1 - l - u_n| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |1 - 2l|$

c)-En déduire la limite de u_n

on pose $v_n = u_n + l - 1$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

a)-est-ce que la suite (v_n) est définie ? Justifier

b)-calculer v_0 en fonction de l

c)-Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$

d)-Exprimer v_n en fonction de n puis déduire $u_n = l \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} - \left(\frac{1}{2}\right)^n + 1 - l$

e)-En déduire la limite de la suite u_n

on pose $a_n = \sum_{k=0}^n 1 - l - u_k$

6)-Montrer que la suite a_n est strictement croissante

7)-Montrer que $a_n < 2|1 - 2l|$ en utilisant les résultats précédents, en convergent

Exercice 2 Problem (11,00points) Partie 1

Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$, par : $g(x) = e^{\frac{1}{2}(x-1)} + x - 1$

a)-Montrer que $g(x) = 0$ admet une unique solution notée α

b)-vérifier que $\frac{1}{4} < \alpha < \frac{1}{2}$

c)-Montrer que $\forall x > \alpha; 1 + (x - 1)e^{\frac{1}{2}(1-x)} > 0$

d)-Démontrer que $\forall x > \alpha; \ln\left(e^{\frac{1}{2}(x-1)} + x - 1\right) = \frac{1}{2}\ln(x - 1) + \ln\left(1 + (x - 1)e^{\frac{1}{2}(1-x)}\right)$

Partie 2

Soit f la fonction numérique définie

$$\text{par } \begin{cases} f(x) = \sqrt{1-x} \ln(1-x) + 1 ; ; x < 1 \\ f(x) = \ln\left(e^{\frac{1}{2}(x-1)} + x - 1\right) - e^{1-x} + 2 ; ; x \geq 1 \end{cases}$$

Et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$

1)a)-Montrer que $\lim_{x \rightarrow 1^-} \sqrt{1-x} \ln(1-x) = 0$

b)-Montrer que f est continue en 1

2)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \frac{1}{2}(x + 3)\right]$ donner une interprétation géométrique

3)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique

4)a)-Montrer que $\forall x > 1; \frac{f(x)-1}{x-1} = \left(\frac{\ln\left(e^{\frac{1}{2}(x-1)} + x - 1\right)}{\left(e^{\frac{1}{2}(x-1)} + x - 1\right) - 1}\right) \left(\frac{1}{2} \left(\frac{e^{\frac{1}{2}(x-1)} - 1}{\frac{1}{2}(x-1)}\right) + 1\right) + \left(\frac{e^{1-x} - 1}{1-x}\right)$

b)-En déduire que f est dérivable à droite de 1 et que ; $f'_d(1) = \frac{5}{2}$

c)-Montrer que $\forall x > 1; 2f(x) + 3 \leq 5x$

5)-est ce que f est dérivable en 1 justifier

$$6)\text{-Montrer que } \begin{cases} f'(x) = \frac{-(\ln(1-x)+2)}{2\sqrt{1-x}} ; ; x < 1 \\ f'(x) = \frac{e^{\frac{1}{2}(x-1)} + 2}{2\left(e^{\frac{1}{2}(x-1)} + x - 1\right)} + e^{1-x} ; ; x > 1 \end{cases}$$

a)-Résoudre dans $] -\infty; 1[$, $f'(x) = 0$:

b)-Montrer que f est Décroissant sur $] -\infty; 1 - e^{-2}]$ et croissant sur $[1 - e^{-2}; 1]$

c)-vérifier que f est strictement croissant sur $[1; +\infty[$

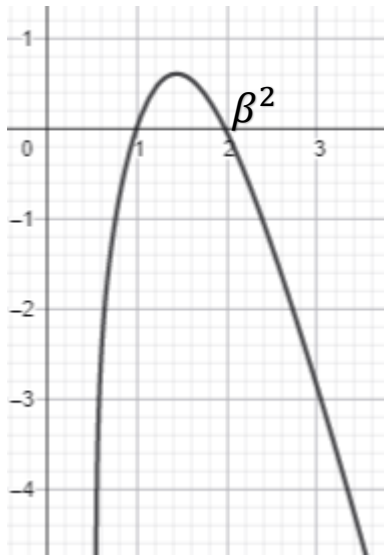
7)-Dresser le tableau de variation de f

8)-Montrer que $\forall x < 1; f''(x)(2 - 2x)^2 + f(x) = 0$

9)-Déduire la concavité du (C) sur $] -\infty; 1[$

10)-Donner l'équation réduite de la tangente à la courbe (C)

on pose $h(x^2) = f(x^2) - x^2$ et on considère la courbe ci-dessus de la fonction h définie sur $]1; +\infty[$



a)-Déterminer le signe de la fonction $h(x)$ sur $]1; +\infty[$

b)-Montrer que la courbe de la fonction h coupe l'axe (Ox) en 1 et β

c)-Montrer que la courbe de la fonction f coupe la droite $y = x$ en 1 et β

d)-Montrer que $\forall x \in [1; \beta]; f(x) \geq x$ et que $\forall x \geq \beta; f(x) \leq x$

11)-construire la courbe de la fonction f « remarquer que

$f(\beta) \approx 3,9$ et $f(1 - e^{-2}) \approx 0,3$ »

Partie 3

a)-Montrer par une intégration par partie, que $\int_{1-e^{-2}}^0 \sqrt{1-x} \ln(1-x) dx = \frac{4+2e\sqrt{e}}{9}$

b)-En déduire l'aire de plan d'elimité par la courbe de la fonction f et la droite $y = 0$ Et $x = 1 - e^{-2}$ et $x = 0$

partie 4 :

on pose et $K_n = nf\left(\frac{n}{2}\right) - \frac{2}{n} \int_{-\frac{n}{2}}^0 f(x)dn$

a)- est ce que la suite K_n est convergent ? justifier

Exercice 3(3,00points)

Partie 1

Soit $\theta \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ on considère l'équation

$$(E_\theta): e^{i\theta} z^2 - (e^{i\theta} - 1)^2 z - (e^{i\theta} - 1)^2 = 0$$

1)-vérifier que $a = e^{i\theta} - 1$ est solution de (E_θ)

2)-En déduire l'autre solution b

3)-a)-vérifier que $e^{i\theta} + 1 = e^{\frac{i\theta}{2}} \left(e^{\frac{i\theta}{2}} + e^{-\frac{i\theta}{2}} \right)$

partie 2

4)-soit m un nombre réel positive tel que m nul on pose

$$(E_m): mz^2 - z + 2m^2 = 0$$

Et on supposant que l'équation admet deux solutions z et $\bar{z}$ complexe dans $\mathbb{C}$

a)-justifier que $\frac{1}{2} < m$ et que $\bar{z}z = 2m$

b)-Monter que $|z| = \left| \bar{z} - \frac{1}{m} \right|$

dans le plan complexe on considère le cercle (Γ) de centre $N_0(z)$ et O et son rayon

$r = \sqrt{m}$ et soit le cercle (Γ') de centre $N_1(\bar{z})$ et $N_2\left(\frac{1}{m}\right)$ de $r = \sqrt{m}$

1)-vérifier que $|z| = m$ et que $\left| \bar{z} - \frac{1}{m} \right| = m$

2)-Monter que les deux cercle (Γ) et (Γ') se coupe en unique point située à la médiatrice $[N_1N_2]$ selon les valeurs de m

Exercice 4(3,00points)

Dans le plan rapporté un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ on considère les points :

$$A(0; 3; 1); B(-1; 3; 0); C(0; 5; 0) \text{ et } D(2; -1; -2)$$

1)a-Monter que A, B et C ne sont pas alignées

b)-Vérifier que $\vec{n}(2; -1; -2)$ est vecteur normal à (ABC)

c)-En déduire que $(ABC): 2x - y - 2z + 5 = 0$

2)a-Monter que la représentation paramétrique du la droite (OD) est :

$$\begin{cases} x = 2t \\ y = -t \\ z = -2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

b)-vérifier que $(ABC) \parallel (OD)$

3)-soit (S) la sphère de centre $\Omega(a, b, c)$ et de rayon R

L'objectif de cet partie d'exercice est la détermination le centre et le rayon

On supposant que la sphère (S) est tangent à (P) et qui coupe le plan (ABC) suivant une cercle Γ de centre O et de rayon $r = 3\sqrt{3}$

a)-Monter que Ω est un point de la droite (OD) et déduire que $\begin{cases} a = -2b \\ c = 2b \end{cases}$

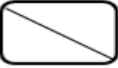
b)-Démontrer que $\Omega D^2 - \Omega O^2 = 27$

c)-En déduire que $2a - b - 2c = -9$

d)-En déduire les valeurs a, b , et c de centre Ω

d)-Monter que $R = 6$ le rayon de la sphère

e)-En déduire l'équation de la sphère (S)

	نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العلوية	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	الموضوع	RS 22F
3h	مدة الإجابة الرياضيات	المادة
7	المعامل مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)	لشعبة أو المسلك

L'introduction du sujet

Ceci est un modèle d'examen élaboré par le professeur Soufiane Errahali.

Il contient 4 exercices indépendants entre eux, dont un problème

Exercice		Barème
Exercice 1	Problème	11,00 points
Exercice 2	complexe	3,00points
Exercice 3	Les suites	3,00points
Exercice 4	La géométrie dans espace	3,00 points

- ✓ On désigne par z le conjugué du nombre complexe z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ Remarque importante : Le candidat doit choisir l'une des suites numériques, soit connectée aux fonctions comme dans la question, soit séparément si elles sont traitées ensemble. Le résultat final est considéré comme nul.

Exercice 1 Problème (11,00points)

Problème

Partie 1

Soit f la fonction numérique définie sur $[0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x}{2} \left(\frac{e^{\sqrt{x}} - 1}{e^{\sqrt{x}} + 1} \right) \text{ et } f(0) = 0$$

Et soit (Γ) sa courbe dans un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$

1)-Monter que f est continue à droite de 0 puis Donner une interprétation géométrique

2)-a)-est ce que f est dérivable en 0 justifier .

b)-Donner une interprétation géométrique

3)-a)-vérifier que pour tout x dans $[0 ; +\infty[$, $f(x) = \frac{x}{2} \left(\frac{1 - e^{-\sqrt{x}}}{1 + e^{-\sqrt{x}}} \right)$

b)-En déduire calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

c)- calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - \frac{1}{2}x$

d)- Donner une interprétation géométrique

4)-Déterminer le signe de f en justifier votre réponse

4)-Monter que f est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et que

$$f'(x) = \frac{f(x)}{x} + \frac{\sqrt{x}}{8} \left(1 - \frac{4f^2(x)}{x^2} \right)$$

a)-En déduire que f est strictement croissant sur $[0 ; +\infty[$

b)-Dresser le tableau de variation de f sur $[0 ; +\infty[$

5)-a) par l'application de TVI, Monter que $e^{\sqrt{c}} = \frac{\ln 2 + 1}{1 - \ln 2}$ ou c un nombre dans $[0 ; +\infty[$

b)-vérifier que $0 < c < 4$ puis donner un encadrement de $\frac{\ln 2 + 1}{1 - \ln 2}$

d)-Monter que la courbe (Γ) est au-dessus à la droite $y = \frac{\ln 2}{2}x$

sur $[0; c]$ et au-dessous sur $[c; +\infty[$

6)-Monter que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J

7)-Déterminer la monotonie de f^{-1} sur J (Justifier)

8)-construire dans un même les deux courbes (Γ) et (Γ^{-1})

Partie 2

Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_{n+1} = \frac{2f(u_n)}{\ln 2}$ et $u_0 < 4$

a)-Montrer que $u_n < c$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

b)-En utilisant les résultats de partie 1, Étudier la monotonie de (u_n)

c)-En déduire que la suite est convergente vers c

partie 3

on pose $h(x) = \frac{2}{x}(e^{\sqrt{x}} + 1)f(x)$ pour tout x dans $[0 ; +\infty[$

a)-vérifier que $h(x) = e^{\sqrt{x}} - 1$ $[0 ; +\infty[$

on pose $I_c = \int_c^{2c} h(x)dx$

b)-En utilisant une intégration par parties, calculer I_c

b)-calculer $\lim_{c \rightarrow +\infty} \frac{c+I_c}{c^3 I_c}$

partie 4

soit g la fonction numérique définie par $g(x) = \frac{x^2}{4} - k(x)$ tel que

$k(x) = \int_0^x \frac{u}{e^{\sqrt{u}} + 1} du$ on donne $g(0) = 0$ pour tout x dans $[0 ; +\infty[$

a)-vérifier que $0 \leq k(x) \leq \frac{x^2}{2}$ pour tout x dans $[0 ; +\infty[$

b)-Étudier la continuité de g à droite de 0

c)-est-ce que g est dérivable à droite de 0 ? Justifier

partie 5

soit n un entier naturel non nul

on pose $\Delta(n) = \frac{1}{n^2(n+1)} \sum_{p=1}^n k(p)$ tel que $\Delta(n) \geq \frac{1}{6}$

1)-Montrer que par récurrence pour tout n dans $\mathbb{N}$,

$$\sum_{p=1}^n p^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \text{ pour tout } n \text{ non nul}$$

2)-En utilisant les résultats précédents,

Montrer que $\Delta(n) \leq \frac{(2n+1)}{12n}$ pour tout n dans $\mathbb{N}$ non nul

3)-En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \Delta(n)$

4)- soit $\Delta(n) \in [0 ; +\infty[$ Montrer que $(\exists \alpha_n \in [0 ; +\infty[), f(\alpha_n) = \Delta(n)$

a)-Exprimer α_n en fonction de $\Delta(n)$

b)-Déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n$

Exercice 2(3,00points)

soit z un nombre complexe

1)-Résoudre l'équation $z^2 + (i + 1)z - i = 0$

Dans le plan P , complexe rapporté un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points A, B, C et D d'abscisses respectivement

$$a = \frac{(-1+\sqrt{3})(1+i)}{2}, b = \frac{(-1-\sqrt{3})(1+i)}{2} \text{ et } c = a + b, d = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

1)-Montrer que A, B et O sont alignés

a)-vérifier que $d = 1 - i$, En déduire la forme trigonométrique de d

b)-Déterminer la nature du triangle ODC

$$2)- \text{Montrer que } \frac{d-c}{a-b} = \frac{\sqrt{6}}{3} e^{-\frac{i\pi}{4}}$$

On pose $h(a') = a, h(a'') = b$

Où h est l'homothétie de centre b et de rapport $\frac{\sqrt{2}}{2}$

a)-Ecrire z' en fonction de z « écriture de la transformation »

b)-Montrer que $A''A' = \sqrt{2}AB$ conclure géométriquement

Exercice 3(3,00points)

soit (u_n) la suite numérique définie par :
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = (2 - u_n)e^{-u_n} + u_n \end{cases}$$

1)-a)vérifier que pour tout n dans $\mathbb{N}$ $u_{n+1} - 2 = (u_n - 2)(1 - e^{-u_n})$

b)-Monter que pour tout n dans N , $u_n < 2$

c)-Monter que la suite (u_n) est croissant

d)-Exprimer u_n en fonction de n puis déduire la limite de u_n

2)-on pose $\alpha = 1 - e^{-2}$ et $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$

a)-Monter que $|u_{n+1} - 2| \leq \alpha |u_n - 2|$ pour tout n dans N

b)-Monter que $|u_n - 2| \leq \alpha^n$ pour tout n dans N

c)-trouver la limite de u_n

d)-Justifier que $2 - \alpha^k \leq u_k \leq 2 + \alpha^k$

e)-Monter que $2(n+1) - \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha} \leq u_n \leq 2(n+1) + \frac{1-\alpha^{n+1}}{1-\alpha}$

f)-calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n}$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{u_n}{n+1}$

Exercice 4(3,00points)

dans espace rapporté un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ on considère les points

$A(1; 1; 3), B(-3; 1; 1)$ et $C(3; -2; 1)$.

1)-Monter que A, B et C ne sont pas alignées

2)-En déduire que $(ABC): x + 2y - 2z + 3 = 0$

3)-a)-est ce que le point $D(3; 5; -1)$ est un point de plan (ABC)

soit (Q) un plan parallèle à (ABC) et passe par le point D

b)-Déterminer l'équation du plan (Q)

soit $M(x,y,z)$ un point dans espace vérifiant que ;

$$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y - 2z + 5 = 0$$

a)-Monter que (S) est une sphère de centre $I(2; 3; 1)$ est de rayon $R = 3$

b)-Monter que (S) est tangent au plan (ABC) en A et que (S) est tangent au plan (Q) en D

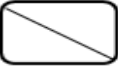
4)-soit $\lambda \in]1; +\infty[$ on pose $M_\lambda(2 + \lambda; 3 + 2\lambda; 1 - 2\lambda)$

a)-Monter que A, D et M_λ sont alignées selon les valeurs de λ

b)-vérifier que $d(M_\lambda, (ABC)) = 3\lambda + 3$ et que $d(M_\lambda, (Q)) = 3\lambda - 3$

soit (S_α) la sphère de center M_λ et tangent au plan (ABC)

Monter que (S_α) et (Q) se coupent suivant le cercle de rayon $r = 6\sqrt{\lambda}$ de centre D

	نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العلوية	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات
	الموضوع	RS 22F
3h	المدة الإجمالية	المادة
7	المعامل	المسالك الدولية الدورة العلوية (خيار فرنسية)

L'introduction du sujet

*Ceci est un modèle d'examen local élaboré par le professeur Soufiane Errahali.
Il contient 3exercices indépendants entre eux, dont un problème*

Exercice		Barème
Exercice 1	Problème	14,00 points
Exercice 2	La géométrie dans espace	3,00points
Exercice 3	Complexe	3,00points

- ✓ On désigne par z le conjugué du nombre complexe z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ Remarque importante : Le candidat doit choisir l'une des suites numériques, soit connectée aux fonctions comme dans la question, soit séparément si elles sont traitées ensemble. Le résultat final est considéré comme nul.

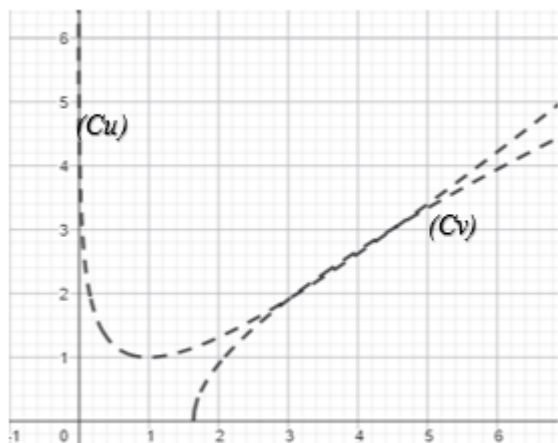
Exercice 1 Problème (11,00points)

Partie 1

Soient u et v deux fonction définie par :

$$u(x) = x - \ln(x) \text{ et } v(x) = \sqrt{2x\ln(x) - x} \text{ sur }]0, +\infty[$$

Et soit (C_u) et (C_v) les deux courbe dans un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$



partie A-

1)-justifier que graphiquement $u(x) > v(x)$

b)-En déduire que pour tout $x \in]0; +\infty[: \frac{\ln^2(x) - 4x\ln(x) + x^2 + x}{(\ln(x) - x)^2} > 0$

Partie B

-on pose $I = \int_1^{e^2} (x - \ln(x)) dx$ et $J = \int_1^{e^2} (\sqrt{2x\ln(x) - x})$

a)-calculer $I = \int_1^{e^2} (x - \ln(x))$ (en utilisant la méthode de l'intégration par partie)

b)-Monter que le volume engendré par la courbe (C_v)

et les droites $x = 1$ et $x = e^2$ et $y = 0$ est : $J = \pi(e^4 + 1)cm^3$

c)-sans calculer I et J Monter que $I > J$

parti C*

on considère la suite $a_{n+1} = u(a_n)$ et $a_0 = 2$

a)-Monter que $a_n \geq 1$ pour tout n dans N

b)-prouver que la suite (a_n) est décroissant pour tout n dans N

c)-En déduire que $1 \leq a_n \leq 2$ puis déduire la convergent de la suite (a_n)

d)-calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n$

partie 2

soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x - \frac{x^2}{\ln(x)-x}$

et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$

1)-Déterminer D_f le domaine de définition de f

2)-a)-Montrer que f est dérivable sur D_f

b)-en déduire la continuité de f sur D_f

3)-a)-Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x = +\infty$

b)-Donner une interprétation géométrique du résultat obtenu

c)-prouver que $f(x) > x$ utiliser les résultats de la partie 1A

4)-a)-Montrer que $f'(x) = \frac{\ln^2(x) - 4x \ln(x) + x^2 + x}{(\ln(x) - x)^2}$

b)-En déduire que f est strictement croissant sur D_f

5)-soit m un nombre réel positif strictement on pose $f(x) = m$

a)-Montrer que $(\exists \alpha \in]0; +\infty[), f(\alpha) = m$

b)-vérifier que $\alpha < \sqrt{m} < m$

c)-vérifier que $\ln(\alpha) = \frac{-m\alpha + 2\alpha^2}{\alpha - m}$

6)-Montrer que f réalise une fonction réciproque notée f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

7)-Montrer que f^{-1} est dérivable en m et que $(f^{-1})'(m) = \frac{(\alpha - m)^2}{\alpha}$

8)-construire dans un même repère (C) et (C')

Partie 3

On pose $f_n(x) = nx - \frac{(nx)^2}{\ln(n) + \ln(x) - nx}$ tel que n un entier non nul

1)-Montrer que f_n est strictement croissant sur $]0; +\infty[$

2)-Montrer que l'équation $f_n(x) = nx$ admet exactement une solution notée β_n

3)-Montrer que la suite (β_n) est croissante pour tout n un entier non nul

4)-Montrer que $0 < \beta_n < \frac{1}{f_n(n) - n^2}$ puis En déduire la limite de la suite (β_n)

Exercice 2 (3,00points)

Dans le plans rapporté un repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ on considère les points $A(0 ; 1 ; 1)$ et $B(1 ; -1 ; 3)$ et $C(1 ; -1 ; 0)$

1)-Montrer que les points A, B et C ne sont pas alignés

2)-on pose $(P_\alpha): 9x + 3y - 3 + \alpha = 0$

soit (S) la sphère de centre C et de rayon $R = \frac{\sqrt{2}}{2}$

a)-Montrer que $(S) : 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4y - 4x + 3 = 0$

b)-Montrer que $d(C; (P_\alpha)) = \frac{|3+\alpha|}{3\sqrt{10}}$

soit $\alpha \in \left] \frac{\sqrt{2}}{2}; 1 \right[$

c)-Etudier la position relative entre (S) et (P_α)

Exercice 3 (3,00points)

Dans le plan complexe $(O ; \vec{e}_1 ; \vec{e}_2)$ on considère les deux points A et B d'affixe respective $a = 1$ et $b = a + i$

Et soit r la rotation de centre O et d'angle θ tel que $\theta \in]0 ; \pi[$

On pose $A' = r(A)$ et $B' = r(B)$

1)-Montrer que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AO}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

2)-soit E le milieu de $[AA']$ et soit F le milieu de $[BB']$

a)-Montrer que OEF est rectangle et isocèle en E

b)-prouver que $\frac{f-a}{a'-a} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \tan(\frac{\theta}{2})}$

c)-Déduire que la droite (AA') coupe le segment $[BB']$ en un point Elle est à déterminer

on pose $(G_\alpha): z^2 - z + \alpha = 0$ tel que $\alpha \in \mathbb{R}$

sans Résoudre (G_α)

1)-justifier que si z est une solution alors $\bar{z}$ est aussi solution

2)-Montrer que $\operatorname{Re}\left(\frac{1}{1-z}\right) = \frac{1}{2}$

Exercice 1(7,00 points)

Partie 1

Dans le plan complexe $(O ; \vec{e}_1 ; \vec{e}_2)$ on pose

$$a = \frac{\sqrt{2}-1}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)i ; b = \frac{\sqrt{2}+1}{2} + \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)i \text{ et } c = \sqrt{2} + 1$$

Et soit h l'homothétie de centre C et de rapporte $\frac{1}{2}$

Et soit R la rotation de centre A' et d'angle θ tel que

$$\theta \in]0; \pi[$$

On pose $A' = h(A) ; B' = R(B) ; A'' = R(B')$ et $B'' = h(B')$

1)-Monter que $\arg(a) + \arg(b) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$

2)- Déterminer l'affixe de a'

3)-Monter que $a'' = \frac{1+3\sqrt{2}}{4} + \left(\frac{1+\sqrt{2}}{4}\right)i + e^{i\theta} \left(\frac{1-\sqrt{2}}{4} + i \frac{3-\sqrt{2}}{4}\right)$

4)- Monter que $A'A''B$ est isocèle en A'

5)-Monter que les deux droites $(A'\bar{A}')$ et (OC) sont perpendiculaire

6)-Monter que $A'' ; A'$ et B'' se trouve sur un cercle (K) de centre C

7)-est-ce que les quartes points A', B', A'' et B'' se trouve sur le même droite selon les valeurs de θ

Partie 2

on considère la suites

$$\begin{cases} b_0 = -1 \\ b_{n+1} = \frac{\sqrt{2} + 1}{2} + \left(\frac{\sqrt{2} - 1}{2}\right)b_n \end{cases} n \in \mathbb{N}$$

1)-Monter que $b_n \leq \frac{5+4\sqrt{2}}{7}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

2)a)-Monter que la suite est croissant pour tout $n \in \mathbb{N}$

b)-Dédire que $-1 \leq b_n \leq \frac{5+4\sqrt{2}}{7}$

3)-En déduire que la suite est convergente , puis Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = \frac{5+4\sqrt{2}}{7}$

Exercice 2(3,00 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$

On considère les points $A(1; 0; 1)$ et $B(2; 3; 1)$ et $C(1; 0; -1)$

1)-Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = -6\vec{i} + 2\vec{j}$

2)-est-ce que les points A,B et C sont alignés

$m \geq 0$ soit (P_m) d'équation $-mx + y - \sqrt{2m}z + 2 = 0$

a)-Montrer que (P_m) représente un plan pour tout m dans $\mathbb{R}$

b) est-ce que il existe une valeur de m pour laquelle les deux plans

(P_m) et (ABC) sont parallèles ?

Soit (S_m) la sphère de centre $L(-1; -1; -1)$ et de rayon $R = \sqrt{m}$

a)-Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2y + 2z + 3 - m = 0$

b)-Montrer que $d(L; (P_m)) - \frac{\sqrt{2m}}{m+1} = 1$

le plan (P_m) coupe la sphère (S_m) selon un cercle de rayon $r = \sqrt{\frac{m}{2}}$

Montrer que $m = 2$

Exercice 3(10,00points)

Problème

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x - 1 - \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1}$$

Et soit (C) sa courbe dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-calculer $f(0)$

2)-calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - (x - 2)$ puis donner une interprétation

3)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

4)-Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que $f'(x) = 1 + \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$

5)-Monter que $1 + \frac{4e^{2x}}{(e^{2x}+1)^2} > 0$ sur R

6)-En déduire que f est strictement croissant sur R

7)-Déterminer l'équation de la tangente en 0

8)-Monter que $I(0; -1)$ est un unique point d'inflexion

9)-a)-Monter que $f(x) = 0$ est admet unique solution λ sur R et que

$$0 < \lambda < 1$$

b)-Monter que $f'(\lambda) = 2 - (\lambda - 1)^2$

10)-Monter que f est admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

11)-calculer $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f^{-1}(x) - \lambda}{x}$ puis donner une interprétation géométrique

12)-construire la courbe (C) et (C^{-1}) dans un même repère

Partie 2

On pose $I_\lambda = \int_0^\lambda \frac{1}{e^{2\lambda}+1} dx$

1)-Monter que $I_\lambda = \lambda - \frac{1}{2} \ln(e^{2\lambda} + 1) + \frac{1}{2} \ln(2)$

2)- vérifier que $J_\lambda = \int_0^\lambda f(x) dx = \frac{1}{2} \lambda^2 - 2\lambda + \ln\left(\frac{1}{\lambda}\right)$

3)-calculer $\lim_{\lambda \rightarrow 1} J_\lambda$ et que $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} \frac{J_\lambda}{I_\lambda}$

L'introduction du sujet

*Ceci est un modèle d'examen élaboré par le professeur Soufiane Errahali.
Il contient 3 exercices indépendants entre eux, dont un problème*

<i>Exercice</i>		<i>Barème</i>
<i>Exercice 1</i>	<i>Les suites</i>	<i>4,00 points</i>
<i>Exercice 2</i>	<i>Problème</i>	<i>12,00points</i>
<i>Exercice 3</i>	<i>proba</i>	<i>3,00points</i>

- ✓ *On désigne par z le conjugué du nombre complexe z*
- ✓ *$\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.*
- ✓ *Remarque importante : Le candidat doit choisir l'une des suites numériques, soit connectée aux fonctions comme dans la question, soit séparément si elles sont traitées ensemble. Le résultat final est considéré comme nul.*

Exercice 1(4,00points)

Partie 1

Soit p un nombre dans $[0; 1]$

$$\text{On pose } \begin{cases} u_{n+1} = \left(\frac{\sqrt{p}+1}{2}\right) + \left(\frac{\sqrt{p}-1}{2}\right) u_n \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1)-Monter que $u_n \leq \frac{1+\sqrt{p}}{\sqrt{p}-3}$ pour tout n dans N

2)-Monter que la suite est croissant

3)a-vérifier que $1 \leq u_n \leq \frac{1+\sqrt{p}}{\sqrt{p}-3}$ pour tout n dans N

b)-En déduire que la suite est convergent

4)-a)-Monter que $(\sqrt{p} - 3) u_n = 1 + \sqrt{p} + (\sqrt{p} - 3) \left(\frac{1-\sqrt{p}}{2}\right)^n \left(1 - \frac{\sqrt{p}+1}{\sqrt{p}-3}\right)$ tout n dans N

b)-En déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1+\sqrt{p}}{\sqrt{p}-3}$

5)-Monter que $\left| \frac{1+\sqrt{p}}{\sqrt{p}-3} - u_{n+1} \right| \leq (\sqrt{p} - 3) \left(\frac{1-\sqrt{p}}{2}\right)$

6)-Monter que $\left| \frac{1+\sqrt{p}}{\sqrt{p}-3} - u_n \right| \leq (\sqrt{p} - 3) \left(\frac{1-\sqrt{p}}{2}\right)^n$

7)-En déduire la limite de la suite u_n

Partie 2

$$\text{-on pose ! } S_n = \frac{1}{n+1} \sum_{k=0}^n u_k$$

a)-Monter que $0 \leq S_n \leq 1$

b)- Démontrer que la suite S_n est croissant pour tout n dans N

c)-Monter que $|S_n - 1| \leq \frac{1}{n+1}$ pour tout n dans N

c)-Déduire la limite de S_n

partie 3 :

$$\text{on pose } C_n = \frac{1}{k!} \prod_{k=0}^n u_k \quad n \text{ dans } N$$

a)-Monter que $C_n > 0$

b)-Monter que la suite (C_n) est strictement décroissant pour tout n dans N

c)-En déduire que la suite (C_n) est convergent puis déterminer sa limite

Exercice 2 problème(12,00points)

Partie 1

soit $\lambda \in]0; +\infty[$ et t un nombre réel strictement positive

On pose $I(x) = \int_1^x t^2 - \ln(t) - t + 1 dt$ et $J(x) = \int_{(\lambda \ln(\lambda))^2}^{(\lambda \ln(2\lambda))^2} e^{\sqrt{x}} dx$

a)-Justifier que $I(x) > 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

b)-à l'aide de l'intégration par partie calculer J

c)-calculer $I(x)$ en fonction de x

d)-Monter que $I(x) \leq J(x)$ pour tout $x \in [1; \lambda]$

e)-calculer l'aire A_λ de plan d'délimité par la courbe de la fonction $I(x)$ et la courbe de $J(x) = e^{\sqrt{x}}$ et les droites $x = 1$ et $x = \lambda$

f)-Monter que $\lim_{\lambda \rightarrow 0^+} A_\lambda = \frac{-8}{3}$

partie 2

soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = x - \left(1 - \frac{1}{x}\right) \ln(x)$ et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-a)-Monter que $D_f =]0; +\infty[$

b)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis donner une IG

2)-a)-vérifier que $f(x) = x \left(1 - \frac{\ln(x)}{x} + \frac{\ln(x)}{x^2}\right)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

b)-Monter que pour tout $x \in]0; +\infty[$ $\frac{-1}{e} < x \ln(x)$

c)-soit k no nuls un nombre réel tel que $0 < k$ on pose $0 < \ln(x) < k$

3)-Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ utiliser Q)2)c-

4)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - x$

5)-Déterminer l'intersection entre la droite $y = x$ et (C) puis la position relative

6)-Monter que f est dérivable et que $f'(x) = \frac{I'(x)}{x^2}$

7)-Monter que f est strictement croissant sur $]0; +\infty[$ (utiliser les résultats de la partie 1Q c)-

8)-Monter que f es admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

on pose $h(x) = \frac{xk}{2} f^{-1}(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

9)-Monter que $f(x) = x f'(x) - f'(x)$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

10)-Monter que $h'(x) = \frac{k}{2} \cdot \frac{f^{-1}(x)-1}{x}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

11)-Dresser le tableau de h pour tout $x \in]0; +\infty[$

12)-construire dans un même repère (C) et (C') de la fonction réciproque

Partie 3

A-

1)-Monter que $f(x) \leq x$ pour tout $x \in]0; +\infty[$

On pose $u_{n+1} = f(u_n)$ et $u_0 \geq 1$ pour tout n dans N

2)-Monter que $u_n \geq 1$ pour tout n dans N

3)-Etudier la monotonie de la suite (u_n)

4)-Déterminer la limite de la suite (u_n)

B-

5)-Monter que $|1 - u_{n+1}| \leq \frac{3}{5}|1 - u_n|$ pour tout n dans N

6)-En déduire la limite de la suite (u_n)

Exercice 3 (4,00points)

Une boîte contient 5 **billes rouges** et 7 **billes bleues**. On tire 3 **billes successivement avec remise**.

On note :

- R : l'événement "la bille tirée est rouge"
- B : l'événement "la bille tirée est bleue"
- X : le nombre de billes rouges tirées en 3 tirages.

a) Déterminer la loi de probabilité de X

b) Vérifier que la somme des probabilités est égale à 1.

a) Déterminer l'espérance $E(X)$ et l'écart-type $\sigma(X)$

b) Interpréter le résultat.

On sait qu'au moins une bille rouge a été tirée.

a) Calculer la probabilité qu'exactement **une bille rouge** ait été tirée :

$$P(X = 1 \mid X \geq 1)$$

Si on répète cette expérience **100 fois**, combien de tirages (en moyenne) contiendront exactement **2 billes rouges** ?

Exercice 1(problème (11,00))

Problème

Partie 1

Soit f la fonction numérique définie par :
$$\begin{cases} f(x) = x^2 \ln(x) & x > 0 \\ f(x) = x^2 e^x & x \leq 0 \end{cases}$$

1)-Monter que $Df=\mathbb{R}$

2)-Etudier la continuité de f en 0

3)-Etudier la dérivabilité de f en 0 puis donner une interprétation

Géométrie

4)-on pose $t \leq \frac{1}{t+1}$ pour tout $t \leq 0$

a)-Monter que $0 \leq f(x) \leq e^x \ln(x+1)$ pour tout $t \in [0, x]$

b)-En déduire $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis donner une interprétation

Géométrie

5)-Monter que f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et que

$$\begin{aligned} f'(x) &= x(2\ln(x) + 1) & x > 0 \\ f'(x) &= e^x(x^2 + x) & x \leq 0 \end{aligned}$$

6)-Déterminer les variation de la fonction f sur $\mathbb{R}$

Soit β la solution de l'équation $f(x) = x$ si $x > 0$

a)-vérifier que $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \beta \leq 2$ et que $\ln(\beta) = \frac{1}{\beta}$

7)-calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation Géométrie

8)-Monter que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie

Sur un intervalle J à déterminer

9)-Monter que $(f^{-1})'(\beta) = 2 + \beta$ puis donner une interprétation Géométrique

10)-Monter que $f(x) \leq x$ sur $\left[\frac{\sqrt{2}}{2}; 2\right]$

11)-construire la courbe (C) dans un repère

Partie 2

Soit $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $x_0 = 1$ et $x_{n+1} = f(x_n)$

1)-Monter que $\beta \leq x_n$

2)-Monter que la suite est convergent puis déterminer sa limite

Partie 3

1)Monter que $f''(x) - 3xe^x - e^x - x = f(x) - x$

2)-On pose $I = \int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{-2} xe^x$ calculer I puis déduire l'aire de paln délimité par (C) et

$x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $y = x$ et $x = 2$

Exercice 2(2,00 points)

Un urne contient 6 souris 2 souris noir portant les numéro suivant

:1, 3 et 4 souris blanche portant les numéro suivant 2,2 ,6 ,4 et une souris mélanger entre noir et blanche portant le numéro 6

On tire au hasard 3 souris de l'urne simultanément et on considère les évènement suivant :

- ✓ $P(A)$ Les trois souris de même couler
- ✓ $P(B)$ Les trois de couler différent
- ✓ $P(C)$ Au mois un une souris mélanger
- ✓ $P(D)$ Les trois souris portant les nombre paires



1)-Monter que $P(A) = \frac{4}{35}$ et que $P(B) = \frac{8}{35}$

2)-vérifier que les deux évènements A et B ne sont pas Indépendants

3)- Monter que $P(B \cup C) = \frac{3}{4}$

4)-Déterminer la probabilité de C sachant que la probabilité de B est réalisée

Exercice 3(3,00 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par :
$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2u_n}{\sqrt{6u_n^2 + 1}} \\ u_0 = 1 \end{cases}$$

1)a)-Monter que pour tout n dans $\mathbb{N}$ on a, $u_{n+1}^2 - \frac{1}{2} = \frac{(u_n^2 - \frac{1}{2})}{6u_n^2 + 1}$

b)-Monter que par récurrence pour tout n dans $\mathbb{N}$ on a :

$$u_n \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$$

2)-Monter que $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$ pour tout n dans $\mathbb{N}$ puis déduire que la suite (u_n) est décroissante

a)-déduire que $\frac{\sqrt{2}}{2} \leq u_n \leq 1$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

3)-Monter que pour tout n dans $\mathbb{N}$ $\frac{\sqrt{2}}{2} - u_{n+1} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - u_n \right)$

4)-trouver la limite de la suite (u_n)

5)-a)-vérifier que pour tout n dans $\mathbb{N}$ on a $\frac{1}{u_{n+1}^2} = \frac{3}{2} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{u_n^2}$

b)-Monter que $\frac{1}{u_n^2} = 2 - \frac{1}{4^n}$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

c)-Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{\sqrt{2}}{2}$

6)- on pose $v_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{u_k^2}$ pour tout n dans $\mathbb{N}^*$

a)-calculer v_1 puis Monter que $v_n \leq 2$

b)-Monter que la suite est croissante pour tout n dans $\mathbb{N}$

c)- Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n = 2$

Exercice 4(3,00 points)

dans le plan reporté un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ on considère les points

$A(-1; 0; 4); B(2; 0; 1)$ et $C(3; -4; 2)$ et soit le plan (P) d'équation $2x + y + 2z = 0$

1)a)-Monter que A, B et C ne sont pas aligner

b)-vérifier que $\vec{n}(2; 1; 2)$ est un vecteur normale à (P)

c)-Monter que $(P) \parallel (ABC)$

d)-vérifier que $E(2; 0; -1) \in (P)$ et que $M(0; 0; 3) \in (ABC)$

soit (S) la sphère de centre $\Omega(a, b, c)$ et son rayon R et (S) tangent à (P) en E

2)-Monter que $\Omega(1, 0, 1)$ et que $R = 2$

3)-Montre que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 2 = 0$

On pose $(S_\alpha) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 2 + \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0$ tel que $\alpha \in [0; \pi]$

a)-Monter que (S_α) est bien défini puis déterminer son éléments caractéristiques en fonction de α

b)-Monter que Il **n'existe aucune valeur réelle de α** pour laquelle (S_α) et $(S_{2\alpha})$ sont tangentes **en plan (P)** .

Exercice 5(3,00points)

Soit z un nombre complexe

1)-on considère l'équation $2z^2 + (3\sqrt{3} - 7i)z - 6(1 + i\sqrt{3}) = 0$

a)-Monter que l'équation admet une solution a imaginaire pure qu'il'on déterminera

b)-Monter que la deuxième solutions $b = \frac{3}{2}(-\sqrt{3} + i)$

c)-Monter que $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}e^{-\frac{\pi}{3}i}$

dans le plan complexe P rapporté un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on pose

$m_0 = 2i$ ou m_0 affixe de M_0 et $m_1 = \frac{3}{2}(-\sqrt{3} + i)$ ou m_1 affixe de M_1

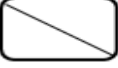
on désigne (C) le cercle circonscrit du triangle OM_0M_1 de centre C et de rayon R

et h homothétie de centre C et de rapporte $\frac{2}{3}$ et $h(M_0) = M_2$

a)-Monter que $c - \bar{c} = 2i$ et que $c + \bar{c} = -\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ou c affixe de C

b)-En déduire le rayon et le centre de (C)

c)-Monter que $z' = \frac{2}{3}z + i$

	نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العلوية	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والابتداء المركز الوطني للتقويم والامتحانات
hhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhhh	الموضوع	RS 22F
3h	مدة الإجابة	المادة
7	المعامل	المسالك الدولية العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)

L'introduction du sujet

Ceci est un modèle d'examen élaboré par le professeur Soufiane Errahali.

Il contient 4 exercices indépendants entre eux, dont un problème

Exercice		Barème
Exercice 1	Problème	11,00 points
Exercice 2	Les suites	3,00points
Exercice 3	Complexe	3,00points
Exercice 4	La géométrie dans espace	3,00 points

- ✓ On désigne par z le conjugué du nombre complexe z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ Remarque importante : Le candidat doit choisir l'une des suites numériques, soit connectée aux fonctions comme dans la question, soit séparément si elles sont traitées ensemble. Le résultat final est considéré comme nul.

Exercice 1 problème (11 points)

1)-Monter que $(\forall x \in]0; +\infty[), \frac{1}{x+1} < \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x - e < \frac{1}{x}$

Soit f la fonction numérique définie par $\begin{cases} f(x) = x^x \times \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x \\ f(0) = 1 \end{cases}$ et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

2)-Monter que $D_f = [0; +\infty[$

3)-Monter que f est continue à droit de 0

4)-est ce que f est dérivable à droit de 0 Justifier

5)-Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (tu pourra utiliser les résultats de question 1)

6)-Monter que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ et que

$$f'(x) = (x+1)^x \left(\ln(x+1) + \frac{x}{x+1} \right)$$

a)-Monter que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = +\infty$ tu pourra utiliser les résultats de partie 1)Q1)

b)-En déduire que f est strictement croissant sur $[0; +\infty[$

7)-Monter que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

8)-Déterminer la variation de la fonction réciproque f^{-1}

9)-construire dans un même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie 2

Soit n un entier non nul on pose :

$$A_n = \int_{\frac{2}{n}}^{\frac{1}{n}} f(x) dx$$

1)-a)-Monter que $f\left(\frac{2}{n}\right)\left(\frac{1}{n}\right) \leq A_n \leq f\left(\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1}{n}\right)$

b)-En déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} n A_n = 2$ et que $\lim_{n \rightarrow +\infty} A_n = 0$

2)-Monter que $(\exists (\alpha_n \in]0; +\infty[), f(x) = A_n(TVI)$

a)-exprimer α_n en fonction de A_n

b)-Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} \alpha_n = f^{-1}(f^{-1}(1))$

Exercice 2 (3,00 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par

$$\begin{cases} u_0 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \frac{2-\sqrt{2}}{3} + \frac{2}{3}u_n \end{cases} \quad n \in \mathbb{N}$$

1)-calculer u_1 et u_2

2)-Montrer que $u_n \geq 2 - \sqrt{2}$

3)-Montrer que $u_{n+1} - u_n = \frac{2-\sqrt{2}-u_n}{3}$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

4)-En déduire la monotonie de la suite (u_n)

5)-Démontrer que $2 - \sqrt{2} - u_{n+1} = \frac{2}{3}(2 - \sqrt{2} - u_n)$

6)-a)-Exprimer u_n en fonction de n

b)-En déduire la limite de la suite u_n

on pose $v_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{u_k}$ et $T_n = \prod_{k=1}^n v_k$

a)-En utilisant questions 6)a- Montrer que v_n et T_n ont même limite à déterminer

Exercice 3 (3,00 points)

Soit $(E): z^2 - \sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{6}} + e^{\frac{i\pi}{3}} = 0$ ou z un nombre complexe

a)-Montrer que le discriminant de (E) est : $\Delta = \left(ie^{\frac{i\pi}{6}}\right)^2$

b)-En déduire les solutions a et b de l'équation (E)

c)-Montrer que $\frac{a}{b} = e^{\frac{i\pi}{3}}$

dans le plan complexe rapporté un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points

A , B et C d'affixe respectivement a , b et $c = \frac{ab}{a+b}$

1)-a)Montrer que ABC un triangle rectangle en C

b)-Calculer l'aire de triangle ABC

2)-soit I d'affixe n le milieu de $[AB]$ et $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GB}$

Et on pose $h = n + g$ tel que g est l'affixe de G

a)-vérifier que $n = \frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{i\pi}{6}}$ puis donner la forme trigonométrique

b)-Monter que NABC est un rectangle

c)-Monter que (GN) // (AH)

d)-Monter que A , B , C et G sont cocyclique

Exercice 4 (3,00 points)

Dans le plan $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$ on considère les points $A(3 ; -2 ; 3)$ et $B(1 ; 4 ; -3)$

$$I(2; 1; -1)$$

1)-a)-Monter que A , B et I ne sont pas alignée

b)-Déduire l'équation du plan (ABI)

2)-Monter que $M(2; 1; 0)$ le milieu de $[AB]$

Soit un nombre réel on pose $N\left(m; \frac{m}{2}; 0\right)$

a)-Monter que $\overrightarrow{MN} \wedge \overrightarrow{MI} = \left(1 - \frac{m}{2}\right)\vec{i} + (m - 2)\vec{j}$

b)-En déduire la valeur de m pour que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MI}$ sont colinéaires

soit (S) la sphère de centre N et son rayon $R = \sqrt{2}$

a)-Monter que $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - my - 2 = 0$

b)-Déterminer m pour que (S) est tangent à (ABI)

Exercice 1(7,00 points)

Partie 1

Dans le plan complexe P rapporté un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on pose

$$a = e^{i\frac{\pi}{6}}, b = e^{i\frac{2\pi}{6}}, c = e^{i\frac{5\pi}{12}}, d = a^2$$

1)-donner la forme trigonométrique de a , b et d

a)-En déduire $a + b = c$ et que $-2ab + c^2 = 0$

b)-En déduire la nature de quadrilatère $OACB$

partie 2

on pose $(E): 2z^2 - 2cz + c^2 = 0$ et $(E'): z^2 - b\sqrt{2}z - a^2 = 0$

a)-En utilisant les résultats de partie 1 Q 2) b) justifier que a est une solution de (E)

b)-En déduire que b est aussi solution de (E)

c)-Montrer que $2\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}\right)^2 - 2c\left(e^{-i\frac{\pi}{4}}\right) + c^2 = -2i(z^2 - b\sqrt{2}z - a^2)$

d)-En déduire les solutions de (E')

partie 3

soit m un nombre réel strictement positif

on pose $R(a) = a'$, $R(b) = b'$ tel que R la rotation de centre H d'affixe h et de l'angle $\frac{\pi}{4}$ et $h = m$

a)-Montrer que $z - m = e^{i\frac{\pi}{4}}(z - m)$ puis déterminer b' et a' en fonction de m

c)-Démontrer que $\frac{b' - b}{a' - a} = \frac{b - h}{a - h}$

d)-Déterminer la nature du triangle $B'A'A$ selon la valeur de m

on pose $k_n = \left(\frac{m}{a}\right)^2$ et $j_n = \frac{k_n + \overline{k_n}}{k_n - \overline{k_n}}$

a)-vérifier que $\overline{k_n} = ma$ et que $j_n = \frac{i}{\sqrt{3}}$

on pose $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{1}{m}u_n - \frac{i}{m}j_n \\ u_0 = 2m \end{cases}$

a)-Montrer que $u_n = 2m^{1-n} + \frac{1-m^{-n}}{\sqrt{3}(m-1)}$ pour tout n dans $\mathbb{N}$

b)-En déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \frac{1}{\sqrt{3}(m-1)}$

Exercice 2 (8,00 points)

partie 1

soit f la fonction numérique définie par :

$$f(x) = \frac{x^2}{x+1} \ln(x+1) \text{ et soit } (C) \text{ sa courbe dans un repère } (O; \vec{i}; \vec{j})$$

Définie sur $[0; +\infty[$ et $f(0)=0$

1)-Montrer que f est continue à droite de 0

2)-Montrer que f est dérivable à droite de 0 puis conclure

3)-Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ puis conclure

4)-Montrer que f est dérivable sur $[0; +\infty[$ et que $f'(x) = \frac{x^2 + x(x+2) \ln(x+1)}{(x+1)^2}$

5)-a)-vérifier que pour tout $x \in [0; +\infty[$ $f'(x) \geq 0$

b)-En déduire la variation de f sur $[0; +\infty[$

6)-Montrer que f est une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

7)-Montrer que $f(x) = x$ admet une unique solution α sur $[0; +\infty[$

a)-vérifier que $\frac{1}{e^\alpha} < \alpha < \frac{1}{e}$

b)-Montrer que $f'(\alpha) = \frac{2}{(\alpha+1)^2} + \frac{\alpha}{(\alpha+1)^2}$

8)-Montrer que f^{-1} est dérivable en α et que $(f^{-1})'(\alpha) = \frac{(\alpha+1)^2}{2\alpha^2 + 3\alpha + 2}$

9)-construire dans un même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

Partie 2

On pose $\varphi(x) = \frac{\alpha}{2} x f^{-1}(x)$ et on suppose que

$$f'_\alpha(x) = f(x)(\alpha + f(x)) \text{ pour tout } x \in J - \{\beta\}$$

a)-Montrer que $\varphi'(x) = \frac{\alpha}{2} \left(f^{-1}(x) + \frac{1}{\alpha+x} \right)$ pour tout $x \in J - \{\beta\}$

b)-Etablir f^{-1} en fonction de x et de α

on pose $I_\alpha = \int_0^{\frac{1}{\alpha}} f^{-1}(x) dx$ et $J_\alpha = \int_0^{\frac{1}{\alpha}} x f^{-1}(x) dx$

c)-En utilisant une intégration par partie, Montrer que

$$J_\alpha = \frac{1}{2\alpha^2} f^{-1}\left(\frac{1}{\alpha}\right) - \frac{1}{2} \int_0^{\frac{1}{\alpha}} \frac{x}{\alpha+x} dx$$

d)-calculer en fonction de α l'intégrale , $\int_0^{\frac{1}{\alpha}} \frac{x}{x+\alpha} dx$

soit k la fonction définie par $k(x) = xf^{-1}(x) - f(x)$

ia)-Déterminer D_k puis déterminer le signe de k sur D_k

on pose A_β l'aire de plan d'élité par la courbe (C) et la courbe (I) de la

$t(x) = xf^{-1}(x)$ et les droites $x = 0$ et $x = \frac{1}{\alpha}$

e)-Monter que $A_\alpha = J_\alpha + \frac{1}{2\alpha} - \frac{1}{2\alpha} \ln(2) - \int_0^{\frac{1}{\alpha}} f(x) dx$

f)-Dédire que $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A_\alpha = 0$

Exercice 3 (3,00 points)

dans le plan rapporté un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ on pose $A(-1; 0; -1)$ et $B(1; 2; -1)$ et le plan (P) passant par A et de vecteur normal $\vec{n}(2; -2; 1)$ et la sphère de centre $\Omega(2; -1; 0)$ et de rayon 5

1)a-Monter que $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$

2)- Déterminer l'équation cartésienne de la sphère (S)

3)-vérifier que $d(\Omega; (P)) = 3$ conclure géométriquement

4)-a)-vérifier que $r = 4$ le rayon de cercle (C)

b)-Déterminer la représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire au (P)

c)-vérifier que les coordonnées de centre du la cercle (C) est $I(0; 1; -1)$

5)- soit k un nombre réel négative on considère un point tel que

$J_k(k; k + 1; \sqrt{2}k - 1)$ et J_k un point de (P)

a)-Démontrer que la distance $IJ_k = 6$

b)-calculer $\overrightarrow{IJ_k} \cdot \vec{n}$ en fonction de k

c)-Déterminer k pour que la sphère (S) est tangente à $(IJ_k A)$

Exercice 4 (2,00 points)

Une Urne contient sept boules « quatre boules portant le numéro 1, deux boules portant le numéro 2 et une boule portant le numéro 3 » Tout les boules sont indiscernables au toucher .

On tire simultanément deux boules de cette urne

1)-Monter que $p(A) = \frac{1}{3}$, où A est événement « les boules tirées portant le même numéro »

2)-Montrer que $p(B) = \frac{5}{21}$, où B est l'événement « la somme des nombres des boules tirées est égale à 4 »

3)-calculer $p(A \cap B)$ puis déduire que les événements A et B ne sont pas indépendants. Justifier

4)-soit $p(C) = \frac{n}{2}$ où n est un entier naturel non nul

a)-Déterminer n pour que les deux événements C et B soient équiprobables

b)- Déterminer l'événement C sachant que l'événement A est réalisé

		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والابتداء المركز الوطني للتقويم والامتحانات		المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والابتداء المركز الوطني للتقويم والامتحانات	
نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العادية		الموضوع		RS 22F	
3h	مدة الإنجاز	الرياضيات		المادة	
7	المعامل	مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)		لشعبة أو المسلك	

Exercice 1 (6,00 points)

« Remarquer bien les parties de cet exercice sont indépendant »

Partie 1

Dans le plan P complexe rapporté un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$

On considère les nombres complexes suivants :

$$Z_0 = 1 - i; Z_1 = \frac{1 + \sqrt{3}}{2} + i \frac{\sqrt{3} - 1}{2} \text{ et } Z_2 = \frac{\sqrt{3} - 1}{2} + i \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

1)- Montrer que $Z_2 = Z_0 \left(-\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$, et que $Z_0 = i\bar{Z}_2$ puis écrit Z_0 sous forme trigonométrique

2)- Déterminer l'argument de nombre $\frac{Z_2}{Z_0}$ puis déduire l'argument de chaque nombre complexe Z_1 et Z_2

3)- Dans le plans complexe on considère les points A , B et C d'affixe respectives Z_0 , Z_1 et Z_2

a)- vérifier que $Z_2 = Z_1 - Z_0$

b)- construire les points A , B et C

c)- Démontrer que $OABC$ est un losange

d)- Déterminer la mesure de l'angle $(\overrightarrow{BC}; \overrightarrow{BA})$

partie 2

soit (u_n) la suite numérique définie par : $\begin{cases} u_0 = -1 \\ u_{n+1} = \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)u_n + \left(\frac{\sqrt{3}+1}{2}\right)i^n \end{cases} n \in N$ et i un nombre complexe dans C

1)-on pose $v_n = u_n - i \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

a)-Monter que (v_n) est une suite géométrique de raisons $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

b)-Monter que $u_n = \left(-1 - i \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)\right) \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2}\right)^n + i \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ pour tout n dans N

c)-En déduire la limite de la suite (u_n)

-on pose $k_n = \sum_{k=0}^n u_{k+1} - u_k$ pour tout n dans N et $P_{n+1} = \frac{1}{k_n} \sum_{k=0}^n v_k$

1)-Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} k_n = 1 + i \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

2)-Monter que $P_n > \frac{2}{3-\sqrt{3}}$ pour tout n dans N

3)-Monter que la suite (P_n) est décroissant pour tout n dans N

4)-Monter que $\left| \frac{2}{3-\sqrt{3}} - P_{n+1} \right| \leq \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} \right) \left| \frac{2}{3-\sqrt{3}} - P_n \right|$ pour tout n dans N

4)- Monter que $\left| \frac{2}{3-\sqrt{3}} - P_n \right| \leq \left(\frac{\sqrt{3}-1}{2} \right)^n \left| \frac{2}{3-\sqrt{3}} - P_0 \right|$ pour tout n dans N

5)-Monter que la suite (P_n) vers $\frac{2}{3-\sqrt{3}}$

Exercice 2(3,00points)

On considère deux urnes :

Urne U_1 contenant 6 boules numérotées : **2,1,1,0,0,0**

Urne U_2 contenant 7 boules numérotées : **0,1,1,1,2,2,2**

On suppose que **les boules sont indiscernables au toucher.**

« On tire **une boule de U_1** et on note son nombre a , puis on **la place dans U_1 .** »

« On tire **une boule de U_2** et on note son nombre b , puis on **la place dans U_2 .** »

1)-Monter que , $P(A) = \frac{4}{7}$ « ou A , évènements : a est inférieure strictement à b »

2)-Monter que , $P(B) = \frac{8}{21}$ « ou B , évènements : la somme de a et b égale 2 »

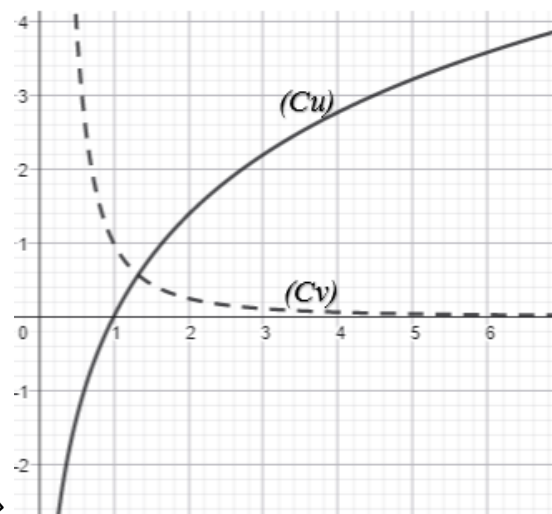
3)-est ce que les deux évènements A et B sont indépendant ? Justifier

4)-Monter que $P(C) = \frac{1}{14}$ « ou C évènements : les nombre de a et b sont premier »

Exercice 3(11,00points)

Soient u et v deux fonctions numérique définies sur $]0; +\infty[$ par :

$u(x) = 2 \ln(x)$ et $v(x) = \frac{1}{x^2}$ et on considère la figure suivant



« remarquer que β le point d'intersection entre »
les deux courbe (Cu) et (Cv)

1)-Déterminer la position relative entre u et v

Sur $]0; +\infty[$

2)-Montrer que la fonction $x \mapsto x \ln(x) - x$ est une fonction primitive de u sur $]0; +\infty[$

3)-a)-Montrer que $\int_e^{e^2} \frac{1}{x^2} dx = \frac{e-1}{e^2}$

b)-calculer $\int_e^{e^2} \ln(x) dx$ (tu pourras utiliser question 2)

3)-calculer l'aire de plan délimité par les deux courbes (C_u) et (C_v) et les deux droites $x = e$, $x = e^2$

Partie 2

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = 1 - x + \frac{2}{x}(1 + \ln(x))$ et soit (C) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1)-justifier que Df est : $]0; +\infty[$

2)a)-vérifier que pour tout x dans $]0; +\infty[$ on a $f(x) = \frac{x - x^2 + 2 + 2 \ln(x)}{x}$

b)-calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique

3)-a)-En utilisant les résultats de question 2)a)-vérifier que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$

b)-Montrer que la droite $(D) : y = 1 - x$ est asymptote oblique à (C) au voisinage de $(+\infty)$

c)-Etudier la position relative entre la droite (D) et la courbe de la fonction f sur $]0; +\infty[$

4)-Montrer que f est dérivable sur $]0; +\infty[$ $f'(x) = -\frac{u(\frac{1}{x}) - v(\frac{1}{x})}{x^2}$

5)-En déduire la variation de f sur $]0; +\infty[$ (tu pourras utiliser les résultats de la P 1Q 1), puis dresser le tableau de variation de f

6)a)-Déterminer la valeur exacte de $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(\frac{\beta h + 1}{\beta}) - f(\frac{1}{\beta})}{h}$ (remarque sans calculer)

b)-Donner une interprétation géométrique

7)-a)-Montrer que la courbe (C) de la fonction f admet une tangente (T) parallèle à la droite (D) : d'équation à déterminer en fonction de β

b)-Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions α et α'

c)-Montrer que $\ln \alpha = \frac{\alpha^2 - \alpha}{2} - 1$ et que $0.3 < \alpha < 0.4$ et que $2.5 < \alpha' < 2.6$

8)- soit φ la restriction de f sur $]0; \alpha]$

b)-Monter que φ^{-1} est dérivable en 0 et que $(\varphi^{-1})' = -\frac{\alpha^2}{2\alpha^2 - \alpha - 2}$

9)-construire la courbe de la fonction φ^{-1} et la courbe (C) et la droite (D)

« on admet que $1.32 < \beta < 1.33$ et que $\left(f\left(\frac{1}{\beta}\right) \approx 2.1\right)$ »

Partie 3

m un nombre réel , dans $]0; +\infty[$

soit h_m la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par !

$$h_m(x) = (1 - m)x + 2 \ln(x) + \ln^2(x)$$

1)-calculer $h_m'(x)$ en fonction de m

2)-En utilisant la courbe de la fonction f déterminer le nombre de solution de l'équation $h_m'(x) = 0$ « remarquer que TVI ne pas demander »

3)-on pose $\Omega_m = \int_1^m h_m(x) dx$

a)-en utilisant l'intégration par partie ,Monter que $\Omega_m = \frac{(1-m)(m^2-1)}{2} + m \ln^2(m)$

b)-En utilisant le changement de variable , Monter que $\lim_{m \rightarrow 0^+} m \ln^2(m) = 0$

c)-En déduire que $\lim_{m \rightarrow 0^+} \Omega_m = -\frac{1}{2}$

	نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العادية	المملكة المغربية وزارة التكوين والبحث العلمي والتعليم الأولي والثانوي المركز الوطني للتقويم والامتحانات
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX	الموضوع	RS 22F
3h	مدة الإجابة	المادة
7	المعامل	المسالك الدولية العلوم الفيزيائية (خيار فرنسية)

L'introduction du sujet

Ceci est un modèle d'examen élaboré par le professeur Soufiane Errahali.

Il contient 5 exercices indépendants entre eux, dont un problème

Exercice 1	La géométrie dans l'espace	3,00points
Exercice 2	complexe	3,00points
Exercice 3	Les suites	3,00points
Exercice 4	proba	2,00points
Exercice 5	Problème	9,00points

- ✓ On désigne par z le conjugué du nombre complexe z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ Remarque importante : Le candidat doit choisir l'une des suites numériques, soit connectée aux fonctions comme dans la question, soit séparément si elles sont traitées ensemble. Le résultat final est considéré comme nul.

Exercice 1(3,00points)

Partie 1

Dans le plan rapporté un repère $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ on considère les points

$$A(-1; 3; 0), B(-3; 0; -1); C(1; 5; -1)$$

et soit $(S) : x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6y + z - 10 = 0$

1)-a)-Monter que A, B et C ne sont pas alignées, puis déduire que l'aire de triangle ABC est : $\frac{3\sqrt{5}}{2} \text{ cm}^2$

b)-Donner une équation du plan (ABC)

c)-Monter que (S) est une sphère déterminer le centre I et le rayon

d)-calculer $d(I, (ABC))$ conclure géométriquement

e)-Déterminer $(S) \cap (ABC)$

2)-on considère le plan $(P) : 2x - 2z - 17 = 0$

a)-Monter que les deux plan (ABC) et (P) sont coupe suivant un droite (K) déterminons le vecteur directeur

b)-Monter que le point $E(0; 0; -\frac{17}{2})$ est un point de (P) et (ABC)

c)-En déduire que la représentation paramétrique de (K) est :

$$(K) \begin{cases} x = 8k \\ y = 14k \\ z = 8k - \frac{17}{2} \end{cases} k \in \mathbb{R}$$

Partie 2

Soit m un réel

On définit la sphère suivant

$$(S_m): x^2 + y^2 + z^2 - 2mx - 2my - 2(m+3)z + 5m - 10 = 0$$

a)-Monter que (S_m) est une sphère de centre $\Omega_m(m; m; m+3)$

b)-Déterminer le rayon R_m de la sphère (S_m)

c)-que décrit le point Ω_m lorsque m décrit dans $\mathbb{R}$

d)-existe il autre sphère (S_m) qui coupe le (P) suivant un cercle selon les valeurs de m

e)-Déterminer la valeur de nombre réel m tel que le plan (P) est tangent à (S_m)

Exercice 2 (3,00points)

on considère dans l'ensemble C l'équation (E) suivant $z^2 - 2z + \frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}$

a)-vérifier que $(\sqrt{3} + i)^2 = 2 + 2i\sqrt{3}$

b)-Résoudre l'équation (E)

le plan complexe P on considère les points suivant M_0 , M_1 d'affixe respectif

$$m_0 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \text{ et } m_1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}$$

1)-Mettre chacun des nombres suivants $e^{\frac{i\pi}{6}}$ et $e^{\frac{i\pi}{3}}$ sous forme algébrique

2)-vérifier que $e^{\frac{i\pi}{3}} + 1 = \sqrt{3}e^{\frac{i\pi}{6}}$

3)-Monter que $m_0^2 = (2 + \sqrt{3})e^{\frac{i\pi}{6}}$

4)-vérifier que $m_0 \times m_1 = e^{-\frac{i\pi}{3}}$

5)-Monter que M_0M_1O est rectangle en O

Soit (C) le cercle circonscrit du triangle M_0M_1O et M_2 son centre

a)-vérifier que $m_2 = 1$ « i l'affixe de I »

soit M_3 un point d'affixe $m_3 = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} - i\left(\frac{3}{2} + \sqrt{3}\right)$

b)-Monter que (M_0M_3) et (OI) sont perpendiculaire

c)-Monter que $m_3 = (2 + \sqrt{3})e^{-\frac{i\pi}{3}}$

d)-En déduire que $\frac{m_0 - m_2}{m_3} = i \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

e)-Monter que les points M_0 , M_2 , M_3 et O sont cocyclique

on pose la transformation suivante $z' = \left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)z - \left(\frac{3}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$

a) –Déterminer le point fixe Ω de cette transformation

b) –Déterminer la nature de cette transformation et les élément caractéristique

Exercice 3 (3,00 points)

Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{5}{2} \\ u_{n+1} = \frac{-1}{u_n - 4} + 1 \end{cases} \quad n \text{ dans } N$$

1)-Monter que $2 < u_n \leq 3$ pour tout n dans N

2)-Monter que suite (u_n) est décroissant pour tout n dans N

a)-Justifier que $u_n \leq \frac{5}{2}$ pour tout n dans N

b)-En déduire que la suite (u_n) est convergent

3)-a)-vérifier que $2 - u_{n+1} = \frac{1}{2}(2 - u_n)$ pour tout n dans N

b)-En déduire u_n en fonction de n pour tout n dans N

c)-en déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 2$

Exercice 4 (2,00 points)

Une urne contient 9 boule portant les numéros suivants 1, 2, $\sqrt{2}$, 0, 3i, e, 3i, 2

On tire 3 boule de lune tel que i un nombre imaginaire et e exponentielle

« le tirage sans remise »

1)-Monter que $P(A) = \frac{7}{12}$ « ou A évènement de trier au mois une boule imaginaire »

2)-Monter que $P(B) = \frac{1}{84}$ « ou B est évènement de trier les trois boule sont paire »

3)-est ce que les deux évènement A et B sont –il indépendant ? Justifier

Exercice 5 problème (9,00points)

Soit f_m la fonction numérique définie sur R par $f_m(x) = 2x + 3 - (x + 1)e^{mx}$

Et soit (C_m) sa courbe dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

On pose $m = 1$

1)-a)-calculer $f_1'(x)$ et $f_1''(x)$ pour tout x dans R

b)-En déduire la variation de f_1' pour tout x dans R

c)-calculer $f_1'(0)$ puis déduire la variation de f_1 sur R

2)-a)-Monter que la courbe (C_1) admet un asymptote oblique (F) que l'on déterminer

b)-En déduire la position relative entre la courbe (C_1) et la droite (F)

3)-Monter que $f_1(x) = 0$ est admet deux solutions α et α' sur R

4)-vérifier que $-1.5 > \alpha' > -1.5$ et que $0.93 > \alpha > 0.92$

5)-construire la courbe (C_1) et la droite (F)

6)-soit λ un nombre réel, on pose $A_\lambda = \int_0^{\frac{1}{\lambda}} f_1(x) dx$

a)-En utilisant un intégration par partie , Calculer A_λ

b)-calculer $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} A_\lambda$

7)-Monter que tout les courbe (C_m) passant par deux point stable a et b déterminer les coordonnées

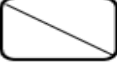
8)-trouver l'équation de la tangent à la courbe (C_m) au point $x = 0$

9)-Monter que (F) est un asymptote oblique à (C_m)

10)-Déterminer la position relative entre (F) et (C_m)

Soit n un entier naturelle on pose $f_m^n(x)$ est la fonction dérivé de ordre n

Monter que par récurrence $f_m^n(x) = -m^{n-1}e^{mx}(mx + m + n)$

	نموذج الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا المسالك الدولية الدورة العادية	المملكة المغربية وزارة التكوين والبحث العلمي والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والامتحانات
	الموضوع	RS 22F
3h	المادة	المادة
7	المعامل	المسلك أو المسلك

L'introduction du sujet

Ceci est un modèle d'examen élaboré par le professeur Soufiane Errahali.

Il contient 3 exercices indépendants entre eux, dont deux problème

Exercice 1	Les suites	3,50points
Exercice 2	Proba (problème)	3,50points
Exercice 3	complexe	5,00points
Exercice 4	problème	8,00points

- ✓ On désigne par z le conjugué du nombre complexe z
- ✓ $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien.
- ✓ Remarque importante : Le candidat doit choisir l'une des suites numériques, soit connectée aux fonctions comme dans la question, soit séparément si elles sont traitées ensemble. Le résultat final est considéré comme nul.

Exercice 1 (3,50 points)

Soit la suite (I_n) définie par $I_n = \int_0^1 \frac{t^n}{1+t} dt$ n dans N

a)-calculer I_0 ,

b)-Etablirez une relation entre I_{n+1} et I_n , puis déduire la monotonie de la suite I_n

c)-Monter que $0 \leq I_n \leq \frac{1}{n+1}$, En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$

soit $n \geq 1$

d)-Monter que , $I_n = \frac{1}{n} - I_{n-1}$

soit la suite $S_n = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{(-1)^{n+1}}{n}$

a)-Monter que par récurrence , $S_n = I_0 + (-1)^{n+1} I_n$

b)-Monter que $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \ln(2)$

Exercice 4 (3,50 points)

Problème dans proba

1) À la fin du mois d'avril de chaque année, pour élaborer les sujets de l'examen national du baccalauréat en mathématiques, on choisit un groupe composé de cinq membres parmi au moins 30 inspecteurs et professeurs au Maroc.

a) Quel est le nombre de groupes possibles que l'on peut former ? Justifiez votre réponse.

2) Après le choix des cinq membres, sachant qu'il y a parmi eux 3 inspecteurs et 2 professeurs, on leur attribue des fonctions (sélectionneur d'idées, correcteur, réviseur linguistique, etc.) afin de former une commission composée de 3 membres.

a) Quel est le nombre de commissions possibles ? Vous pouvez utiliser un arbre de probabilités.

b) Quelle est la probabilité que la commission contienne à la fois des inspecteurs et des professeurs ?

3) On suppose que les cinq membres sélectionnés pour préparer les sujets sont composés de 3 hommes et 2 femmes, tout en gardant les mêmes fonctions précédentes.

a) Quelle est la probabilité que la commission soit composée des deux sexes ?

b) Quelle est la probabilité que le sélectionneur d'idées soit un homme et que le correcteur et le réviseur soient de sexes différents ?

c) Déterminer la probabilité que le sélectionneur d'idées soit un homme et que le réviseur soit du même sexe que lui.

On considère la variable aléatoire . X représentant le nombre de professeurs dans la commission.

a) Quelles sont les valeurs possibles que peut prendre

On considère les variables aléatoires , X et Y définies dans la même situation, et soit $E(X)$ l'espérance mathématique de X Définie sur R tel que $E : R \rightarrow R$

a)-Monter que si $X > Y, \forall i \in N$ alors que $X_i > Y_i$

b)- calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} E(X) - E(X^2)$ conclure

Exercice 3 (5,00 points)

on considère dan C l'équation $E, z^2 + ie^{\frac{i\pi}{3}} + 1 - e^{\frac{i\pi}{3}} = 0$

a)-Monter que l'équation est admet deux solution a et b

b)-Monter que A, B et O sont alignées.

Dans le plan complexe rapporter un repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on pose .

$m_0 = 1, m_1 = ik$ et $m_2 = -k^2$ ou k un nombre sont module 1 et argument α tel que, $\alpha \in [0, \pi]$

1)-Déterminer l'ensemble Z des points M lors que α vari

2)-Monter que M_0M_1K est un équilatéral si et seulement si k est soit solution de E

3)soit un point d'affixe a et H l'orthocentre de triangle OAP d'affixe h .

1)a-vérifier que $1 + \cos(\alpha) = 2 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{\frac{i\alpha}{2}}$

b)-Monter que $h + \bar{h} = a + \bar{a}$ et que $h = \bar{h}e^{i\alpha}$

c)-En déduire la forme exponentielle de h

2)-dans cette question on supposant que $\alpha \in \left]0, \frac{\pi}{3}\right[- \left\{\frac{\pi}{3}\right\}$

La médiatrice de segment de $[OA]$ coupe la droite (OH) en I

a)-Monter que I est le centre de cercle circonscrit de triangle OAP

b)-Monter que l'affixe de I est $i = \frac{1}{2 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)} e^{\frac{i\alpha}{2}}$

c)-Monter que $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} \left[\frac{1}{\alpha^2} \left(4 - \left(\frac{OH}{OI} \right)^2 \right) \right] = 4$.

Problème (8,00 points)

Partie 1

Soit f la fonction numérique définie par : $f(x) = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{2+x}{2-x} \right)$ sur $] -2; 2[$ et soit (C) sa courbe dans un repère (O, I, J)

a)-Justifier que $f(x) + f(-x) = 0$ conclure ?

b)-Dresser le tableau de variation de f sur D_f

c)-calculer $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ conclure

d)-Monter que f admet une fonction réciproque notée f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer

e)-Déterminer l'équation de la tangente au point O et étudier la position relative entre l'équation de la tangente et la courbe (C)

f)-construire la courbe (C) et (C')

partie 2

a)-Démontrer que $\forall x \in]-2; 2[; \int_0^{f(x)} f^{-1}(t) dt = \int_0^x t f'(t) dt$

b)-En déduire f^{-1} en fonction de x

c)-Monter que $\int_0^y f^{-1}(t) dt = 2 \ln \left(\frac{e^y + e^{-y}}{2} \right)$ pour tout réel y

soit $\lambda \in]0; 2[$

d)-calculer l'aire A_λ de plan délimité par la courbe (C) et les droites $x = 0$ et $x = \lambda$

e)-calculer $\lim_{\lambda \rightarrow 2^+} A_\lambda$

f)-Déterminer une relation entre f^{-1} et sa dérivée

g)-en déduire le volume de solide engendré par rotation de la courbe (C') et les droites $x = 0$ et $x = 3$ et l'axe (OX)

SOF ANALYSE

ELMOSAID DNAS ANALYSE

Écrit par Soufiane ERRAHALI, ce livre est conçu pour les élèves 2BAC PC-SVT cherchant à maîtriser l'analyse à un **niveau avancé**.

- ✓ 15 Problèmes Analytiques de Niveau Avancé
- ✓ 10 Examens Blancs Simulés
- ✓ Exercices Corrigés & Astuces de Résolution

« Continue vers le succès. »

A propos de l'auteur:

Soufiane ERRAHALI

Soufiane Errahali est un passionné de mathématiques dédié à aider les élèves à réussir leur baccalauréat et à résoudre des problèmes analytiques.

Contient des problèmes analytiques plus des examens blancs simulés conçus pour aider les élèves à comprendre et réussir le BAC avec confiance.

9 722340 510000



9 782340 510000

2026

**Soufiane
ERRAHALI**

