

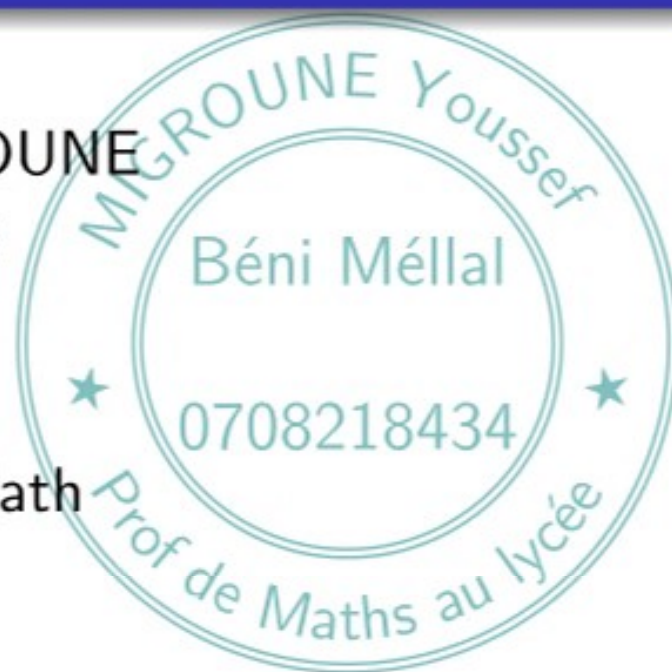
Mathématiques : Sciences expérimentales

2Bac Pc/Svt

Sujets du baccalauréat 2008 $\mapsto$ 2022

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée

Youtube / MIGROUNE Math



Page Facebook / Migroune Math

Exam 2008 Normal : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral Suites numériques	11 points

Exercice 1 || 3 points

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, les deux points : $A(0; -1; 1)$ et $B(1; -1; 0)$ et la sphère (S) d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 2 = 0$

- 1 a Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1; 0; 2)$ et que son rayon est $\sqrt{3}$ (1)
b Vérifier que A appartient à la sphère (S) (0,25)
- 2 Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ et montrer que $x + y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB) (1,25)
- 3 Montrer que le plan (OAB) est tangente à (S) en A (0,5)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :
$$z^2 - 6z + 34 = 0 \quad (1)$$
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 3 + 5i$; $b = 3 - 5i$ et $c = 7 + 3i$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la translation T du vecteur $\vec{u}$ d'affixe $4 - 2i$
 - a Montrer que $z' = z + 4 - 2i$ puis vérifier que C est l'image du point A par la translation T (0,75)
 - b Montrer que : $\frac{b - c}{a - c} = 2i$ (0,5)
 - c En déduire que ABC est un triangle rectangle et que : $BC = 2AC$ (0,75)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient **six boules rouges** et trois boules verts (Les boules sont indiscernables au toucher)

- 1 On tire **simultanément et au hasard trois boules** de l'urne
 - a Calculer la probabilité de tirer **deux boules rouges** et une verte (1)
 - b Montrer que la probabilité de tirer une boule verte au moins est $\frac{16}{21}$ (1)
- 2 On considère dans cette question l'épreuve suivante : On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de tirer **trois boules rouges** (1)

Problème || 11 points

Première partie Soit g la fonction définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x - 2 \ln(x)$$

- 1
 - a Calculer $g'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$ (0, 5)
 - b Montrer que g est décroissante sur $]0; 2]$ et croissante sur $[2; +\infty[$ (0, 5)
- 2 En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$.
Remarquer que : $g(2) > 0$ (0, 5)

Deuxième partie On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - \ln^2(x)$$

Soit $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

① Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter géométriquement ce résultat (0, 75)

② a Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2(x)}{x} = 0$ (On pourra poser $t = \sqrt{x}$, on rappelle que : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln(t)}{t} = 0$) (0, 5)

b En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$
Remarquer que : $f(x) = x \left(1 - \frac{\ln^2(x)}{x} \right)$ (0, 75)

c Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ puis en déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique de direction la droite $(\Delta) : y = x$ (0, 5)

- d Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessous de la droite (Δ) $(0, 5)$
- 3 a Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ pour tout x de $]0; +\infty[$ et montrer que f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ $(0, 75)$
- b Dresser le tableau de variations de la fonction f $(0, 25)$
- c Montrer que $y = x$ est une équation cartésienne de la tangente à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 1 $(0, 5)$
- 4 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0; +\infty[$ et que $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$ (On admet que : $\ln^2(2) < \frac{1}{2}$) $(0, 5)$
- 5 Tracer la droite (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (On admet que $I(e; e - 1)$ est un point d'inflexion de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et on prendra : $e \approx 2,7$) (1)

- 6 a Montrer que $H : x \mapsto x \ln(x) - x$ est une fonction primitive de la fonction $\ln : x \mapsto \ln(x)$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$ puis montrer que :
- $$\int_1^e \ln(x) dx = 1 \quad (0,5)$$
- b En utilisant une intégration par parties, montrer que ;
- $$\int_1^e \ln^2(x) dx = e - 2 \quad (0,75)$$
- c Calculer l'aire de domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ) et les deux droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$ (0,5)

Troisième partie On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Montrer que $1 \leq U_n \leq 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
On pourra utiliser le résultat de : 3)a) (0,75)
- 2 Montrer que la suite (U_n) est décroissante (0,5)
- 3 En déduire que (U_n) est convergente puis déterminer sa limite (0,75)

Exam 2008 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Nombres complexes	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique	8 points



Exercice 1 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :
$$z^2 - 8z + 17 = 0 \quad (1)$$
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$, on considère les points A et B d'affixes respectives : $a = 4 + i$ et $b = 8 + 3i$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la Rotation R de centre Ω d'affixe $\omega = 1 + 2i$ et d'angle $\frac{3\pi}{2}$
 - a Montrer que $z' = -iz - 1 + 3i$ (0, 75)
 - b Vérifier que l'affixe du point C image du point A par la rotation R est $c = -i$ (0, 75)
 - c Montrer que : $b - c = 2(a - c)$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés (0, 75)



Exercice 2 || 3 points

Dans l'espace $(\mathcal{E})$ rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère le plan $(\mathcal{P})$ et la sphère $(\mathcal{S})$ définis par : $(\mathcal{P}) : x + 2y + z - 1 = 0$ et $(\mathcal{S}) : x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0$.

- 1 Montrer que le centre de la sphère $(\mathcal{S})$ est le point $I(2; 3; -1)$ et que son rayon est 3 (0, 75)
- 2
 - a Montrer que $d(I; (\mathcal{P})) = \sqrt{6}$ (0, 5)
 - b En déduire que le plan $(\mathcal{P})$ coupe la sphère selon un cercle $(\mathcal{C})$ de rayon $\sqrt{3}$ (0, 75)
- 3
 - a Déterminer une représentation paramétrique de la droite $(\mathcal{D})$ passant par I et orthogonale à $(\mathcal{P})$ (0, 5)
 - b Montrer que le centre du cercle $(\mathcal{C})$ est $H(1; 1; -2)$ (0, 5)



Exercice 3 || 3 points

Une urne contient quatre boules blanches et trois boules rouges (Les boules sont indiscernables et au toucher)

On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne

- ① Quelle est la probabilité de tirer trois boules blanches ? (1)
- ② Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est $\frac{1}{7}$ (1)
- ③ Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche au moins ? (1)



Exercice 4 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{5U_n}{2U_n + 3} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1 Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n > 1$ (1)

2 Pour tout $n \in \mathbb{N}$: on pose $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n}$

a Montrer que la suite numérique (V_n) est géométrique de raison $\frac{3}{5}$ puis exprimer V_n en fonction de n (1)

a Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$

puis déterminer la limite de la suite (U_n)



Problème || 8 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^{2x} - 2x$$

- 1
 - a Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ (0,5)
 - b Montrer que la fonction g est croissante sur $\mathbb{R}^+$ et décroissante sur $\mathbb{R}^-$ (0,5)
- 2 En déduire que $g(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.
Remarquer que $g(0) = 1$ (0,75)



Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \ln(e^{2x} - 2x)$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1 a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ (0, 5)

b Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^*$; $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2 \right) \frac{\ln(e^{2x} - 2x)}{e^{2x} - 2x}$
(0, 25)

c Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Rappel : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln(t)}{t} = 0$ (0, 5)

d En déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $-\infty$ dont on déterminera la direction (0, 25)

2 a Vérifier que pour tout $x \in [0; +\infty[$:
 $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0$ et $f(x) = 2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right)$ (0, 75)

b En déduire que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. Rappel : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t} = +\infty$ (0, 5)



c Montrer que la droite $(D) : y = 2x$ est une asymptote oblique à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ (0, 5)

d Montrer que : $f(x) - 2x \leq 0$ pour tout x de $[0; +\infty[$ et en déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est en-dessous de la droite (D) sur l'intervalle $[0; +\infty[$ (0, 75)

3 a Montrer que : $f'(x) = \frac{2(e^{2x} - 1)}{g(x)}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ (0, 75)

b Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f (0, 5)

4 Construire les courbes (D) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
On admet que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ a deux points d'inflexion (1)



Exam 2009 Normal : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Calcul intégral	2 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Suites numériques	9 points



Exercice 1 || 3 points

On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, les points : $A(-2; 2; 8)$; $B(6; 6; 0)$; $C(2; -1; 0)$ et $D(0; 1; -1)$ et (S) l'ensemble des points M de l'espace qui vérifient : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$

- 1 Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{OC} \wedge \vec{OD}$ et en déduire que $x + 2y + 2z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OCD) (0, 75)
- 2 Vérifier que (S) est la sphère de centre $\Omega(2; 4; 4)$ et de rayon 6 (0, 5)
- 3
 - a Calculer la distance du point Ω du plan (OCD) (0, 5)
 - b En déduire que le plan (OCD) est tangente à la sphère (S) (0, 5)
 - c Vérifier que $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 0$ puis en déduire que O est le point de contact de la sphère (S) et le plan (OCD) (0, 75)



Exercice 2 || 3 points

On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2 - 2i$;

$$b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ et } c = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i$$

- ① Écrire sous forme trigonométrique chacun des deux nombres complexes a et b (1)
- ② On considère la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$
 - a Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la Rotation R .
Montrer que : $z' = bz$ (0,75)
 - b Vérifier que le point C est l'image du point A par la rotation R
- ③ Montrer que : $\arg(c) \equiv \arg(a) + \arg(b) [2\pi]$ puis en déduire un argument du nombre complexe c (0,75)



Exercice 3 || 3 points

Une urne contient 3 boules blanches, 4 boules noires et 5 boules rouges (Les boules sont indiscernables au toucher) On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne

- ① On considère les deux événements suivants :

A : Tirer trois boules de même couleur

B : Tirer trois boules de couleurs différents deux à deux

Montrer que : $p(A) = \frac{3}{44}$ et $p(B) = \frac{3}{11}$ (1,5)

- ② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de trois boules associe le nombre de couleurs que portent ces boules

- a Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X (0,25)
- b Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique $E(x)$ (1,25)



Exercice 4 || 2 points

On pose : $I = \int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3} dx$ et $J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6) dx$.

- 1 Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R} - \{-3\}$; $\frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3}$ (0,25)
- 2 Montrer que : $I = 1 - 3 \ln(2)$ (0,75)
- 3 En utilisant une intégration par parties, montrer que : $J = -I$ (1)



Problème || 9 points



Partager



On considère la fonction f définie par : $f(x) = 2 \ln (e^x - 2\sqrt{e^x} + 2)$
Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé

Première Partie

- 1 Vérifier que : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que l'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$ et que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}) ; 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0 \quad (0,75pt)$$

- 2 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ln(4)$ et interpréter géométriquement ce résultat (0,75)



- 3 a Montrer que : $f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et
vérifier que : $f'(0) = 0$ (1)
- b Étudier le signe de $\sqrt{e^x} - 1$ sur $\mathbb{R}$ et en déduire que la fonction f
est croissante sur $[0; +\infty[$ est décroissante sur $] -\infty; 0]$ (1)
- 4 a Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) = 2x + 2 \ln \left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} \right)$ (0, 25)
- b Montrer que la droite $(D) : y = 2x$ est une asymptote à $(\mathcal{C}_f)$ au
voisinage de $+\infty$ (0, 5)
- 5 a Vérifier que : $e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ pour tout x
de $\mathbb{R}$ (0, 25)
- b Étudier le signe de : $\sqrt{e^x} - 2$ et $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ sur $\mathbb{R}$
(0, 5)
- c En déduire que : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x}$ pour tout x de $[0; \ln(4)]$
(0, 25)
- d Montrer que : $f(x) \leq x$ pour tout x de $[0; \ln(4)]$ (0, 5)



- 6 Construire $(\mathcal{C}_f)$. On admettre que $(\mathcal{C}_f)$ possède deux points d'inflexion dont l'abscisse de l'un est inférieur à -1 et l'abscisse de l'autre est supérieur à 2 , la détermination de ces deux points n'est pas demandé et on prendra : $\ln(4) \simeq 1,4$ (0,75)

Deuxième Partie Soit la suite numérique définie par :
 $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

- 1 Montrer que : $0 \leq U_n \leq \ln(4)$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,75)
- 2 Montrer que la suite (U_n) est décroissante (0,75)
- 3 En déduire que (U_n) est convergente et calculer sa limite (1)



Exam 2009 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de six exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Calcul intégral	2 points
Exercice 6	Étude d'une fonction numérique	6 points



Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère le point $A(2; 2; -1)$ et le plan $(\mathcal{P})$ d'équation cartésienne : $2x + y + 2z - 13 = 0$ et la sphère $(\mathcal{S})$ de centre $\Omega(1; 0; 1)$ et de rayon 3

- 1
 - a Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ est une équation cartésienne de la sphère $(\mathcal{S})$ et vérifier que A appartient à $(\mathcal{S})$ (0, 75)
 - b Calculer la distance du point Ω au plan $(\mathcal{P})$ puis en déduire que $(\mathcal{P})$ est tangente à la sphère $(\mathcal{S})$ (0, 75)
- 2 Soit $(\mathcal{D})$ la droite passant par le point A et orthogonale au plan $(\mathcal{P})$
 - a Montrer que $\vec{u}(2; 1; 2)$ est un vecteur directeur de la droite $(\mathcal{D})$ et que : $\vec{\Omega A} \wedge \vec{u} = 6\vec{i} - 6\vec{j} - 3\vec{k}$ (0, 75)
 - b Calculer le réel $\frac{\|\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|}$, puis en déduire que la droite $(\mathcal{D})$ est tangente à la sphère $(\mathcal{S})$ en A (0, 75)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation :

$$z^2 - 6z + 25 = 0$$

(1)

- 2 On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A, B, C et D d'affixes respectives :
 $a = 3 + 4i$; $b = 3 - 4i$; $c = 2 + 3i$ et $d = 5 + 6i$

- a Calculer $\frac{d - c}{a - c}$ puis en déduire que les points A, C et D sont alignés (0,5)
- b Montrer que le nombre $p = 3 + 8i$ est l'affixe du point P image du point A par l'homothétie H de centre B et de rapport $\frac{3}{2}$ (0,5)
- c Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{d - p}{a - p}$ puis en déduire que $\frac{\pi}{4}$ est une mesure de l'angle $(\vec{PA}, \vec{PD})$ et que $PA = \sqrt{2}PD$



Exercice 3 || 3 points

Une urne contient sept boules noires et deux boules blanches (Les boules sont indiscernables au toucher)

On tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne

Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches restantes dans l'urne après le tirage des deux boules

- ① Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X (0, 5)
- ② Montrer que $p(X = 0) = \frac{1}{36}$ et $p(X = 1) = \frac{7}{18}$ (1, 5)
- ③ Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématiques $E(X)$ (1)



Exercice 4 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 0 \text{ et } U_{n+1} = \frac{1 + 4U_n}{7 - 2U_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Vérifier que : $1 - U_{n+1} = \frac{6(1 - U_n)}{5 + 2(1 - U_n)}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et montrer par récurrence que : $1 - U_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (1)

- 2 On pose : $V_n = \frac{2U_n - 1}{U_n - 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

- a Montrer que la suite numérique (V_n) est géométrique de raison $\frac{5}{6}$ puis exprimer V_n en fonction de n (1)

- b Montrer que : $U_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis en déduire la limite de la suite (U_n) (1)



Exercice 5 || 2 points



- 1 Déterminer les fonctions primitives de la fct : $x \mapsto 2x(x^2 - 1)^{2009}$
sur $\mathbb{R}$ et vérifier que : $\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2 - 1)^{2009} dx = \frac{1}{2010}$ (1pt)
- 2 En utilisant une intégration par parties , montrer que :
 $\int_0^2 (2x + 1) \ln(x + 1) dx = 6 \ln(3) - 2$ (1pt)



Exercice 6 || 6 points



Partager



Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x \left(\frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} \right)$.
Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 a Vérifier que : $f(x) = x \left(\frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \right)$ pour tout réel x (0,5)
- b Montrer que la fonction f est paire et que : $f(x) - x = \frac{-2xe^{-2x}}{1 + e^{-2x}}$ pour tout réel x (1)
- c Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2xe^{-2x}}{1 + e^{-2x}} = 0$ puis en déduire que la droite $(D) : y = x$ est une asymptote oblique de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$



- 2 Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est située en-dessous de la droite (D) sur l'intervalle $[0; +\infty[$ (0,5)
- 3 a Montrer que : $f'(x) = \frac{e^{4x} - 1 + 4xe^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$ pour tout réel x et vérifier que $f'(0) = 0$ (1)
- b Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}^+ ; e^{4x} - 1 \geq 0$, puis en déduire que : $\forall x \in \mathbb{R}^+ ; e^{4x} - 1 + 4xe^{2x} \geq 0$ (0,5)
- c Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}^+$ (0,5)
- 4 Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$. (On admet que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet deux points d'inflexion que l'on cherche pas à déterminer) (1)



Exam 2010 Normal : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(-1; 0; 3)$, $B(3; 0; 0)$ et $C(7; 1; -3)$ et (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

- 1 Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ et en déduire que $3x + 4z - 9 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (1)
- 2 Montrer que le centre de la sphère (S) est le $\Omega(3; 1; 0)$ et que son rayon est 5 (0,5)
- 3 Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC)
 - a Démontrer que $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) (0,5)
 - b Démontrer que la droite (Δ) coupe la sphère (S) aux deux points $E(6; 1; 4)$ et $F(0; 1; -4)$ (1)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 10 = 0$ (1)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 3 - i$; $b = 3 + i$ et $c = 7 - 3i$. Soit z l'affixe d'un point M et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
 - a Montrer que : $z' = iz + 2 - 4i$ (0,5)
 - b Vérifier que l'affixe du point C' image du point C par la rotation R est $c' = 5 + 3i$ (0,25)
 - c Montrer que : $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ puis en déduire que le triangle BCC' est rectangle en B et que $BC = 2BC'$ (1,25)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient cinq boules blanches, **trois boules rouges** et deux boules noires indiscernables au toucher

On tire **au hasard et simultanément, quatre boules** de l'urne

① On considère les événements suivants :

A : Tirer une seule boule rouge

B : Tirer une boule blanche au moins

Montrer que : $p(A) = \frac{1}{2}$ et $p(B) = \frac{41}{42}$ (1)

② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges tirées

a Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont :
0; 1; 2 et 3 (0, 25)

b Montrer que : $p(X = 2) = \frac{3}{10}$ et $p(X = 0) = \frac{1}{6}$ (1)

a Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (0, 75)

Exercice 4 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{3U_n - 1}{2U_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1 Montrer par récurrence que $U_n - 1 > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0,75)

2 On considère la suite numérique (V_n) définie par : $V_n = \frac{U_n - 1}{2U_n - 1}$
pour tout $n \in \mathbb{N}$

a Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et en

déduire que $V_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (1)

b Montrer que $U_n = \frac{V_n - 1}{2V_n - 1}$ et en déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 1$
(0,75)

3 Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} W_n$ sachant que (W_n) est la suite numérique définie
par : $W_n = \ln(U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0,5)

Exercice 5 || 8 points



Partager



Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 1 + 4xe^{2x}$$

1 Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R} ; g'(x) = 4(2x + 1)e^{2x}$ (0, 5)

2 Montrer que g est croissante sur $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ et décroissante sur $\left]-\infty; -\frac{1}{2}\right]$ (0, 5)

3 a Établir que $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ puis vérifier que $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$ (0, 5)

b En déduire que : $\left(\forall x \in \mathbb{R}\right) ; g(x) > 0$ (0, 25)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (2x - 1)e^{2x} + x + 1.$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé

1 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (1)

2 Montrer que $f'(x) = g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ puis en déduire que f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ (0,75)

3 a Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et en déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$ (0,75)

b Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)]$ et en déduire que la droite $(\Delta) : y = x + 1$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$ (0,5)

c Déterminer le couple de coordonnées du point d'intersection de (Δ) avec $(\mathcal{C}_f)$ puis montrer que $(\mathcal{C}_f)$ est en-dessous de (Δ) sur $\left]-\infty; \frac{1}{2}\right[$ et au-dessus de (Δ) sur $\left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$ (0,5)

- 4 a Montrer que $y = x$ est une équation de la tangente (T) à la courbe de $(\mathcal{C}_f)$ au point $O(0;0)$ (0, 25)
- b Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un point d'inflexion d'abscisse $-\frac{1}{2}$ (l'ordonnée n'est pas demandée) (0, 25)
- 5 Tracer (Δ) ; (T) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 2cm) (0, 75)
- 6 a En utilisant une intégration par parties, montrer que :
$$\int_0^{1/2} (2x - 1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2} \quad (1)$$
- b Montrer que l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (T) tangente à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et les deux droites d'équations : $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$ est égale à : $(6 - 2e)cm^2$ (0, 5)

Exam 2010 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(0; -2; 0)$, $B(1; 1; -4)$ et $C(0; 1; -4)$ et (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0$

- 1 Montrer que le centre de la sphère (S) est le $\Omega(1; 2; 3)$ et son rayon est 5 (0,5)
- 2
 - a Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$ et en déduire que $4y + 3z + 8 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (1)
 - b Calculer $d(\Omega, (ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) (0,5)

3 Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC)

- a Démontrer que $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) (0, 5)
- b Démontrer que le triple de coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC) est $(1; -2; 0)$ (0, 25)
- c Vérifier que H est le point de contact du plan (ABC) et la sphère (S) (0, 25)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$ (1)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 8i$; $b = 4\sqrt{3} - 4i$ et $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{4\pi}{3}$
 - a Montrer que : $z' = \left(-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z$ (0,5)
 - b Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R (0,25)
 - c Montrer que : $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, puis écrire le nombre $\frac{a-b}{c-b}$ sous forme trigonométrique (0,75)
 - d En déduire que le triangle ABC est équilatéral (0,5)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient huit boules portant les nombres :

1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3

Les boules sont indiscernables au toucher

On tire **au hasard, successivement et sans remise**, deux boules de l'urne

① On considère les événements suivants :

A : Tirer deux boules portant le nombre 2

B : Tirer deux boules dont une au moins porte le nombre 3

Montrer que : $p(A) = \frac{3}{28}$ et $p(B) = \frac{13}{28}$ (1, 25)

② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules portant un nombre impair

a Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X (0, 25)

b Montrer que : $p(X = 1) = \frac{15}{28}$ (0, 75)

c Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (0, 75)

Exercice 4 || 3 points



On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{3U_n}{21 + U_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}$$

- 1 Montrer que $U_n > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,5)
- 2 Montrer que $U_{n+1} < \frac{1}{7}U_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,75)
- 3 Montrer que (U_n) est décroissante et qu'elle est convergente (0,5)
- 4
 - a Montrer par récurrence que $U_n \leq \left(\frac{1}{7}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0,75)
 - b Déterminer la limite de la suite (U_n) (0,5)

Exercice 5 || 8 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - x - 2 \ln(x) + 3$$

- 1 a Vérifier que $\forall x \in]0; +\infty[; 3x^3 - x - 2 = (x - 1)(3x^2 + 3x + 2)$ (0, 25)
b Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[; g'(x) = \frac{(x - 1)(3x^2 + 3x + 2)}{x}$ (0, 5)
- 2 a Vérifier que $\forall x \in]0; +\infty[; \frac{3x^2 + 3x + 2}{x} > 0$ (0, 25)
b En déduire que le signe de $g'(x)$ est celui de $x - 1$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$ (0, 5)
- 3 a Montrer que la fonction g est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur l'intervalle $[1; +\infty[$ (0, 5)
b En déduire que $g(x) > 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$ (0, 5)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln(x)}{x^2}$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé (Unité : 1cm)

- 1 Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ puis en déduire que f est croissante sur $]0; +\infty[$ (1)
- 2 a Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu (0,5)
b Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1 + \ln(x)}{x^2} = 0$ puis que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$
(Rq : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x^2} = 0$) (0,75)
c Montrer que la droite $(\Delta) : y = x - 1$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ (0,5)

- 3 Montrer que $y = 3x - 3$ est une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point de coordonnées $(1; 0)$ $(0, 5)$
- 4 Construire dans le même repère la droite (T) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$.
On admet que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un unique point d'inflexion que l'on ne cherche pas à déterminer $(0, 75)$
- 5 a En utilisant une intégration par parties, montrer que :
$$\int_1^e \frac{\ln(x)}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e} \quad (1)$$
- b Montrer que l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ) et les deux droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$ est égale à : $\left(1 - \frac{1}{e}\right) \text{ cm}^2$ $(0, 5)$

Exam 2011 Normal : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Équations et inéquations	2,5 points
Exercice 2	Suites numériques	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	5 points
Exercice 4	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	9,5 points

Exercice 1 || 2,5 points



Partager



- 1 a Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + 4x - 5 = 0$ (0, 5)
- b Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$; L'équation :
 $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$ (1)
- 2 Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$; L'inéquation :
 $\ln(x) + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$ (1)

Exercice 2 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{U_n}{5 + 8U_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Montrer par récurrence que $U_n > 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0,5)
- 2 On considère la suite numérique (V_n) définie par : $V_n = \frac{1}{U_n} + 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - a Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison 5 puis exprimer V_n en fonction de n (1,5)
 - b Montrer que $U_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (U_n) (1)

Exercice 3 || 5 points

1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 18z + 82 = 0$ (1)

2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 9 + i$; $b = 9 - i$ et $c = 11 - i$

a Montrer que $\frac{c-b}{a-b} = -i$ puis en déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle en B (1)

b Donner une forme trigonométrique du nombre complexe $4(1 - i)$ (0,5)

c Montrer que : $(c-a)(c-b) = 4(1 - i)$ puis en déduire que : $AC \times BC = 4\sqrt{2}$ (1)

d Soit z l'affixe d'un point M et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$

Montrer que : $z' = -iz + 10 + 8i$ puis vérifier que l'affixe du point C' image du point C par la rotation R est : $9 - 3i$ (1,5)

Exercice 4 || 9,5 points



Partager



Première Partie On considère g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = (1 - x)e^x - 1$$

- 1
 - a Montrer que : $g'(x) = -xe^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ (0,5)
 - b Montrer que g est décroissante sur $[0; +\infty[$ et croissante sur $] -\infty; 0]$ (0,75)
- 2 En déduire que : $g(x) \leq 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ (0,5)

Deuxième Partie Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2 - x)e^x - x$
Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé
 $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (0, 5)
b Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis en déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction (0, 75)
- 2 a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$.
On rappelle que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ (0, 75)
b Montrer que la droite $(D) : y = -x$ est une asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$ (0, 25)
- 3 a Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ (0, 5)
b Interpréter géométriquement le résultat : $f'(0) = 0$ (0, 25)
c Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f (0, 5)

- 4 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $\frac{3}{2} < \alpha < 2$. On admettra que : $e^{3/2} > 3$ (0, 5)
- 5 a Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) + x = 0$ et en déduire que $(\mathcal{C}_f)$ et (D) se coupent au point $A(2; -2)$ (0, 5)
b Étudier le signe de $f(x) + x$ sur $\mathbb{R}$ (0, 25)
c En déduire que $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de (D) sur $] -\infty; 2[$ et en-dessous de (D) sur $] 2; +\infty[$ (0, 25)
- 6 a Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ possède un point d'inflexion unique de coordonnées $(0; 2)$ (0, 5)
b Construire la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1)
- 7 a En utilisant une intégration par parties, montrer que :
$$\int_{-1}^0 (2 - x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$$
 (1)
b En déduire, en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (D) et les deux droites d'équations : $x = -1$ et $x = 0$ (0, 25)

Exam 2011 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math

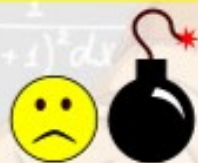


Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Équations et inéquations	2,5 points
Exercice 2	Nombres complexes	4 points
Exercice 3	Suites numériques	3,5 points
Exercice 4	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	10 points

Exercice 1 || 2,5 points



Partager



- 1 a Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 - 2x - 3 = 0$ (0,5pt)
- b Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^x - \frac{3}{e^x} - 2 = 0$ (1pt)
- 2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{x+1} - e^{-x} \geq 0$ (1pt)

Exercice 2 || 4 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 18 = 0$ (1)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les deux points A et B d'affixes respectives : $a = 3 + 3i$ et $b = 3 - 3i$
 - a Écrire sous forme trigonométrique chacun des deux nombres complexes a et b (0, 5)
 - b Montrer que b' l'affixe du point B' image du point B par la translation de vecteur $\vec{OA}$ est 6 (0, 75)
 - c Montrer que : $\frac{b - b'}{a - b'} = i$ puis en déduire que le triangle $AB'B$ est rectangle isocèle en B' (1)
 - d Déduire de ce qui précède que le quadrilatère $OAB'B$ est un carré (0, 75)

Exercice 3 || 3,5 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{6U_n}{1 + 15U_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1 a Vérifier que : $U_{n+1} - \frac{1}{3} = \frac{U_n - \frac{1}{3}}{15U_n + 1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0,5)

b Montrer par récurrence que : $U_n > \frac{1}{3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0,5)

2 Soit (V_n) la suite numérique définie par $V_n = 1 - \frac{1}{3U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Montrer que la suite numérique (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{6}$ puis écrire V_n en fonction de n (1,5)

3 Montrer que : $U_n = \frac{1}{3 - 2\left(\frac{1}{6}\right)^n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis en déduire

$\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ (1)

Exercice 4 || 10 points



Première Partie On considère g la fonction numérique définie sur $I =]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x - 1 + \ln(x)$$

- 1 a Montrer que : $g'(x) = \frac{x+1}{x}$ pour tout $x \in I$ (0,5)
b Montrer que g est croissante sur I (0,5)
- 2 En déduire que : $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in [1; +\infty[$ et que $g(x) \leq 0$ sur $]0; 1]$. Remarque : $g(1) = 0$ (1)

Deuxième Partie Soit la fonction f définie sur I par :

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x} \right) \ln(x)$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat (0, 75)
- b Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Remarquer que : $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{x-1}{x} \right) \frac{\ln(x)}{x}$ pour tout $x \in I$ (1)
- c En déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction (0, 5)
- 2 a Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout $x \in I$ (1)
- b En déduire que la fonction f est croissante sur $[1; +\infty[$ et décroissante sur $]0; 1]$ (0, 5)
- c Dresser le tableau de variation de la fonction f sur I (0, 25)

- 3 Construire $(\mathcal{C}_f)$. On admettra que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ possède un seul point d'inflexion d'abscisse comprise entre 1,5 et 2
- 4 a Montrer que $H: x \mapsto \frac{1}{2} \ln^2(x)$ est une fonction primitive de la fonction $h: x \mapsto \frac{\ln(x)}{x}$ sur l'intervalle I (0, 5)
- b Montrer que : $\int_1^e \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2}$ (0, 25)
- c En utilisant une intégration par parties, montrer que :
 $\int_1^e \ln(x) dx = 1$ (1)
- 5 a Vérifier que $f(x) = \ln(x) - \frac{\ln(x)}{x}$ pour tout x de I (0, 25)
- b Montrer que l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$ est égale à $0,5 \text{ cm}^2$ (0, 5)

Exam 2012 Normal : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points



Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(1; 1; -1)$, $B(0; 1; -2)$ et $C(3; 2; 1)$ et (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$

- 1 Montrer que le centre de (S) est le $\Omega(1; 0; 1)$ et son rayon est $\sqrt{3}$ (0,5)
- 2
 - a Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} - \vec{k}$ et vérifier que $x - z - 2 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (0,75)
 - b Vérifier que $d(\Omega, (ABC)) = \sqrt{2}$ puis en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon 1 (1)

3 Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC)

- a Démontrer que $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) (0, 25)
- b Démontrer que le triple de coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC) est $(2; 0; 0)$ (0, 25)
- c En déduire le centre du cercle (Γ) (0, 25)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 12z + 61 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 6 - 5i$; $b = 4 - 2i$ et $c = 2 + i$
 - a Calculer $\frac{a - c}{b - c}$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés (0, 5)
 - b On considère translation T de vecteur $\vec{u}$ tel que l'affixe de $\vec{u}$ est $1 + 5i$
Vérifier que l'affixe du point D image du point C par la translation T est : $d = 3 + 6i$ (0, 5)
 - c Montrer que : $\frac{(d - c)}{(b - c)} = -1 + i$ et que $\frac{3\pi}{4}$ est un argument du nombre complexe : $-1 + i$ (0, 75)
 - d En déduire une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\vec{CB}; \vec{CD}})$ (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient huit jetons indiscernables au toucher : un jeton portant le nombre 0, cinq jetons portant chacun le nombre 1 et deux jetons portant chacun le nombre 2.

0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1 ; 2 ; 2

On tire **au hasard, simultanément, trois jetons** de l'urne

- ① Soit A l'événement : **Les trois jetons tirés, portant des nombres différents deux à deux**

Montrer que : $p(A) = \frac{5}{28}$ (1)

- ② Soit B l'événement : **La somme des nombres portés par les trois jetons tirés est égale à 5**

Montrer que : $p(B) = \frac{5}{56}$ (1)

- ③ Soit C l'événement : **La somme des nombres portés par les trois jetons tirés est égale à 4**

Montrer que : $p(C) = \frac{3}{8}$ (1)

Exercice 4 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 11 \text{ et } U_{n+1} = \frac{10}{11}U_n + \frac{12}{11} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- ① Vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(U_n - 12)$ (0, 25)
- ②
 - a Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n < 12$ (0, 5)
 - b Montrer que la suite (U_n) est strictement croissante (0, 5)
 - c En déduire que la suite (U_n) est convergente (0, 25)
- ③ Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $V_n = U_n - 12$
 - a En utilisant la question ①, montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{10}{11}$ puis exprimer V_n en fonction de n (0, 75)
 - b En déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ puis déterminer la limite de la suite (U_n) (0, 75)

Exercice 5 || 8 points



Partager



Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln(x)$$

- 1 Montrer que $x^2 - 1$ et $2x^2 \ln(x)$ ont le même signe sur l'intervalle $]0; 1]$ puis en déduire que $g(x) \leq 0$ pour tout $x \in]0; 1]$ (0, 75)
- 2 Montrer que $x^2 - 1$ et $2x^2 \ln(x)$ ont le même signe sur l'intervalle $[1; +\infty[$ puis en déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in [1; +\infty[$ (0, 75)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = (x^2 - 1) \ln(x)$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 3cm)

- 1 a Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu (0, 5)
- b Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. On pourra écrire $\frac{f(x)}{x}$ sous la forme : $\left(\frac{x^2 - 1}{x} \right) \ln(x)$. Et en déduire que la courbe (C_f) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on déterminera la direction (1)
- 2 a Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ et interpréter géométriquement $f'(1) = 0$ (1, 25)
- b En déduire que la fonction f est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; +\infty[$ (0, 5)
- c Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$ puis montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[; f(x) \geq 0$ (0, 5)

3 Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1)

4 a Montrer que $u : x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$ est une fonction primitive de la fonction $x \mapsto x^2 - 1$ sur l'intervalle $\mathbb{R}$ (0, 5)

b En utilisant une intégration par parties, montrer que :

$$\int_1^2 (x^2 - 1) \ln(x) dx = \frac{2}{9} (1 + 3 \ln(2)) \quad (1)$$

c Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = 1$ et $x = 2$ (0, 25)

Exam 2012 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Suites numériques	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(-3; 0; 0)$, $B(0; 0; -3)$ et $C(0; 2; -2)$ et (S) la sphère de centre $\Omega(1; 1; 1)$ et de rayon 3

- 1 a Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 6\vec{i} - 3\vec{j} + 6\vec{k}$ et en déduire que $2x - y + 2z + 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (1, 25)
- b Calculer $d(\Omega, (ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) (0, 75)
- 2 Soit (D) la droite passant par Ω et perpendiculaire au plan (ABC)
 - a Démontrer que $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (D) (0, 5)
 - b Démontrer que le triple de coordonnées de H point du contact du plan (ABC) est la sphère (S) est $(-1; 2; -1)$ (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2 - i$; $b = 6 - 7i$ et $c = 8 + 3i$

- 1
 - a Montrer que : $\frac{c-a}{b-a} = i$ (0,75)
 - b En déduire que le triangle ABC est isocèle et rectangle en A (0,75)
- 2 Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la rotation R de centre Ω milieu du segment $[BC]$ et d'angle $-\frac{\pi}{2}$
 - a Vérifier que l'affixe du point Ω est $\omega = 7 - 2i$ (0,5)
 - b Montrer que : $z' = -iz + 9 + 5i$ (0,5)
 - c Montrer que le point C est l'image du point A par la rotation R (0,25)

Exercice 3 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 3 \text{ et } U_{n+1} = \frac{4U_n + 3}{3U_n + 4} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

① Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n > 1$ (0,5)

② Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose $V_n = \frac{U_n - 1}{U_n + 1}$

a Vérifier que pour tout $n \in \mathbb{N} ; 1 - V_n = \frac{2}{U_n + 1}$, puis en déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 1 - V_n > 0$ (0,5)

b Montrer que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = \frac{1 + V_n}{1 - V_n}$ (0,5)

③ a Montrer que la suite numérique (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{7}$ puis écrire V_n en fonction de n (1)

b Montrer que $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n = 0$, puis en déduire la limite de la suite (U_n) (0,5)

Exercice 4 || 3 points

Une urne contient cinq boules rouges, quatre boules blanches et trois boules vertes

Les boules sont indiscernables au toucher

On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne

- ① Montrer que la probabilité de tirer trois boules rouges est $\frac{1}{22}$ (1)
- ② Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est $\frac{3}{44}$ (1)
- ③ Montrer que la probabilité de tirer une boule rouge au moins est $\frac{37}{44}$ (1)

Exercice 5 || 8 points

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$.

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé

① Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(-x) = -f(x)$. En déduire que le point O est un centre de symétrie de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ (0, 75)

② Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) = x + 1 - \frac{2}{e^x + 1}$
(il est conseillé d'utiliser cette expression de $f(x)$ pour traiter les questions suivantes) (0, 5)

③ a Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(e^x + 1)^2}$
puis vérifier que : $f'(0) = \frac{3}{2}$ (1, 25)

b Montrer que la fonction f est croissante sur $\mathbb{R}$ (0, 5)

c Montrer que $y = \frac{3}{2}x$ est une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point O (0, 5)

- 4 a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0, 5)
- b Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (x + 1)]$ et en déduire que la droite $(\mathcal{D}) : y = x + 1$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ (0, 5)
- c Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est située en-dessous de la droite $(\mathcal{D})$ (0, 25)
- 5 Construire les droites $(\mathcal{D})$ et (T) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ (1, 5)
- 6 a Montrer que la fonction $H : x \mapsto x - \ln(e^x + 1)$ est une fonction primitive de la fonction $x \mapsto \frac{1}{e^x + 1}$ sur $\mathbb{R}$ (0, 75)
- b En déduire que : $\int_0^{\ln(2)} \frac{1}{e^x + 1} dx = \ln(4) - \ln(3)$ (0, 5)
- c Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite $(\mathcal{D})$ et les droites d'équations cartésienne : $x = 0$ et $x = \ln(2)$ (0, 5)

Exam 2013 Normal : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math



Page Facebook / Migroune Math

Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(-1; 1; 0)$, $B(1; 0; 1)$ et $\Omega(1; 1; -1)$ et (S) la sphère de centre Ω et de rayon 3

- 1 a Montrer que : $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ et vérifier que $x + y - z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB) (1)
b Calculer $d(\Omega, (OAB)) = \sqrt{3}$ puis montrer que le plan (OAB) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $\sqrt{6}$ (1)
- 2 Soit (Δ) la droite passant par Ω et perpendiculaire au plan (OAB)
 - a Démontrer que $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) (0, 5)
 - b Déterminer le triple de coordonnées du centre du cercle (Γ) (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 7 + 2i$; $b = 4 + 8i$ et $c = -2 + 5i$

- 1 a vérifier que : $(1 + i)(-3 + 6i) = -9 + 3i$ et montrer que :
$$\frac{c - a}{b - a} = 1 + i \quad (0, 75)$$

b En déduire que : $AC = \sqrt{2}AB$ et donner une mesure de l'angle orienté $(\vec{AB}; \vec{AC})$ (1)
- 2 Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$
 - a Montrer que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $d = 10 + 11i$ (0, 75)
 - b Calculer $\frac{d - c}{b - c}$ et en déduire que les points B, C et D sont alignés (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient 10 boules : **cinq boules rouges** et trois boules verts et **deux boules blanches**, indiscernables au toucher

On tire **au hasard et simultanément quatre boules** de l'urne

① On considère les événements suivants :

A : **Tirer deux boules rouges et deux boules vertes**

B : **Aucune boule blanche parmi les quatre boules tirées**

Montrer que : $p(A) = \frac{1}{7}$ et $p(B) = \frac{1}{3}$ (1,5)

② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches tirées

a Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont :
0; 1 et 2 (0,25)

b Montrer que : $p(X = 1) = \frac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (1,25)

Exercice 4 || 3 points

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :

$$U_1 = 0 \text{ et } U_{n+1} = \frac{25}{10 - U_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

- 1 Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - U_{n+1} = \frac{5(5 - U_n)}{5 + (5 - U_n)}$, puis montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; 5 - U_n > 0$ (1)
- 2 Soit $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite numérique définie par $V_n = \frac{5}{5 - U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
 - a Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $V_{n+1} = \frac{10 - U_n}{5 - U_n}$, puis vérifier que $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; V_{n+1} - V_n = 1$ (0,75)
 - b Montrer que $V_n = n$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, puis en déduire que $U_n = 5 - \frac{5}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ (1)
 - c Déterminer la limite de la suite (U_n) (0,25)

Exercice 5 || 8 points



Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x - 2)^2 e^x$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 a Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0, 25)
- b Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ et en déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on déterminera la direction (0, 5)

- 2 a Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f(x) = x^2 e^x - 4x e^x + 4e^x$ (0, 25)
- b Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ et interpréter ce résultat géométriquement. On rappelle que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ (0, 5)
- 3 a Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = x(x - 2)e^x$ (0, 75)
- b Montrer que f est croissante sur chacun des deux intervalles $]-\infty; 0]$ et $[2; +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur $[0; 2]$ (1)
- c Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
- 4 a Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f''(x) = (x^2 - 2)e^x$ puis en déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet deux points d'inflexion qu'on ne demande pas de déterminer leurs ordonnées (1)
- b Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1)

- 5 a Montrer que la fonction $H : x \mapsto (x - 1)e^x$ est une fonction primitive de $h : x \mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$ puis calculer : $\int_0^1 xe^x dx$ (0,5)
- b Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\int_0^1 x^2 e^x dx = e - 2$ (0,75)
- c Montrer que l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$ est égale à : $5(e - 2) \text{ cm}^2$ (0,5)
- 6 En utilisant la courbe, donner le nombre de solutions de l'équation : $x^2 = e^{-x} + 4x - 4; x \in \mathbb{R}$ (0,5)

Exam 2013 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Suites numériques	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points



Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(0; 0; 1)$, $B(1; 1; 1)$ et $C(2; 1; 2)$ et (S) la sphère de centre $\Omega(1; -1; 0)$ et de rayon $\sqrt{3}$

- 1 Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ est une équation cartésienne de la sphère (S) et vérifier que le point A appartient à la sphère (S) (0, 75)
- 2
 - a Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ et en déduire que $x - y - z + 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (0, 74)
 - b Calculer $d(\Omega, (ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangente à la sphère (S) en A (0, 75)

3 Soit (Δ) la droite passant par Ω et perpendiculaire au plan (ABC)

- a Démontrer que $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 - t \\ z = -t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) (0, 25)
- b En déduire les coordonnées des deux points d'intersection de la droite (Δ) et la sphère (S) (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 25 = 0$ (0,75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 3 + 4i$; $b = 4 - 3i$ et $c = 10 + 3i$ et la translation T de vecteur $\overrightarrow{BC}$
 - a Montrer que l'affixe du point D image du point A par la translation T est : $d = 10 + 9i$ (0,75)
 - b Vérifier que : $\frac{b-a}{d-a} = -\frac{1}{2}(1+i)$ puis écrire le nombre complexe $-\frac{1}{2}(1+i)$ sous une forme trigonométrique (1)
 - c Montrer que : $(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{5\pi}{4} [2\pi]$ (0,5)

Exercice 3 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{1}{5}U_n + \frac{4}{5} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Vérifier que : $U_{n+1} - 1 = \frac{1}{5}(U_n - 1)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0, 5)
- 2
 - a Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n > 1$ (0, 5)
 - b Montrer que la suite (U_n) est décroissante (0, 5)
 - c En déduire que la suite (U_n) est convergente (0, 25)
- 3 Soit (V_n) la suite numérique telle que : $V_n = U_n - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - a Montrer que la suite numérique (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{5}$ puis exprimer V_n en fonction de n (0, 5)
 - b Montrer que $U_n = \left(\frac{1}{5}\right)^n + 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (U_n) (0, 75)

Exercice 4 || 3 points

Un sac contient 9 boules : quatre boules blanches et trois boules noires et deux boules vertes indiscernables au toucher

On tire au hasard et simultanément trois boules du sac

① On considère les événements suivants :

A : Tirer trois boules de même couleur

B : Tirer trois boules de couleurs différentes deux à deux

Montrer que : $p(A) = \frac{5}{84}$ et $p(B) = \frac{2}{7}$ (1)

② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules noires tirées

a Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont :
0; 1; 2 et 3 (0, 25)

b Montrer que : $p(X = 2) = \frac{3}{14}$ et $p(X = 1) = \frac{15}{28}$ (1)

a Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (0, 75)

Exercice 5 || 8 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - x - \ln(x)$$

- 1 a Vérifier que : $2x^2 - x - 1 = (x - 1)(2x + 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$
(0, 25)
- b Montrer que : $g'(x) = \frac{2x^2 - x - 1}{x}$ pour tout x de $]0; +\infty[$ et en déduire que la fonction g est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; +\infty[$
(1)
- 2 Montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$.
Remarque : $g(1) = 0$
(0, 5)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 - 1 - \ln^2(x)$$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

1 a Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu (0, 5)

b Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$. Remarquer que : $f(x) = x^2 \left(1 - \frac{1}{x^2} - \left(\frac{\ln(x)}{x} \right)^2 \right)$ (0, 5)

c En déduire que la courbe (C_f) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on déterminera la direction (0, 25)

2 a Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[; f'(x) = 2 \left(\frac{x^2 - \ln(x)}{x} \right)$ (1)

b Vérifier que : $\forall x \in]0; +\infty[; \frac{g(x)}{x} + 1 = \frac{x^2 - \ln(x)}{x}$ et en déduire que f est croissante sur $]0; +\infty[$ (0, 75)

- 3 a Montrer que $y = 2x - 2$ est une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point $A(1; 0)$ (0, 5)
- b Construire dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la droite (T) et la courbe (C_f) . On admet que la courbe (C_f) admet $A(1; 0)$ comme unique point d'inflexion (1)
- 4 a Montrer que la fonction $H : x \mapsto x(\ln(x) - 1)$ est une fonction primitive de $h : x \mapsto \ln(x)$ sur $]0; +\infty[$ puis montrer que : (0, 75)
- $$\int_1^e \ln(x) dx = 1$$
- b Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : (0, 5)
- $$\int_1^e \ln^2(x) dx = e - 2$$
- c Montrer que l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C_f) , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$ est égale à : $\frac{1}{3}(e^3 - 6e + 8) \text{ cm}^2$ (0, 5)

Exam 2014 Normal : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Suites numériques	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points



Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
On considère les points $A(0; 3; 1)$, $B(-1; 3; 0)$ et $C(0; 5; 0)$ et (S) la
sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$

- 1
 - a Montrer que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$ et en déduire que les points A, B et C ne sont pas alignés (0, 75)
 - b Montrer que $2x - y - 2z + 5 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (0, 5)
- 2
 - a Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(2; 0; 0)$ et son rayon est 3 (0, 5)
 - b Montrer que le plan (ABC) est tangente à la sphère (S) (0, 75)
 - c Déterminer le triple de coordonnées de H point de contact du plan (ABC) et la sphère (S) (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - \sqrt{2}z + 2 = 0$ (0, 75)
- 2 On considère le nombre complexe : $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{6}}{2}$.
 - a Montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que : $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ (0, 5)
 - b En utilisant l'écriture de u sous forme trigonométrique, montrer que u^6 est un nombre réel (0, 75)
- 3 Le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives : $a = 4 - i4\sqrt{3}$ et $b = 8$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.
 - a Exprimer z' en fonction de z (0, 5)
 - b Vérifier que B est l'image de A par la rotation R et en déduire que le triangle OAB est équilatéral (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 13 \text{ et } U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 7 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Montrer par récurrence que : $U_n < 14$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0, 75)
- 2 Soit (V_n) la suite numérique telle que : $V_n = 14 - U_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - a Montrer que la suite numérique (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ puis exprimer V_n en fonction de n (1)
 - b En déduire que $U_n = 14 - \left(\frac{1}{2}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (U_n) (0, 75)
 - c Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $U_n > 13,99$ (0, 5)

Exercice 4 || 3 points

Un sac contient neuf jetons indiscernables au toucher portons les nombres :

0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 1 ; 1 ; 1 ; 1

- 1 On tire **au hasard et simultanément deux jetons** du sac
Soit A l'événement : La somme des nombres portés par les deux jetons tirés est égale à 1
Montrer que : $p(A) = \frac{5}{9}$ (1)
- 2 On considère le jeu suivant : Said(Sa3id) tire au hasard, simultanément, deux jetons du sac et il est considéré gagnant s'il tire deux jetons portant chacun le nombre 1
 - a Montrer que la probabilité pour que Said gagne est $\frac{1}{6}$ (1)
 - b Said a joué le jeu précédent trois fois . Said remet à chaque fois les deux jetons tirés dans le sac .
Quelle est la probabilité pour que Said gagne exactement deux fois (1)

Problème || 8 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln(x)$$

- 1 Montrer que : $\forall x \in]0; +\infty[; g'(x) = \frac{2}{x^3} + \frac{1}{x}$ et en déduire que la fonction g est croissante sur $]0; +\infty[$ (0, 5)
- 2 Vérifier que $g(1) = 0$ et en déduire que :
 - i $g(x) \leq 0$ pour tout $x \in]0; 1]$
 - i $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in [1; +\infty[$ (0, 75)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \left(1 + \ln(x)\right)^2 + \frac{1}{x^2}$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ et donner une interprétation géométrique de ce résultat (0, 5)
- 2 a Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (0, 25)
b Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\left(1 + \ln(x)\right)^2}{x} = 0$ (On pourra poser $t = \sqrt{x}$) puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (1)
c Déterminer la branche infinie de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ (0, 25)

- 3 a Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[; f'(x) = \frac{2g(x)}{x}$ puis en déduire que :
- ★ La fonction f est décroissante sur $]0; 1]$
 - ★ La fonction f est croissante sur $[1; +\infty[$ (1, 5)
- b Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$ puis en déduire que : $\forall x \in]0; +\infty[; f(x) \geq 2$ (1)
- 4 Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On admet que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un unique point d'inflexion que l'on ne cherche pas à déterminer (0, 75)

- 5 On considère les deux intégrales I et J suivantes :

$$I = \int_1^e (1 + \ln(x)) dx \text{ et } J = \int_1^e (1 + \ln(x))^2 dx$$

- a Montrer que $H: x \mapsto x \ln(x)$ est une primitive de la fonction $h: x \mapsto 1 + \ln(x)$ sur $]0; +\infty[$ puis en déduire que $I = e$ (0, 5)
- b Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $J = 2e - 1$ (0, 5)
- c Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$ (0, 5)

Exam 2014 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Suites numériques	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Nombres complexes	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points



Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
On considère les points $A(0; 0; 1)$, le plan (P) d'équation :
 $2x + y - 2z - 7 = 0$ et (S) la sphère de centre $\Omega(0; 3; -2)$ et de rayon 3

- 1 a Montrer que $\begin{cases} x = 2t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et perpendiculaire au plan (P) (0,5)
- b Vérifier que $H(2; 1; -1)$ est le point d'intersection du plan (P) et la droite (Δ) (0,5)

- 2 a Montrer que : $\vec{\Omega A} \wedge \vec{u} = 3(\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k})$ où $\vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ (0,75)
- b Montrer que la distance du point Ω à la droite (Δ) est égale à 3 (0,5)
- c En déduire que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) et vérifier que H est le point de contact de la droite (Δ) et la sphère (S) (0,75)

Exercice 2 || 3 points

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ définie par :

$$U_1 = 5 \text{ et } U_{n+1} = \frac{5U_n - 4}{1 + U_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

- 1 Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) ; U_n > 2$ (0, 75)
- 2 On considère $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ la suite numérique définie par $V_n = \frac{3}{U_n - 2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$
 - a Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$; $V_{n+1} = \frac{1 + U_n}{U_n - 2}$, et montrer que $(V_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$ est arithmétique de raison 1 (1)
 - b Exprimer V_n en fonction de n , et en déduire que $U_n = 2 + \frac{3}{n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ (0, 75)
 - c Déterminer la limite de la suite (U_n) (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

Pour déterminer les deux questions d'un examen oral dans un concours de recrutement, le candidat tire au hasard, successivement et sans remise, deux cartes d'une urne contenant 10 cartes : huit cartes concernant les Mathématiques et deux cartes concernant la langue française, on suppose que les cartes sont indiscernables au toucher

① On considère les événements suivants :

A : Tirer deux cartes concernant la langue française

B : Tirer deux cartes concernant deux matières différentes

Montrer que : $p(A) = \frac{1}{45}$ et $p(B) = \frac{16}{45}$ (1,5)

② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de cartes tirées concernant la langue française

a Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont :
0; 1 et 2 (0,25)

b Montrer que : $p(X=0) = \frac{28}{45}$ puis donner la loi de probabilité de la variable aléatoire X (1,25)

Exercice 4 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4z + 5 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$, on considère les points A, B, C, D et Ω d'affixes respectives : $a = 2 + i; b = 2 - i; c = i; d = -i$ et $w = 1$.
 - a Montrer que : $\frac{a - w}{b - w} = i$ (0, 25)
 - b En déduire que le triangle ΩAB est rectangle isocèle en Ω (0, 5)
- 3 Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
 - a Montrer que : $z' = iz + 1 - i$ (0, 5)
 - b Vérifier que : $R(A) = C$ et $R(D) = B$ (0, 5)
 - c Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle et préciser son centre (0, 5)

Problème || 8 points

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (xe^x - 1)e^x$.

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 2cm)

- 1 Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ et interpréter géométriquement ce résultat (0, 75)
- 2
 - a Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (0, 75)
 - b En déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on déterminera la direction (0, 5)
- 3
 - a Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f'(x) = e^x(e^x - 1 + 2xe^x)$ et vérifier que $f'(0) = 0$ (1)
 - b Montrer que $e^x - 1 \geq 0$ pour tout $x \in [0; +\infty[$ et $e^x - 1 \leq 0$ pour tout $x \in]-\infty; 0]$ (0, 5)

c Montrer que f est croissante sur $[0; +\infty[$ et qu'elle est décroissante sur $] -\infty; 0]$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ (1, 25)

4 a Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans l'intervalle $[0; +\infty[$ et que $\frac{1}{2} < \alpha < 1$.

On admet que : $\frac{1}{2}e^{1/2} < 1$ (0, 75)

b Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On admet que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un point d'inflexion que l'on cherche pas à déterminer (0, 75)

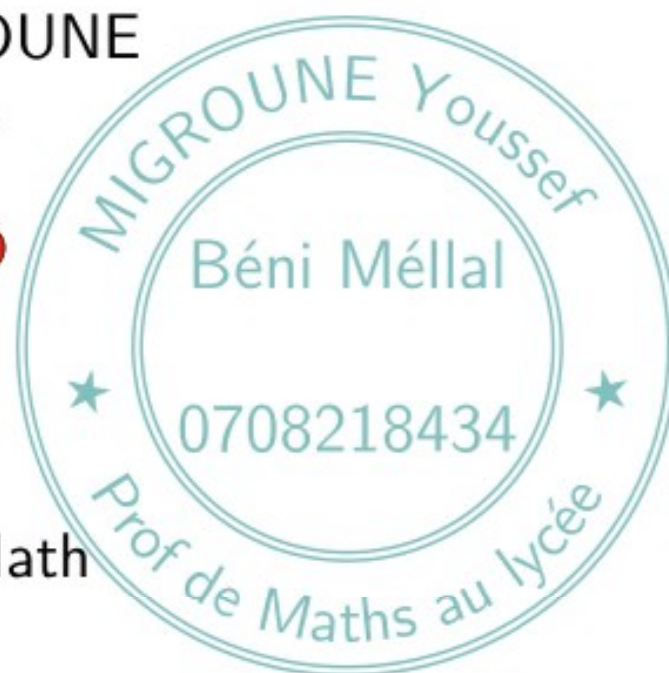
5 Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que : $\int_0^{1/2} xe^{2x} dx = \frac{1}{4}$ (0, 75)

6 Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1/2$ (1)

Exam 2015 Normal A : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math

Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral Suites numériques	11 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les points $A(2; 1; 0)$ et $B(-4; 1; 0)$

- 1 Soit (P) le plan passant par le point A et $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ est un vecteur qui lui est normal . Montrer que $x + y - z - 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P) (0, 5)
- 2 Soit (S) l'ensemble des points M de l'espace qui vérifiant la relation : $\vec{MA} \cdot \vec{MB} = 0$
Montrer que (S) est la sphère de centre $\Omega(-1; 1; 0)$ et de rayon 3 (0, 75)
- 3
 - a Calculer la distance du point Ω du plan (P) et en déduire que (P) coupe (S) suivant un cercle (C) (0, 5)
 - b Montrer que le centre du cercle est le point $H(0; 2; -1)$ (0, 5)
- 4 Montrer que $\vec{OH} \wedge \vec{OB} = \vec{i} + 4\vec{j} + 8\vec{k}$ et en déduire l'aire du triangle OHB (0, 75)

Exercice 2 || 3 points

Première Partie On considère le nombre complexe a tel que :

$$a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$$

- 1 Montrer que le module du nombre complexe a est : $2\sqrt{2} + \sqrt{2}$ (0, 5)
- 2 Vérifier que : $a = 2 \left[1 + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \right] + i2 \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$ (0, 25)
- 3
 - a En linéarisant : $\cos^2(\theta)$, θ est un nombre réel, montrer que :
 $1 + \cos(2\theta) = 2\cos^2(\theta)$ (0, 25)
 - b Montrer que : $a = 4\cos^2\left(\frac{\pi}{8}\right) + i4\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$ (0, 5)
 - c Montrer que : $4\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) \left[\cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) \right]$ est une forme trigonométrique du nombre a puis montrer que :
 $a^4 = \left(2\sqrt{2} + \sqrt{2}\right)^4 i$ (0, 5)

Deuxième Partie

Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$,
on considère les deux points Ω et A d'affixes respectives : ω et a tels que :
 $\omega = \sqrt{2}$ et $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$

- 1 Montrer que l'affixe b du point B image du point A par la rotation R est : $2i$ (0,5)
- 2 Déterminer l'ensemble des points M d'affixe z tel que : $|z - 2i| = 2$ (0,5)

Exercice 3 || 3 points

Une urne U_1 contient 7 boules : quatre boules rouges et trois boules verts (Les boules indiscernables au toucher).



Une urne U_2 contient 5 boules : trois boules rouges et deux boules verts (Les boules indiscernables au toucher).



- 1 On considère l'épreuve suivante : On tire **au hasard et simultanément trois boules de l'urne U_1** Soit l'événement A : On tire une seule boule rouge et deux vertes et l'événement B : On tire trois boules de même couleur . Montrer que : $p(A) = \frac{12}{35}$ et $p(B) = \frac{1}{7}$ (2)
- 2 On considère l'épreuve suivante : On tire **au hasard et simultanément deux boules de l'urne U_1 puis on tire au hasard une seule boule de U_2** Soit l'événement C : On tire trois boules rouges . Montrer que :

$$p(C) = \frac{6}{35} \quad (1)$$

Problème || 11 points

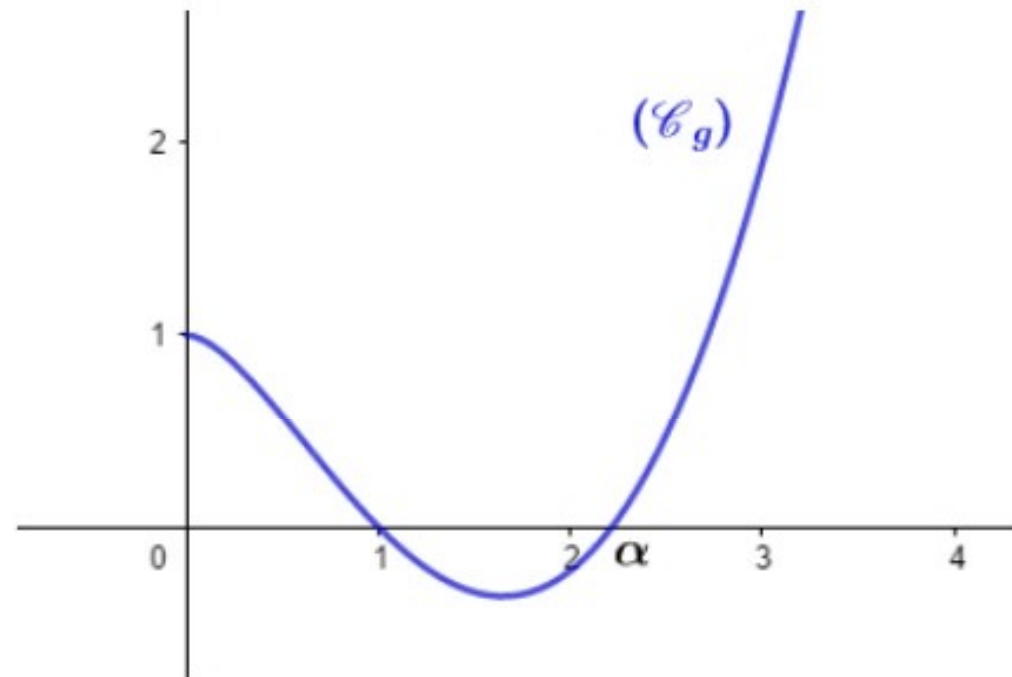
On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{1}{x(1 - \ln(x))}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 2cm)

Première Partie

- 1 Montrer que le domaine de définition de la fonction f est :
 $D_f =]0; e[\cup]e; +\infty[$ (0, 5)
 - 2
 - a Calculer : $\lim_{x \rightarrow e^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow e^-} f(x)$, puis interpréter géométriquement les résultats obtenus (0, 75)
 - b Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$, puis en déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote au voisinage de $+\infty$ à déterminer (0, 5)
 - c Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, puis interpréter le résultat obtenu
- Remarque : $x(1 - \ln(x)) = x - x \ln(x)$ (0, 5)

- 3 a Montrer que : $\forall x \in D_f; f'(x) = \frac{\ln(x)}{x^2(1 - \ln(x))^2}$ (0,75)
- b Montrer que f est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; e[$ et $]e; +\infty[$ (1)
- c Donner le tableau de variations de la fonction f sur D_f (0,25)

Deuxième Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :
 $g(x) = 1 - x^2(1 - \ln(x))$ et soit $(\mathcal{C}_g)$ la courbe suivante :



- 1 a Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation $(E) : g(x) = 0 ; x \in]0; +\infty[$ (0, 5)

b On donne le tableau suivant :

x	2.1	2.2	2.3	2.4
$g(x)$	-0.14	-0.02	0.12	0.28

Montrer que l'équation (E) admet une solution α tel que : $2.2 < \alpha < 2.3$ (0, 5)

- 2 a Vérifier que : $\forall x \in D_f ; f(x) - x = \frac{g(x)}{x(1 - \ln(x))}$ (0, 25)

b Montrer que la droite (Δ) d'équation : $y = x$ coupe la courbe $(\mathcal{C}_f)$ en deux points d'abscisse 1 et α (0, 5)

c En utilisant $(\mathcal{C}_g)$ déterminer le signe de la fonction g sur l'intervalle $[1; \alpha]$ et montrer que $f(x) - x \leq 0$ pour tout $x \in [1; \alpha]$ (0, 5)

- 3 Construire (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1, 25)

4 a Montrer que : $\int_1^{\sqrt{e}} \frac{1}{x(1 - \ln(x))} dx = \ln(2)$

Remarque : $\forall x \in D_f; \frac{1}{x(1 - \ln(x))} = \frac{\frac{1}{x}}{1 - \ln(x)}$ (0, 75)

b Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ) et les droites d'équations cartésienne : $x = 1$ et $x = \sqrt{e}$ (0, 75)

Troisième Partie Soit (U_n) la suite numérique définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1 Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 \leq U_n \leq \alpha$ (0, 5)

2 Montrer que la suite (U_n) est décroissante.
(On pourra utiliser le résultat de 2)c) de la deuxième partie) (0, 5)

3 En déduire que (U_n) est convergente puis déterminer sa limite (0, 75)

Exam 2015 Normal B : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral Suites numériques	11 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère le plan (P) d'équation : $x + y + z + 4 = 0$ et la sphère (S) de centre $\Omega(1; -1; -1)$ et de rayon $\sqrt{3}$

- 1 a Calculer la distance $d(\Omega; (P))$ et en déduire que le plan (P) est tangente à la sphère (S) (0, 75)
b Vérifier que le point $H(0; -2; -2)$ est le point de contact du plan (P) et la sphère (S) (0, 5)
- 2 On considère les deux points : $A(2; 1; 1)$ et $B(1; 0; 1)$
 - a Vérifier que $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ et en déduire que $x - y - z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB) (0, 75)
 - b Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale au plan (OAB) (0, 5)
 - c Déterminer les coordonnées de chacun des deux points d'intersection de la droite (Δ) et la sphère (S) (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 10z + 26 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ on considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives :
 $a = -2 + 2i$; $b = -5 + i$; $c = -5 - i$ et $w = -3$
 - a Montrer que : $\frac{b - w}{a - w} = i$ (0, 5)
 - b En déduire la nature du triangle ΩAB (0, 5)
- 3 Soit le point D l'image du point C par la translation T du vecteur $\vec{u}$ d'affixe $6 + 4i$
 - a Montrer que l'affixe d du point D est $d = 1 + 3i$ (0, 5)
 - b Montrer que $\frac{b - d}{a - d} = 2$ puis déduire que le point A est le milieu du segment $[BD]$ (0, 75)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient huit boules : **trois boules rouges**, trois boules verts et **deux boules blanches** indiscernables au toucher

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules de l'urne

① On considère les événements suivants :

A : **Tirer une boule blanche au moins**

B : **Tirer deux boules de même couleur**

Montrer que : $p(A) = \frac{13}{28}$ et $p(B) = \frac{1}{4}$ (0,5)

② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches tirées

a Montrer que : $p(X = 2) = \frac{1}{28}$ (0,5)

b Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance Mathématiques $E(X)$ (1)

Problème || 11 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - 2x$$

- 1 Calculer $g'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$, puis en déduire que g est décroissante sur $] -\infty; \ln(2)]$ et croissante sur $[\ln(2); +\infty[$ (0, 75)
- 2 Vérifier que $g(\ln(2)) = 2(1 - \ln(2))$ puis déterminer le signe de $g(\ln(2))$ (0, 5)
- 3 En déduire que : $g(x) > 0$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ (0, 5)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{x}{e^x - 2x}$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 a Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\frac{1}{2}$.
Remarquer que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) ; e^x - 2x = x \left(\frac{e^x}{x} - 2 \right)$ (1)
- b Interpréter graphiquement les résultats de la question précédente (0, 5)
- 2 a Montrer que : $f'(x) = \frac{(1-x)e^x}{(e^x - 2x)^2}$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ (0, 75)
- b Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
- c Montrer que $y = x$ est l'équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point O l'origine du repère (0, 25)

- 1 Construire la droite (T) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$. On prend $\frac{1}{e-2} \simeq 1,4$ et on admet que $(\mathcal{C}_f)$ admet deux points d'inflexion dont l'abscisse de l'un appartient à $]0; 1[$ et celle de l'autre est plus grande que 1,5 (1)
- 4 a Montrer que : $xe^{-x} \leq \frac{x}{e^x - 2x} \leq \frac{1}{e-2}$ pour tout x de l'intervalle $[0; +\infty[$ (0,75)
- b En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_0^1 xe^{-x} dx = 1 - \frac{2}{e}$ (0,75)
- c Soit, en cm^2 , $A(E)$ l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$ l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x=0$ et $x=1$. Montrer que : $1 - \frac{2}{e} \leq A(E) \leq \frac{1}{e-2}$ (0,5)

Troisième Partie Soit h la fonction définie sur $]-\infty; 0]$ par : $h(x) = f(x)$

- 1 Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera (0,5)
- 2 Construire $(\mathcal{C}_{h^{-1}})$ la courbe représentative de la fonction h^{-1} dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (0,5)

Quatrième Partie On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = -2 \text{ et } U_{n+1} = h(U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- ① Montrer par récurrence que : $U_n \leq 0$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0, 5)
- ② Montrer que la suite (U_n) est croissante .
Remarquer que $(\forall x \in \mathbb{R}^-) ; h(x) \geq x$ (0, 75)
- ③ En déduire que la suite (U_n) est convergente puis déterminer sa limite (0, 75)

Exam 2015 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 5	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 4 \text{ et } U_{n+1} = \frac{2}{5}U_n + 3 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- ① Montrer par récurrence que $U_n < 5$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ (0, 5)
- ② Vérifier que : $U_{n+1} - U_n = \frac{3}{5}(5 - U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et en déduire que la suite (U_n) est croissante (0, 75)
- ③ En déduire que la suite (U_n) est convergente (0, 25)
- ④ Soit (V_n) la suite numérique telle que $V_n = 5 - U_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - a Montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$ puis exprimer V_n en fonction de n (0, 75)
 - b En déduire que : $U_n = 5 - \left(\frac{2}{5}\right)^n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ puis déterminer la limite de la suite (U_n) (0, 75)

Exercice 2 || 3 points



Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
On considère le plan (P) d'équation $2x - z - 2 = 0$ et la sphère (S)
d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$

- 1 Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(-1; 0; 1)$ et son rayon est 3 (1)
- 2
 - a Calculer la distance du point Ω au plan (P) (0,5)
 - b En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle Γ (0,5)
- 3 Montrer que le rayon du cercle (Γ) est 2 et déterminer les coordonnées du point H centre du cercle (Γ) (1)

Exercice 3 || 3 points

- 1 a Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 32 = 0$ (0, 75)
b On considère le nombre complexe : $a = 4 + 4i$. Écrire le nombre complexe a sous forme trigonométrique puis en déduire que a^{12} est un nombre réel négatif (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 4 + 4i$; $b = 2 + 3i$ et $c = 3 + 4i$.
Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la rotation R de centre C et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
a Montrer que : $z' = iz + 7 + i$ (0, 5)
b Vérifier que l'affixe du point D image du point A par la rotation R est $d = 3 + 5i$ (0, 5)
c Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tels que : $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ est la droite (BC) (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient cinq jetons indiscernables au toucher : deux jetons blancs, deux verts et un rouge

On tire au hasard successivement et avec remise trois jetons de l'urne

- ① Soit l'événement A : Les trois jetons tirés sont de même couleur

Montrer que : $p(A) = \frac{17}{125}$ (1)

- ② Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de jeton (s) blanc (s) tirés

Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (2)

Problème || 8 points



Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = 1 - x + x \ln(x)$$

- 1
 - a Montrer que $g'(x) = \ln(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$ (0, 5)
 - b Montrer que la fonction g est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; +\infty[$ (0, 5)
- 2 Calculer $g(1)$ et en déduire que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$ (0, 75)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{2\ln(x)}{x}$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$. Interpréter géométriquement ce résultat

Remarquer que : $f(x) = \frac{3x^2 - 1 - 2x\ln(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$ (0, 75)

- 2 Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3$ et en déduire la nature de la branche infinie de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ (0, 75)

- 3 a Montrer que : $f'(x) = \frac{2g(x)}{x^3}$ pour tout x de $]0; +\infty[$ (0, 75)
b Interpréter géométriquement le résultat $f'(1) = 0$ (0, 25)
c Montrer que la fonction f est croissante sur $]0; +\infty[$ (0, 5)

- 4 Construire dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la courbe $(\mathcal{C}_f)$. On admet que $(\mathcal{C}_f)$ a deux points d'inflexion dont l'un a pour abscisse 1 et l'autre a une abscisse comprise entre 2 et 2,5 et on prendra $f(0,3) \approx 0,75$

5 a Montrer que : $\int_1^e \frac{2 \ln(x)}{x} dx = 1$ (0,5)

- b Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations cartésienne : $x = 1$ et $x = e$ (0,75)

- 6 Soit h la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$h(x) = 3 - \frac{1}{x^2} - \frac{\ln(x^2)}{|x|}$$

- a Montrer que la fonction h est paire et que : $h(x) = f(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$ (0,75)

- b Construire dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la courbe $(\mathcal{C}_h)$ de la fonction h (0,5)

Exam 2016 Normal : Mathématiques

2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2,5 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral Équations différentielles	8,5 points

Exercice 1 || 2,5 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{U_n + 3}{5 - U_n} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_{n+1} - 3 = \frac{4(U_n - 3)}{2 + (3 - U_n)}$, puis montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n < 3$ (0,75)
- 2 Soit (V_n) la suite numérique définie par : $V_n = \frac{U_n - 1}{3 - U_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - a Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ puis déduire que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; V_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ (0,75)
 - b Montrer que $U_n = \frac{1 + 3V_n}{1 + V_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$, puis écrire U_n en fonction de n (0,5)
 - c Déterminer la limite de la suite (U_n) (0,5)

Exercice 2 || 3 points



Partager



Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les points $A(2; 1; 3)$, $B(3; 1; 1)$ et $C(2; 2; 1)$ et (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 34 = 0$

- 1 a Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ (0, 5)
b En déduire que $2x + 2y + z - 9 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (0, 5)
- 2 a Montrer que le centre de la sphère (S) est le $\Omega(1; -1; 0)$ et son rayon est 6 (0, 5)
b Montrer que $d(\Omega, (ABC)) = 3$ et en déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) (0, 5)
- 3 a Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC) (0, 5)
b Montrer que le centre du cercle (Γ) est le point B (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 4z + 29 = 0$ (0, 75)

2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ on considère les points A, B et Ω d'affixes respectives : $a = 5 + 2i$; $b = 5 + 8i$ et $w = 2 + 5i$.

a Soit u le nombre complexe : $u = b - w$. Vérifier que $u = 3 + 3i$ puis montrer que : $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$ (0, 75)

b Déterminer un argument du nombre $\bar{u}$ (0, 25)

c Vérifier que $a - w = \bar{u}$ puis en déduire que :

$$\Omega A = \Omega B \text{ et } \arg\left(\frac{b - w}{a - w}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

(0, 75)

d On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.
Déterminer l'image de A par la rotation R (0, 5)

Exercice 4 || 3 points

Une urne contient 10 boules : quatre boules rouges et six boules verts .
Les boules sont indiscernables au toucher

On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne

1 On considère l'événement :

A : Les deux boules tirées sont rouges

Montrer que : $p(A) = \frac{2}{15}$ (1)

2 Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de deux boules associe le nombre de boules rouges restantes dans l'urne

a Montrer que l'ensemble des valeurs prises par la variable aléatoire X est $\{2; 3; 4\}$ (0,5)

b Montrer que : $p(X = 3) = \frac{8}{15}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (1,5)

Problème || 8,5 points

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x - 2 + e^{2x} - 4e^x$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

Première Partie

- 1 a Monter que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (0, 25)
b Monter que la droite $(D) : y = 2x - 2$ est une asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$ (0, 5)
- 2 a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0, 5)
b Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ et interpréter géométriquement le résultat (0, 5)

- 3 a Montrer que : $f'(x) = 2(e^x - 1)^2$ pour tout x de $\mathbb{R}$ (0, 5)
- b Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
Remarquer que : $f'(0) = 0$ (0, 25)
- c Montrer qu'il existe un unique réel α de l'intervalle $]1; \ln(4)[$ tel que : $f(\alpha) = 0$ (0, 75)
- 4 a Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de la droite (D) sur l'intervalle $]\ln(4); +\infty[$ et qu'elle est en-dessous de la droite (D) sur l'intervalle $]-\infty; \ln(4)[$ (0, 5)
- b Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet un seul point d'inflexion de coordonnées $(0; -5)$ (0, 5)
- c Tracer la droite (D) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On prendra : $\ln(4) \approx 1,4$ et $\alpha \approx 1,3$ (0, 75)
- 5 a Montrer que : $\int_0^{\ln(4)} (e^{2x} - 4e^x) dx = -\frac{9}{2}$ (0, 5)
- b Calculer, en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (D) , l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = \ln(4)$ (0, 5)

Deuxième Partie

- 1
 - a Résoudre l'équation différentielle : $(E) : y'' - 3y' + 2y = 0$ $(0, 5)$
 - b Déterminer la solution g de l'équation (E) vérifiant les deux conditions : $g(0) = -3$ et $g'(0) = -2$ $(0, 5)$
- 2 Soit h la fonction numérique définie sur l'intervalle $]\ln(4); +\infty[$ par :
$$h(x) = \ln(e^{2x} - 4e^x)$$
 - a Montrer que la fonction h admet une fonction réciproque h^{-1} et que h^{-1} est définie sur $\mathbb{R}$ $(0, 75)$
 - b Vérifier que $h[\ln(5)] = \ln(5)$ puis déterminer $(h^{-1})'[\ln(5)]$ $(0, 75)$

Exam 2016 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

Exercice 1 || 3 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{1}{16} U_n + \frac{15}{16}; (\forall n \in \mathbb{N})$$

- 1
 - a Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n > 1$ (0, 5)
 - b Vérifier que : $(\forall n \in \mathbb{N}); U_{n+1} - U_n = -\frac{15}{16} (U_n - 1)$; puis montrer que la suite (U_n) est décroissante (0, 5)
 - c En déduire que la suite (U_n) est convergente (0, 25)
- 2 Soit (V_n) la suite numérique définie par : $V_n = U_n - 1; (\forall n \in \mathbb{N})$
 - a montrer que (V_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{16}$ et exprimer V_n en fonction de n (1)
 - b Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}); U_n = 1 + \left(\frac{1}{16}\right)^n$, puis déterminer la limite de la suite (U_n) (0, 75)

Exercice 2 || 3 points



Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les points $A(1; 3; 4)$ et $B(0; 1; 2)$

- 1 a Montrer que : $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ (0, 5)
b En déduire que $2x - 2y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB) (0, 5)
- 2 Soit (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 6y - 6z + 2 = 0$
Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(3; -3; 3)$ et son rayon est 5 (0, 5)
- 3 a Montrer que le plan (OAB) est tangente à la sphère (S) (0, 75)
b Déterminer les coordonnées de H point de contact du plan (OAB) et la sphère (S) (0, 75)

Exercice 3 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 41 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives : $a = 4 + 5i$; $b = 3 + 4i$; $c = 6 + 7i$ et $w = 4 + 7i$.
 - a Calculer $\frac{c-b}{a-b}$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés (0, 75)
 - b Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' , image de M par la rotation R de centre Ω et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
Montrer que : $z' = -iz - 3 + 11i$ (0, 75)
 - c Déterminer l'image du point C par la rotation R , puis donner une forme trigonométrique du nombre complexe $\frac{a-w}{c-w}$ (0, 75)

Exercice 4 || 3 points

Une urne contient 10 boules portant les nombres :

1 ; 2 ; 2 ; 3 ; 3 ; 3 ; 4 ; 4 ; 4 ; 4

Les boules sont indiscernables au toucher

On tire au hasard et successivement, sans remise deux boules de l'urne

① On considère l'événement :

A : Les deux boules tirées portant deux nombres pairs

Montrer que : $p(A) = \frac{1}{3}$ (1)

② On répète l'épreuve précédente trois fois en remettant à chaque fois les deux boules tirées dans l'urne

Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de fois où l'événement A est réalisé

Montrer que : $p(X = 1) = \frac{4}{9}$ puis déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (2)

Problème || 8,5 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{2}{x} - 1 + 2\ln(x)$$

Le tableau suivant donne les variations de la fonction g sur l'intervalle $]0; +\infty[$:

x	0	1	$+\infty$
$g'(x)$		- 0 + ⋮	
$g(x)$	$+\infty$	$g(1)$	$+\infty$

- 1 Calculer $g(1)$ (0, 25)
- 2 En Dédire à partir du tableau que : $g(x) > 0$ pour tout $x \in]0; +\infty[$ (0, 75)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = 3 - 3x + 2(x+1) \ln(x)$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 2cm)

- 1 Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ et donner une interprétation géométrique à ce résultat (0, 75)
- 2 a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.
Remarquer que : $f(x) = x \left[\frac{3}{x} - 3 + 2 \left(1 + \frac{1}{x} \right) \ln(x) \right]$ (0, 5)
b Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$ (0, 5)
- 3 a Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$
b En déduire que f est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$ (0, 75)

- 4 a Montrer que $I(1; 0)$ est un point d'inflexion de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ $(0, 5)$
- b Montrer que $y = x - 1$ est une équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point $I(1; 0)$ $(0, 25)$
- c Construire dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la droite (T) et la courbe $(\mathcal{C}_f)$ $(0, 75)$
- 5 a Montrer que : $\int_1^2 \left(1 + \frac{x}{2}\right) dx = \frac{7}{4}$ $(0, 5)$
- b En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^2 (x+1) \ln(x) dx = 4 \ln(2) - \frac{7}{4}$ $(0, 75)$
- c Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations cartésienne : $x = 1$ et $x = 2$ $(0, 5)$
- 6 Résoudre graphiquement dans l'intervalle $]0; +\infty[$ l'inéquation : $(x+1) \ln(x) \geq \frac{3}{2}(x-1)$ $(0, 5)$

Exam 2017 Normal : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral Suites numériques	11 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.
On considère le plan (P) passant par le point $A(0; 1; 1)$ et dont $\vec{u}(1; 0; -1)$ est un vecteur normal et la sphère (S) de centre le point $\Omega(0; 1; -1)$ et de rayon $\sqrt{2}$

- 1 a Montrer que : $x - z + 1 = 0$ est équation cartésienne du plan (P) (0, 5)
b Montrer que le plan (P) est tangente à la sphère (S) et vérifier que $B(-1; 1; 0)$ est le point de contact (0, 75)
- 2 a Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point A et orthogonale au plan (P) (0, 25)
b Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) au point $C(1; 1; 0)$ (0, 75)
- 3 Montrer que $\vec{OC} \wedge \vec{OB} = 2\vec{k}$ et en déduire que l'aire du triangle OCB (0, 75)

Exercice 2 || 3 points

Une urne contient huit boules portant les nombres :

0 ; 0 ; 1 ; 2 ; 2 ; 2 ; 2 ; 4

Les boules sont indiscernables au toucher

On tire **au hasard, simultanément, trois boules** de l'urne

① On considère les événements suivants :

A : Parmi les trois boules tirées, aucune ne porte le nombre 0

B : Le produit des nombres portés par les trois boules tirées est 8

Montrer que : $p(A) = \frac{5}{14}$ et que $p(B) = \frac{1}{7}$ (1,5)

2 Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le produit des nombres portés par les trois boules tirées

a Montrer que : $p(X = 16) = \frac{3}{28}$ (0,5)

b Le tableau ci-contre concerne la loi de probabilité de la variable aléatoire X

Recopier sur votre copie et compléter le tableau en justifiant chaque réponse (1)

x_i	0	4	8	16
$p(X = x_i)$				$\frac{3}{28}$

Exercice 3 || 3 points

On considère les nombres complexes a et b tels que :

$$a = \sqrt{3} + i \text{ et } b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i.$$

- 1
 - a Vérifier que : $b = (1 + i)a$ (0, 25)
 - b En déduire que : $|b| = 2\sqrt{2}$ et $\arg(b) \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$ (0, 5)
 - c En déduire de ce qui précède que : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$ (0, 5)
- 2 Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
On considère les points A et B d'affixes respectives : a et b et le point C d'affixe $c = -1 + i\sqrt{3}$.
 - a Vérifier que $c = ia$ et en déduire que :
 $OA = OC$ et $(\vec{OA}; \vec{OC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ (0, 75)
 - b Montrer que le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\vec{OC}$ (0, 5)
 - c En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un carré (0, 5)

Problème || 11 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln(x)$$

- 1 Vérifier que $g(1) = 0$ (0, 25)
- 2 À partir du tableau de variations de la fonction g

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Montrer que $g(x) \leq 0$ pour tout $x \in]0; 1]$ et que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in [1; +\infty[$ (1)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln(x)$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu (0, 5)
- 2
 - a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0, 25)
 - b Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction la droite $(D) : y = x$ au voisinage de $+\infty$ (0, 75)
- 3
 - a Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ pour tout $x \in]0; +\infty[$ (1)
 - b En déduire que la fonction f est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; +\infty[$ (0, 75)
 - c Dresser le tableau de variation de la fonction f sur $]0; +\infty[$ (0, 25)

- 4 a Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$ l'équation
- $$\left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln(x) = 0 \quad (0,5)$$
- b En déduire que $(\mathcal{C}_f)$ coupe la droite (D) en deux points dont on déterminera les coordonnées $(0,5)$
- c Montrer que pour tout $x \in [1; 2]$; $f(x) \leq x$ et en déduire la position relative de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à la droite (D) sur l'intervalle $[1; 2]$ $(0,75)$
- 5 Construire (D) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
On admet que $(\mathcal{C}_f)$ possède un seul point d'inflexion dont l'abscisse est compris entre 2,4 et 2,5 (1)

- 6 a Montrer que : $\int_1^2 \frac{\ln(x)}{x} dx = \frac{1}{2} \ln^2(2)$ (0, 5)
- b Montrer que $H : x \mapsto 2\ln(x) - x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto \frac{2}{x} - 1$ sur l'intervalle $]0; +\infty[$ (0, 25)
- c En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1 \right) \ln(x) dx = (1 - \ln 2)^2$ (0, 5)
- d Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (D) et les droites d'équations cartésienne : $x = 1$ et $x = 2$ (0, 5)

Troisième Partie Soit (U_n) la suite numérique définie par :

$$U_0 = \sqrt{3} \text{ et } U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 1 \leq U_n \leq 2$ (0, 5)
- 2 Montrer que la suite (U_n) est décroissante.
On pourra utiliser le résultat de 4)c) de la deuxième partie (0, 5)
- 3 En déduire que (U_n) est convergente puis déterminer sa limite (0, 75)

Exam 2017 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Suites numériques	2,5 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8,5 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère le plan (P) d'équation $y - z = 0$ et la sphère (S) d'équation :
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 1 = 0$

- 1
 - a Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1; 1; 1)$ et son rayon est 2 (0, 5)
 - b Calculer : $d(\Omega, (P))$ et en déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (C) (0, 5)
 - c Déterminer le centre et le rayon du cercle (C) (0, 5)
- 2 Soit (Δ) la droite passant par le point $A(1; -2; 2)$ et orthogonale au plan (P)
 - a Montrer que $\vec{u}(0; 1; -1)$ est un vecteur directeur de la droite (Δ) (0, 25)
 - b Montrer que $\|\vec{\Omega A} \wedge \vec{u}\| = \sqrt{2}\|\vec{u}\|$ et en déduire que la droite (Δ) coupe la sphère (S) en deux points (0, 75)
 - c Déterminer les coordonnées de chacun des points de contact de la droite (Δ) et la sphère (S) (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

Une urne contient dix boules indiscernables au toucher :



On tire **au hasard, simultanément, quatre boules** de l'urne

① On considère les événements suivants :

A : Parmi les quatre boules tirées, il y'a une seule boule verte
seulement

B : Parmi les quatre boules tirées, il y'a exactement trois boules de
même couleur

Montrer que : $p(A) = \frac{8}{15}$ et $p(B) = \frac{19}{70}$ (1,5)

② Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules vertes tirées

a Montrer que : $p(X = 2) = \frac{2}{15}$ (0,5)

c Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et
montrer que l'espérance Mathématiques est égale à $\frac{4}{5}$ (1)

Exercice 3 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 + 4z + 8 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = -2 + 2i$; $b = 4 - 4i$; $c = 4 + 8i$
 - a Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image du point M par la rotation R de centre A et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
Montrer que : $z' = -iz - 4$ (0, 5)
 - b Vérifier que le point B est l'image de C par la rotation R puis en déduire la nature du triangle ABC (0, 75)
- 3 Soit w l'affixe du point Ω milieu du segment $[BC]$.
 - a Montrer que : $|c - w| = 6$ (0, 5)
 - b Montrer que l'ensemble des points M d'affixe z tel que $|z - w| = 6$ est le cercle circonscrit au triangle ABC (0, 5)

Exercice 4 || 2,5 points

On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = 17 \text{ et } U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + 12 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1
 - a Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n \geq 16$ (0,5)
 - b Montrer que la suite (U_n) est décroissante et en déduire qu'elle est convergente (0,5)
- 2 Soit (V_n) la suite numérique tel que :

$$V_n = U_n - 16 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

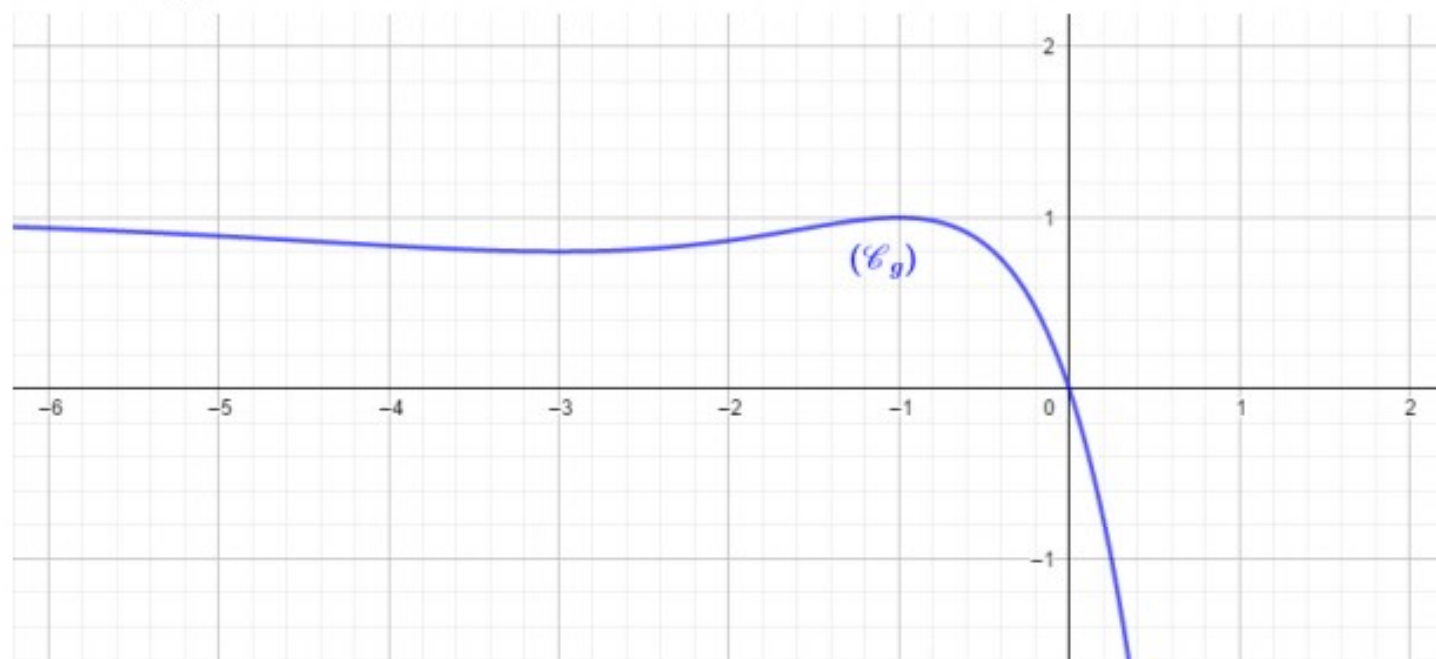
- a Montrer que (V_n) est une suite géométrique (0,5)
- b En déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n = 16 + \left(\frac{1}{4}\right)^n$,
puis déterminer la limite de la suite (U_n) (0,5)
- c Déterminer la plus petite valeur de l'entier naturel n pour laquelle $U_n < 16,0001$ (0,5)

Problème || 8,5 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = 1 - (x + 1)^2 e^x$$

- 1 Vérifier que $g(0) = 0$ (0, 25)
- 2 A partir de $(\mathcal{C}_g)$ la courbe de la fonction g



Démontrer que $g(x) \geq 0$ pour tout $x \in]-\infty; 0]$ et que $g(x) \leq 0$ pour tout $x \in [0; +\infty[$ (1)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x + 1 - (x^2 + 1) e^x$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 2cm)

- 1 a Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f(x) = x + 1 - 4 \left(\frac{x}{2} e^{(x/2)} \right)^2 - e^x$
puis en déduire que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (0, 75)
- b Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x + 1)]$ et en déduire que la droite $(\mathcal{D}) : y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$ (0, 5)
- c Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ est en-dessous de la droite $(\mathcal{D})$ (0, 25)
- 2 a Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$
- Remarquer que : $f(x) = x \left[1 + \frac{1}{x} - \left(x + \frac{1}{x} \right) e^x \right]$ (0, 5)
- b Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on déterminera la direction (0, 25)

- 3 a Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f'(x) = g(x)$ (0, 75)
- b Montrer que f est décroissante sur $[0; +\infty[$ et que est croissante sur $] -\infty; 0]$ et dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$ (0, 75)
- c Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet deux points d'inflexion d'abscisses -1 et -3 (0, 75)
- 4 Construire dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, la droite $(\mathcal{D})$ et la courbe $(\mathcal{C}_f)$. On prend : $f(-3) \simeq -2,5$ et $f(-1) \simeq -0,75$ (1)
- 5 a Montrer que $H : x \mapsto (x-1)e^x$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto xe^x$ sur $\mathbb{R}$, puis montrer que :
- $$\int_{-1}^0 xe^x dx = \frac{2}{e} - 1$$
- (0, 5)
- b En utilisant une intégration par parties, montrer que :
- $$\int_{-1}^0 (x^2 + 1) e^x dx = 3 \left(1 - \frac{2}{e} \right)$$
- (0, 75)
- c Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (D) , l'axe des abscisses et la droite d'équation : $x = -1$ (0, 5)

Exam 2018 Normal : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral Suites numériques	11 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les points $A(0; -2; -2)$, $B(1; -2; -4)$ et $C(-3; -1; 2)$

① Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ et en déduire que $2x + 2y + z + 6 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (1)

② On considère la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 23 = 0$
Vérifier que (S) a pour centre $\Omega(1; 0; 1)$ et pour rayon $R = 5$ (0,5)

③ a Vérifier que $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (ABC) (0,25)

b Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC) (0,5)

④ Vérifier que $d(\Omega, (ABC)) = 3$ puis montrer que le plan (ABC) coupe (S) selon un cercle de rayon 4, dont on déterminera le centre (0,75)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $2z^2 + 2z + 5 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.
 - a Écrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $d = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ (0, 25)
 - b Soit A le point d'affixe $a = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ et B l'image de A par la rotation R et b l'affixe du point B . Montrer que : $b = da$ (0, 5)
- 3 Soit T la translation de vecteur $\vec{OA}$ et C l'image du point B par la translation T et c l'affixe du point C .
 - a Vérifier que : $c = b + a$ puis en déduire que : $c = a \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$.
Remarque : utiliser la question 2-b (0, 75)
 - b Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ et en déduire que le triangle OAC est équilatéral (0, 75)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient 9 boules indiscernables au toucher : cinq boules rouges portant les nombres : 1; 1; 2; 2; 2 et quatre boules blanches portant les nombres : 1; 2; 2; 2



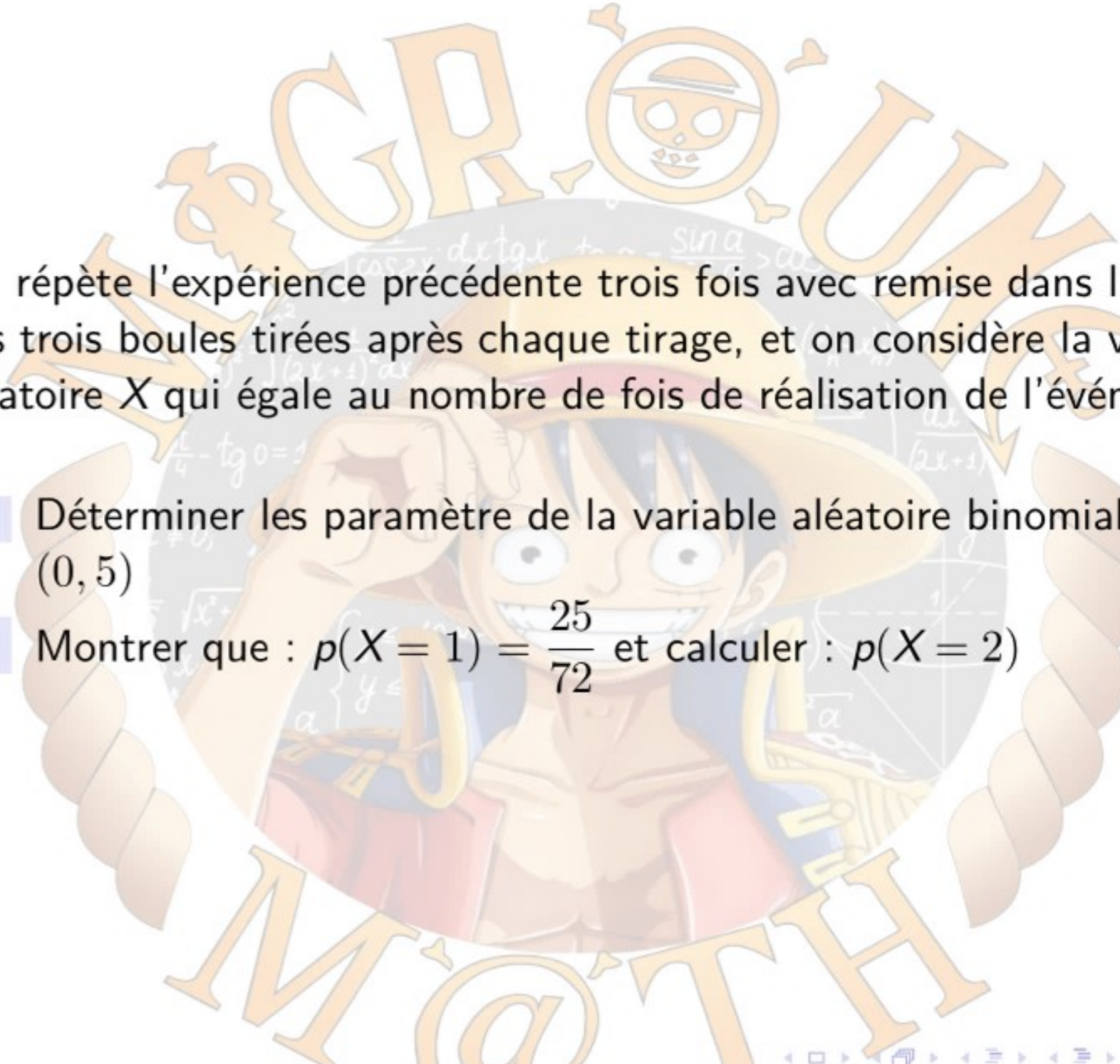
On considère l'expérience suivante : On tire au hasard, simultanément, trois boules de l'urne. On considère les événements suivants :

A : Les trois boules tirées sont de même couleur

B : Les trois boules tirées portent le même nombre

C : Les trois boules tirées sont de même couleur et portent le même nombre

- 1 Montrer que : $p(A) = \frac{1}{6}$; $p(B) = \frac{1}{4}$ et $p(C) = \frac{1}{42}$ (1,5)

- 
- 2 On répète l'expérience précédente trois fois avec remise dans l'urne des trois boules tirées après chaque tirage, et on considère la variable aléatoire X qui égale au nombre de fois de réalisation de l'événement A
- a Déterminer les paramètres de la variable aléatoire binomiale $X(0, 5)$
 - b Montrer que : $p(X = 1) = \frac{25}{72}$ et calculer : $p(X = 2)$ (1)

Problème || 11 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$g(x) = e^x - x^2 + 3x - 1$$

Le tableau en-dessous présente le tableau de variations de la fonction g :

x	$-\infty$	$+\infty$
$g'(x)$	+	
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

- ① Vérifier que : $g(0) = 0$ (0, 25)
- ② Déterminer le signe de $g(x)$ sur chacun des intervalle $]-\infty; 0]$ et $[0; +\infty[$ (0, 5)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = (x^2 - x) e^{-x} + x$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 a Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) = \frac{x^2}{e^x} - \frac{x}{e^x} + x$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0, 5)
- b Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x]$ puis en déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote $(\mathcal{D})$ au voisinage de $+\infty$ d'équation : $y = x$ (0, 75)
- c Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) ; f(x) = \frac{x^2 - x + xe^x}{e^x}$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (0, 5)
- d Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter le résultat géométriquement (0, 5)

- 2 a Vérifier que $f(x) - x$ et $x^2 - x$ ont le même signe pour tout $x \in \mathbb{R}$
 $(0, 25)$
 b En déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est au-dessus de la droite $(\mathcal{D})$ sur
 chacun des intervalles $]-\infty; 0]$ et $[1; +\infty[$, et en-dessous de $(\mathcal{D})$
 sur l'intervalle $[0; 1]$ $(0, 5)$
- 3 a Montrer que : $f'(x) = g(x)e^{-x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ $(0, 75)$
 b En déduire que la fonction f est décroissante sur $]-\infty; 0]$ et
 croissante sur $[0; +\infty[$ $(0, 5)$
 c Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ $(0, 25)$
- 4 a Vérifier que pour tout $x \in \mathbb{R}$; $f''(x) = (x^2 - 5x + 4) e^{-x}$ $(0, 25)$
 b En déduire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet deux points d'inflexion
 d'abscisses respectives 1 et 4 $(0, 5)$
- 5 Construire $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 On prend : $f(4) \approx 4,2$ (1)

- 6 a Montrer que $H : x \mapsto (x^2 + 2x + 2) e^{-x}$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto -x^2 e^{-x}$ sur $\mathbb{R}$ puis en déduire que : $\int_0^1 x^2 e^{-x} dx = \frac{2e-5}{e}$ (0,5)
- b En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_0^1 x e^{-x} dx = \frac{e-2}{e}$ (0,75)
- c Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (D) et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$ (0,75)

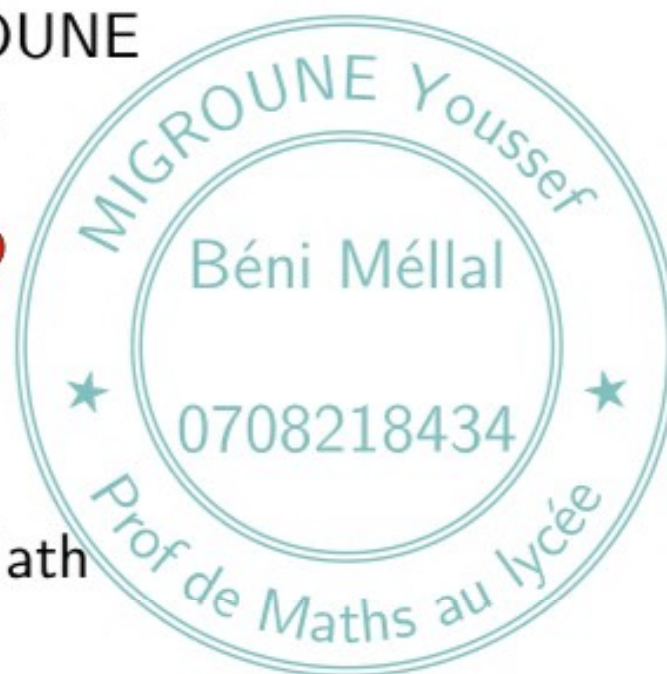
Troisième Partie On considère la suite numérique (U_n) définie par :

$$U_0 = \frac{1}{2} \text{ et } U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 \leq U_n \leq 1$. On pourra utiliser le résultat de deuxième partie question : 3) – b) (0,75)
- 2 Montrer que la suite (U_n) est décroissante (0,5)
- 3 En déduire que (U_n) est convergente puis déterminer sa limite (0,75)

Exam 2018 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math

Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Calcul intégral	2 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Suites numériques	9 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère la sphère (S) de centre $\Omega(2; 1; 2)$ et de rayon 3 et le plan (P) passant par $A(-1; 0; 3)$ et $\vec{u}(4; 0; -3)$ est un vecteur normal à (P)

① Montrer que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$ est une équation cartésienne de la sphère (S) (0, 5)

② Vérifier que : $4x - 3z + 13 = 0$ est une équation du plan (P) (0, 5)

③ a Vérifier que $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 \\ z = 2 - 3t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$ est une représentation

paramétrique de la droite (Δ) passant par le point Ω et orthogonale au plan (P) (0, 5)

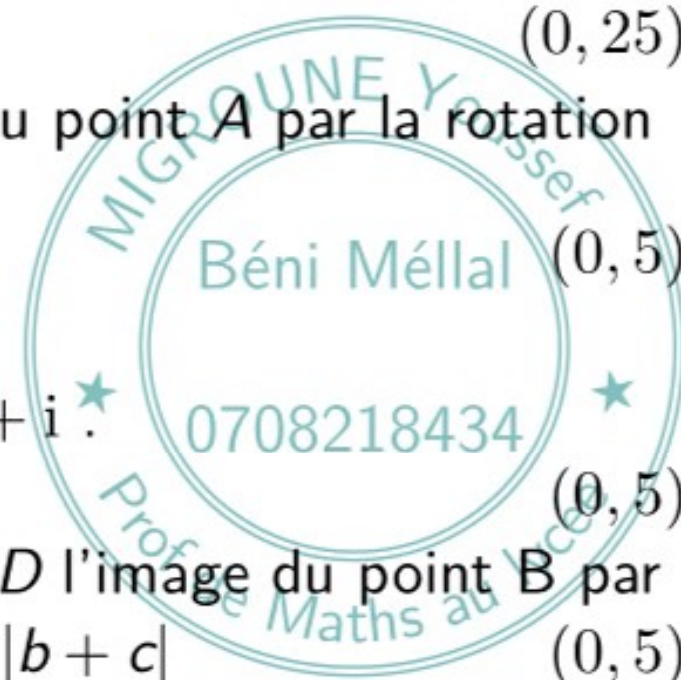
b Déterminer les coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (P) (0, 5)

④ a Calculer $d(\Omega, (P))$ (0, 25)

b Montrer que le plan (P) est tangente à la sphère (S) en un point que l'on déterminera (0, 75)

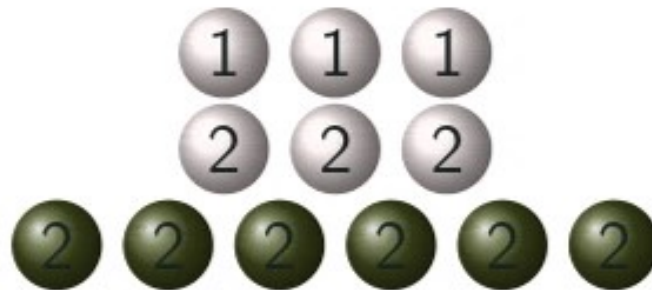
Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2\sqrt{2}z + 4 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a = \sqrt{2}(1 - i)$ et la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$
 - a Écrire a sous forme trigonométrique (0, 25)
 - b Vérifier que l'affixe du point B image du point A par la rotation R est $b = 2 \left(\cos \left(\frac{\pi}{12} \right) + i \sin \left(\frac{\pi}{12} \right) \right)$ (0, 5)
- 3
 - a On considère le point C d'affixe $c = 1 + i$.
Montrer que : $b^2 - c^2 = 2\sqrt{3}$ (0, 5)
 - b Soit T la translation de vecteur $\vec{OC}$ et D l'image du point B par la translation T . Montrer que : $OD = |b + c|$ (0, 5)
 - c En déduire que : $OD \times BC = 2\sqrt{3}$ (0, 5)



Exercice 3 || 3 points

Une urne contient 12 boules indiscernables au toucher : **trois boules rouges** portant chacune le nombre : 1 , **trois boules rouges** portant chacune le nombre : 2 et **six boules vertes** portant chacune le nombre : 2



On considère l'expérience suivante : On tire **au hasard, simultanément, deux boules** de l'urne. On considère les événements suivants :

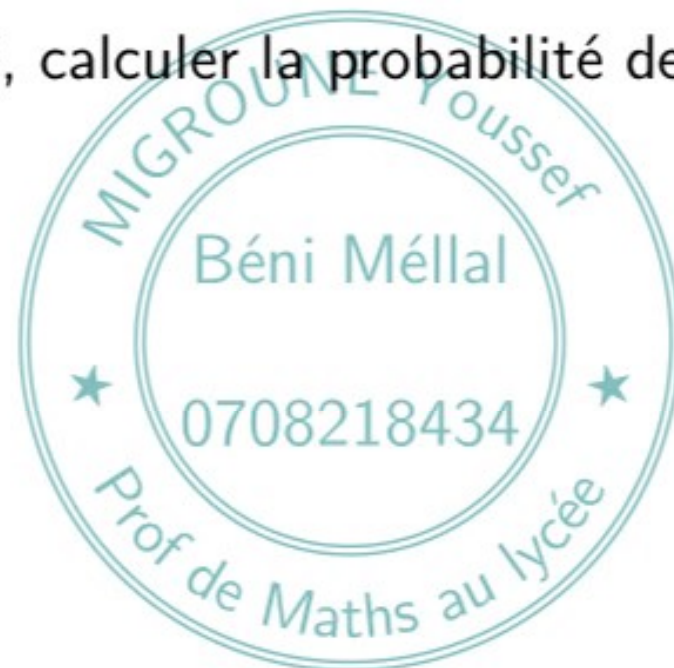
A : Les deux boules tirées portent le même nombre

B : Les deux boules tirées sont de couleurs différentes

C : Les deux boules tirées portent deux nombres dont la somme est égale à 3

1 Montrer que : $p(A) = \frac{13}{22}$; $p(B) = \frac{6}{11}$ puis calculer : $p(C)$ (1,5)

- 2 a Montrer que : $p(A \cap B) = \frac{3}{11}$ (0,5)
- b les deux événements A et B sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse (0,5)
- 3 Sachant que l'événement B est réalisé, calculer la probabilité de tirer deux boules portant le même nombre (0,5)



Exercice 4 || 2 points



Partager



- 1
 - a Montrer que la fonction $H : x \mapsto xe^x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto (x+1)e^x$ sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
 - b En déduire que : $\int_0^1 (x+1)e^x dx = e$ (0, 5)
- 2 A l'aide d'une intégration par parties calculer $\int_0^1 (x^2 + 2x - 1) e^x dx$ (1)

Problème || 9 points

Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - 1 - 2\ln^2(x) + 2\ln(x)$$

- 1 Calculer $g(1)$ (0, 25)
- 2 À partir du tableau de variations de la fonction g

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$	$-\infty$	$+\infty$

Déterminer le signe de $g(x)$ sur $]0; 1]$ et $[1; +\infty[$ (0, 5)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2x^2} + \left(\frac{\ln(x)}{x} \right)^2$$

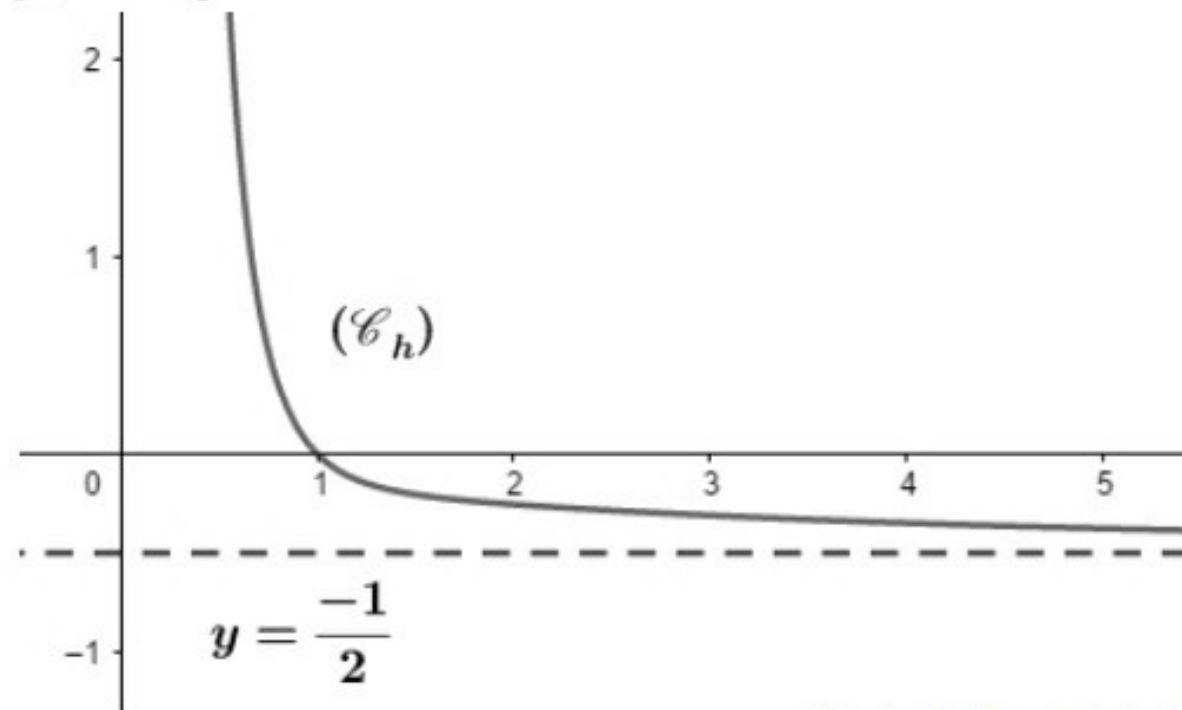
Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 a Vérifier que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0, 5)
b Montrer que la droite $(D) : y = x - \frac{1}{2}$ est une asymptote de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ (0, 5)
c Déterminer la position relative de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à la droite (D) (0, 25)
- 2 Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$. Interpréter géométriquement ce résultat (0, 75)
- 3 a Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[; f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ (1)
b Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0; 1]$ et croissante sur $[1; +\infty[$ (0, 5)
c Dresser le tableau de variations de f sur $]0; +\infty[$ (0, 5)

- 4 Construire (D) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$
(1)

Troisième Partie On considère la fonction numérique h définie sur $]0; +\infty[$ par : $h(x) = f(x) - x$

- 1 a Vérifier que : $h(1) = 0$ (0, 25)
- b Dans la figure ci-contre $(\mathcal{C}_h)$ est la représentation graphique de la fonction h . Déterminer le signe de $h(x)$ sur chacun des intervalles $]0; 1]$ et $[1; +\infty[$ puis en déduire que $f(x) \leq x$ pour tout x de $[1; +\infty[$ (0, 75)



2 Soit (U_n) la suite numérique définie par :

$$U_0 = e \text{ et } U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}$$

a Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 1 \leq U_n \leq e$ (0,75)

b Montrer que la suite (U_n) est décroissante .

On pourra utiliser le résultat de la question : III)1)b) (0,75)

3 En déduire que la suite (U_n) est convergente puis déterminer sa limite (0,75)



Exam 2019 Normal : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Suites numériques Calcul intégral	11 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(1; -1; -1)$, $B(0; -2; 1)$ et $C(1; -2; 0)$

- 1 a Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ (0, 75)
b En déduire que $x + y + z + 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (0, 5)
- 2 Soit (S) la sphère d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z + 1 = 0$
Montrer que le centre de la sphère (S) est $\Omega(2; -1; 1)$ et que son rayon est $R = \sqrt{5}$ (0, 75)
- 3 a Calculer $d(\Omega; (ABC))$ la distance du point Ω au plan (ABC) (0, 5)
b En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) . La détermination du centre et du rayon de (Γ) n'est pas demandée (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2z + 4 = 0$ (0, 75)
- 2 Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $a = 1 - i\sqrt{3}$; $b = 2 + 2i$; $c = \sqrt{3} + i$ et $d = -2 + 2\sqrt{3}$
 - a Vérifier que : $a - d = -\sqrt{3}(c - d)$ (0, 5)
 - b En déduire que les points A, C et D sont alignés (0, 25)
- 3 On considère z l'affixe d'un point M et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$.
Vérifier que : $z' = \frac{1}{2}az$ (0, 5)
- 4 Soient H l'image du point B par la rotation R , h son affixe et P le point d'affixe p tel que $p = a - c$
 - a Vérifier que : $h = ip$ (0, 5)
 - b Montrer que le triangle OHP est rectangle et isocèle en O (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient dix boules : trois boules verts, six boules rouges et une boule noire indiscernables au toucher

On tire au hasard et simultanément trois boules de l'urne .

On considère les événements suivants :

A : Obtenir trois boules verts

B : Obtenir trois boules de même couleur

C : Obtenir au moins deux boules de même couleur

1 Montrer que : $p(A) = \frac{1}{120}$ et $p(B) = \frac{7}{40}$ (2)

2 Calculer : $p(C)$ (1)

Problème || 11 points



Première Partie Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln(x) + \frac{1}{2} \ln^2(x)$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 Calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$, puis interpréter géométriquement le résultat obtenu (0, 5)
- 2 a Vérifier que pour tout x de $]0; +\infty[$;
$$f(x) = x + \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2} \ln(x) - 1 \right) \ln(x)$$
 (0, 25)
b En déduire que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (0, 5)

c Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$; $\frac{\ln^2(x)}{x} = 4 \left(\frac{\ln(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} \right)^2$
 puis en déduire que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2(x)}{x} = 0$ (0,5)

d Montrer que $(\mathcal{C}_f)$ admet au voisinage de $+\infty$ une branche parabolique de direction la droite (Δ) d'équation $y = x$ (0,75)

3 a Montrer que pour tout x de $]0; 1]$; $(x - 1) + \ln(x) \leq 0$ et que pour tout x de $[1; +\infty[$; $(x - 1) + \ln(x) \geq 0$ (0,5)

b Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$; $f'(x) = \frac{x - 1 + \ln(x)}{x}$ (1)

c Dresser le tableau de variations de la fonction f (0,5)

4 a Montrer que : $f''(x) = \frac{2 - \ln(x)}{x^2}$ pour tout x de $]0; +\infty[$ (0,5)

b En déduire que $(\mathcal{C}_f)$ admet un point d'inflexion dont on déterminera les coordonnées (0,5)

5 a Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$; $f(x) - x = \frac{1}{2} (\ln(x) - 1)^2$
 et en déduire la position relative de $(\mathcal{C}_f)$ et (Δ) (0,5)

b Construire (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1)

- 6 a Montrer que la fonction $H : x \mapsto x \ln(x) - x$ est une primitive de la fonction $h : x \mapsto \ln(x)$ sur $]0; +\infty[$ (0, 5)
- b A l'aide d'une intégration par parties, montrer que :
$$\int_1^e \ln^2(x) dx = e - 2$$
 (0, 75)
- c Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, la droite (Δ) et les droites d'équations cartésienne : $x = 1$ et $x = e$ (0, 5)

Deuxième Partie Soit (U_n) la suite numérique définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}$$

- 1 a Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 1 \leq U_n \leq e$ (0, 5)
- b Montrer que la suite (U_n) est croissante (0, 5)
- c En déduire que la suite (U_n) est convergente (0, 5)
- 2 Calculer la limite de la suite (U_n) (0, 75)

Exam 2019 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral Suites numériques	11 points

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(1; 2; 2)$, $B(3; -1; 6)$ et $C(1; 1; 3)$

- 1 a Vérifier que : $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ (0,75)
b En déduire que $x - 2y - 2z + 7 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (0,5)
- 2 Soient les points $E(5; 1; 4)$ et $F(-1; 1; 12)$ et (S) l'ensemble des points M vérifiant : $\overrightarrow{ME} \cdot \overrightarrow{MF} = 0$
Montrer que (S) est la sphère de centre $\Omega(2; 1; 8)$ et de rayon est $R = 5$ (0,75)
- 3 a Calculer $d(\Omega; (ABC))$ la distance du point Ω au plan (ABC) (0,5)
b En déduire que le plan (ABC) coupe la sphère (S) selon un cercle (Γ) de rayon $r = 4$ (0,5)

Exercice 2 || 3 points

- 1 a Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 3z + 3 = 0$ (0,75)
b On pose $a = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, écrire a sous forme trigonométrique (0,5)
- 2 Soit le nombre complexe : $b = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)$, vérifier que $b^2 = i$ (0,5)
- 3 On pose $h = \cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$, montrer que : $h^4 + 1 = a$ (0,5)
- 4 Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère le point B d'affixe b et R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$
a Soit c l'affixe du point C image du point B par la rotation R .
Montrer que $c = ib$ (0,5)
b En déduire la nature du triangle OBC (0,25)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient six boules : **une boule rouge**, **deux boules blanches** et trois boules noires indiscernables au toucher

On tire **au hasard successivement et avec remise** trois boules de l'urne .

On considère les événements suivants :

A : **Les trois boules tirées sont de même couleur**

B : **Il n'y a aucune boule blanche parmi les boules tirées**

C : **Il y a exactement deux boules blanches parmi les boules tirées**

1 Montrer que : $p(A) = \frac{1}{6}$ et $p(B) = \frac{8}{27}$ (2)

2 Calculer : $p(C)$ (1)

Problème || 11 points

Première Partie Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$f(x) = 2 + 8 \left(\frac{x-2}{x} \right)^2 e^{x-4}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 a Vérifier que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$ et interpréter le résultat géométriquement (0,5)
b Vérifier que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$ et interpréter le résultat géométriquement (0,5)
- 2 a Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (0,5)
b Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$ (0,5)

- 3 a Montrer que : $f'(x) = \frac{8(x-2)(x^2-2x+4)e^{x-4}}{x^3}$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$ (0, 75)
- b Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$; $x^2 - 2x + 4 > 0$ (0, 25)
- c Montrer que f est strictement décroissante sur $]0; 2[$ et strictement croissante sur chacun des intervalles $] -\infty; 0[$ et $]2; +\infty[$ (0, 75)
- d Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^*$ (0, 5)
- 4 Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1)
- 5 a Vérifier que la fonction $H : x \mapsto \frac{1}{x} e^{x-4}$ est une fonction primitive de la fonction $h : x \mapsto \frac{x-1}{x^2} e^{x-4}$ sur $[2; 4]$ (0, 5)
- b Vérifier que : $\forall x \in \mathbb{R}^* ; f(x) = 2 + 8e^{x-4} - 32 \frac{x-1}{x^2} e^{x-4}$ (0, 25)
- c Calculer l'intégrale $\int_2^4 e^{x-4} dx$ (0, 5)
- d Calculer en cm^2 , l'aire du domaine plan délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'axe des abscisses et les droites d'équations cartésiennes : $x = 2$ et $x = 4$ (0, 75)

Deuxième Partie On considère la fonction numérique g définie sur $[2; 4]$
par : $g(x) = 8(x - 2)e^{x-4} - x^2$

- 1
 - a Calculer $g(4)$ (0, 25)
 - b Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[2; 4]$;
 $g(x) = -(x - 4)^2 e^{x-4} + x^2 (e^{x-4} - 1)$ (0, 5)
 - c Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[2; 4]$; $e^{x-4} - 1 \leq 0$ puis
en déduire que pour tout x de l'intervalle $[2; 4]$; $g(x) \leq 0$ (0, 5)
- 2
 - a Vérifier que pour tout x de l'intervalle $[2; 4]$;
 $f(x) - x = \left(\frac{x-2}{x^2} \right) g(x)$ (0, 5)
 - b En déduire que pour tout x de l'intervalle $[2; 4]$; $f(x) \leq x$ (0, 25)
- 3 Soit (U_n) la suite numérique définie par :
 $U_0 = 3$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$
 - a Montrer que : $2 \leq U_n \leq 4$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0, 5)
 - b Déterminer la monotonie de la suite (U_n) et en déduire qu'elle
est convergente (0, 5)
 - c Calculer la limite de la suite (U_n) (0, 75)

Exam 2020 Normal : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	4 points
Exercice 2	Nombres complexes	5 points
Exercice 3	Limites Dérivabilité Calcul intégral	4 points
Problème	Étude d'une fonction numérique	7 points

- On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 || 4 points

Soit (U_n) la suite numérique définie par :

$$U_0 = \frac{3}{2} \text{ et } U_{n+1} = \frac{2U_n}{2U_n + 5} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Calculer U_1 (0, 25)
- 2 Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n > 0$ (0, 5)
- 3 a Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < U_{n+1} \leq \frac{2}{5} U_n$,
puis en déduire que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < U_n \leq \frac{3}{2} \left(\frac{2}{5}\right)^n$ (1)
- b Calculer la limite de (U_n) (0, 5)
- 4 On considère la suite (V_n) définie par : $V_n = \frac{4U_n}{2U_n + 3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
 - a Montrer que la suite (V_n) est géométrique de raison $\frac{2}{5}$ (0, 75)
 - b Exprimer V_n puis U_n en fonction de $n \in \mathbb{N}$ (1)

Exercice 2 || 5 points

- 1 Dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, on considère l'équation :

$$(E) : z^2 - 2(\sqrt{2} + \sqrt{6})z + 16 = 0$$

- a Vérifier que le discriminant de l'équation (E) est :

$$\Delta = -4(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2$$

(0, 5)

- b En déduire les solutions de l'équation (E)

(1)

- 2 Soient les nombres complexes : $a = (\sqrt{6} + \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} - \sqrt{2})$,
 $b = 1 + i\sqrt{3}$ et $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$

- a Vérifier que $b\bar{c} = a$, puis en déduire que $ac = 4b$

(0, 75)

- b Écrire les complexes b et c sous forme trigonométrique

(0, 5)

- c En déduire que $a = 4 \left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right)$

(0, 5)

- 3 Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points B , C et D d'affixes respectives b , c et d telle que $d = a^4$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{12}$
- a Vérifier que : $z' = \frac{1}{4}az$ (0, 5)
 - b Déterminer l'image du point C par la rotation R (0, 25)
 - c Déterminer la nature du triangle OBC (0, 25)
 - d Montrer que $a^4 = 128 \times b$ et en déduire que les points O , B et D sont alignés (0, 75)

Exercice 3 || 4 points

On considère la fonction numérique g définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = 2\sqrt{x} - 2 - \ln(x)$$

- 1
- a Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$; $g'(x) = \frac{\sqrt{x} - 1}{x}$ (0,5)
 - b Montrer que g est croissante sur $[1; +\infty[$ (0,5)
 - c En déduire que pour tout x de $[1; +\infty[$; $0 \leq \ln(x) \leq 2\sqrt{x}$
(Remarquer que : $2\sqrt{x} - 2 \leq 2\sqrt{x}$) (0,5)
 - d Montrer que pour tout x de $[1; +\infty[$; $0 \leq \frac{\ln^3(x)}{x^2} \leq \frac{8}{\sqrt{x}}$
et en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^3(x)}{x^2}$ (1)
- 2
- a Montrer que la fonction $G : x \mapsto x \left(-1 + \frac{4}{3}\sqrt{x} - \ln(x) \right)$
est une primitive de g sur $]0; +\infty[$ (0,75)
 - b Calculer l'intégrale $\int_1^4 g(x) dx$ (0,75)

Problème || 7 points



Partager



On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -x + \frac{5}{2} - \frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2} - 4)$$

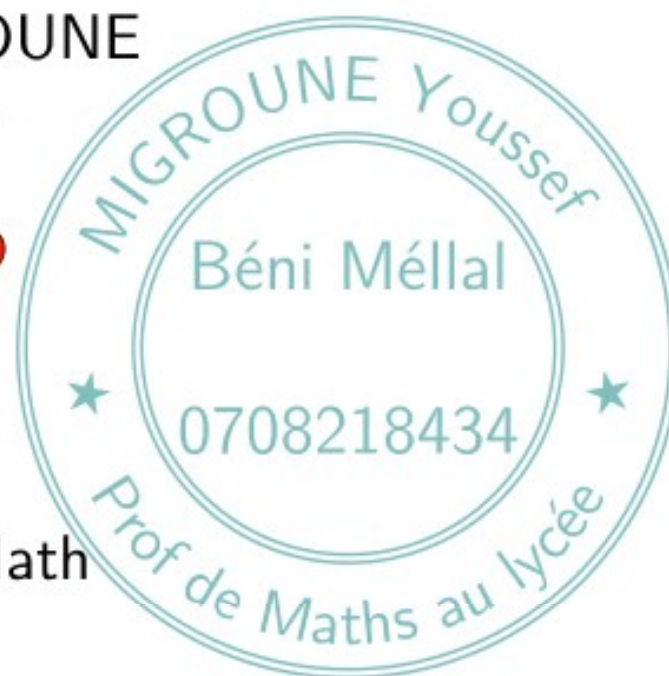
Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 2cm)

- 1 Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (0, 5)
- 2
 - a Démontrer que la droite $(\Delta) : y = -x + \frac{5}{2}$ est une asymptote oblique de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$ (0, 5)
 - b Résoudre l'équation $e^{x-2} - 4 = 0$ puis montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ est au dessus de (Δ) sur l'intervalle $]-\infty; 2 + \ln(4)]$ est en dessous de (Δ) sur l'intervalle $[2 + \ln(4); +\infty[$ (0, 75)

- 3 Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter géométriquement le résultat (0, 5)
- 4 a Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$; $f'(x) = -(e^{x-2} - 1)^2$ (0, 5)
 b Dresser le tableau de variations de la fonction f (0, 25)
- 5 Calculer $f''(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis montrer que $A(2, 2)$ est un point d'inflexion de $(\mathcal{C}_f)$ (0, 75)
- 6 Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α telle que $2 + \ln(3) < \alpha < 2 + \ln(4)$ (0, 5)
- 7 Construire (Δ) et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ci-dessous (On prend $\ln(2) \simeq 0,7$ et $\ln(3) \simeq 1,1$) (1)
- 8 a Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
 b Construire dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe représentative de la fonction f^{-1} . (Remarquer que la droite (Δ) est perpendiculaire à la première bissectrice du repère) (0, 75)
 c Calculer $(f^{-1})'(2 - \ln(3))$
 (Remarquer que $f^{-1}(2 - \ln(3)) = 2 + \ln(3)$) (0, 5)

Exam 2020 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2 points
Exercice 2	Nombres complexes	5 points
Exercice 3	Dérivabilité Calcul intégral	4 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Suites numériques	9 points

- On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et $\bar{z}$ le conjugué de z
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien



Exercice 1 || 2 points

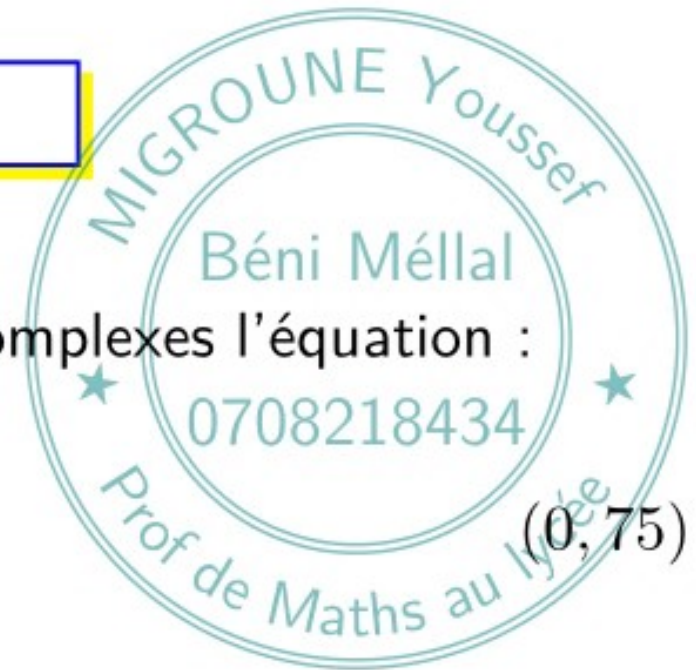
Soit (U_n) la suite numérique définie par :

$$U_0 = 1 \text{ et } U_{n+1} = \frac{3U_n - 8}{2U_n - 5} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; U_n < 2$ (0, 5)
- 2 Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on pose : $V_n = \frac{U_n - 3}{U_n - 2}$
 - a Montrer que la suite (V_n) est arithmétique de raison 2 (0, 5)
 - b Exprimer V_n puis U_n en fonction de n (0, 75)
 - c Calculer la limite de la suite (U_n) (0, 25)



Exercice 2 || 5 points



- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation :
$$z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$$
(0,75)
- 2 On pose : $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
- a Écrire a sous forme trigonométrique et en déduire que a^{2020} est un nombre réel (0,75)
 - b Soit le nombre complexe $b = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$.
Prouver que $b^2 = a$ (0,5)



- 3 Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixe respectives a, b et c tel que $c = 1$. La rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{8}$ transforme le point M d'affixe z au point M' d'affixe z' .
- a Vérifier que : $z' = bz$ (0, 25)
 - b Déterminer l'image de C par la rotation R et montrer que A est l'image de B par R (0, 5)
- 4
- a Montrer que $|a - b| = |b - c|$ et en déduire la nature du triangle ABC (0, 75)
 - b Déterminer une mesure de l'angle $(\vec{BA}; \vec{BC})$ (0, 5)
- 5 Soit T la translation de vecteur $\vec{u}$ et D l'image de A par T
- a Vérifier que l'affixe de D est $b^2 + 1$ (0, 25)
 - b Montrer que $\frac{b^2 + 1}{b} = b + \bar{b}$ et en déduire que les points O, B et D sont alignés (0, 75)



Exercice 3 || 4 points

On considère la fonction numérique u définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$u(x) = e^x - 2x + 2 - 3e^{-x}$$

- 1
 - a Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$; $u'(x) = \frac{(e^x - 1)^2 + 2}{e^x}$ (0, 5)
 - b Poser le tableau de variation de u (sans calcul de limite) (0, 25)
 - c En déduire le signe de u sur $\mathbb{R}$. Remarquer que $u(0) = 0$ (0, 5)
- 2 Soit la fonction v définie sur $\mathbb{R}$ par : $v(x) = e^{2x} - 2xe^x + 2e^x - 3$
 - a Vérifier que pour tout x de $\mathbb{R}$; $v(x) = e^x u(x)$ (0, 5)
 - b En déduire le signe de la fonction v sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
- 3
 - a Montrer que la fonction w définie par :

$$w(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + (4 - 2x)e^x - 3x$$
 est une primitive de la fonction v sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
 - b Calculer l'intégrale $\int_0^2 v(x) dx$ (0, 5)
 - c Montrer que $\frac{9}{2}$ est le minimum absolu de w sur $\mathbb{R}$ (0, 5)



Problème || 9 points



Première Partie Soit g la fonction numérique définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = e^{1-x} + \frac{1}{x} - 2$$

- 1 Montrer que : $g'(x) < 0$, pour tout x de $]0; +\infty[$ (0, 5)
- 2 Dédire le tableau de signe de g sur l'intervalle $]0; +\infty[$
Remarquer que : $g(1) = 0$ (0, 5)

Deuxième Partie On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = (1 - x)e^{1-x} - x^2 + 5x - 3 - 2\ln(x)$$

et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé
 $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 2cm)



- 1 Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement (0, 5)
- 2
 - a Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ (0, 5)
 - b Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis interpréter le résultat géométriquement (0, 75)
- 3
 - a Montrer que pour tout x de $]0; +\infty[$; $f'(x) = (x - 2)g(x)$ (1)
 - b Montrer que la fonction f est décroissante sur $]0; 1]$ et sur $[2; +\infty[$ et croissante sur $[1; 2]$ (0, 75)
 - c Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$
On admet que $f(2) \simeq 1,25$ (0, 25)
- 4 Sachant que $f(3) \simeq 0,5$ et $f(4) \simeq -1,9$ montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique dans l'intervalle $]3; 4[$ (0, 5)
- 5 Construire $(\mathcal{C}_f)$ (1)



Troisième Partie On pose $h(x) = f(x) - x$ pour tout x de $[1; 2]$

- 1 a A partir du tableau de variations de la fonction h

x	1	2
$h(x)$	0	$h(2)$



Montrer que $f(x) \leq x$ pour tout x de $[1; 2]$ (0, 5)

- b Montrer que 1 est l'unique solution de $f(x) = x$ sur $[1; 2]$ (0, 25)

- 2 Soit (U_n) la suite numérique définie par :

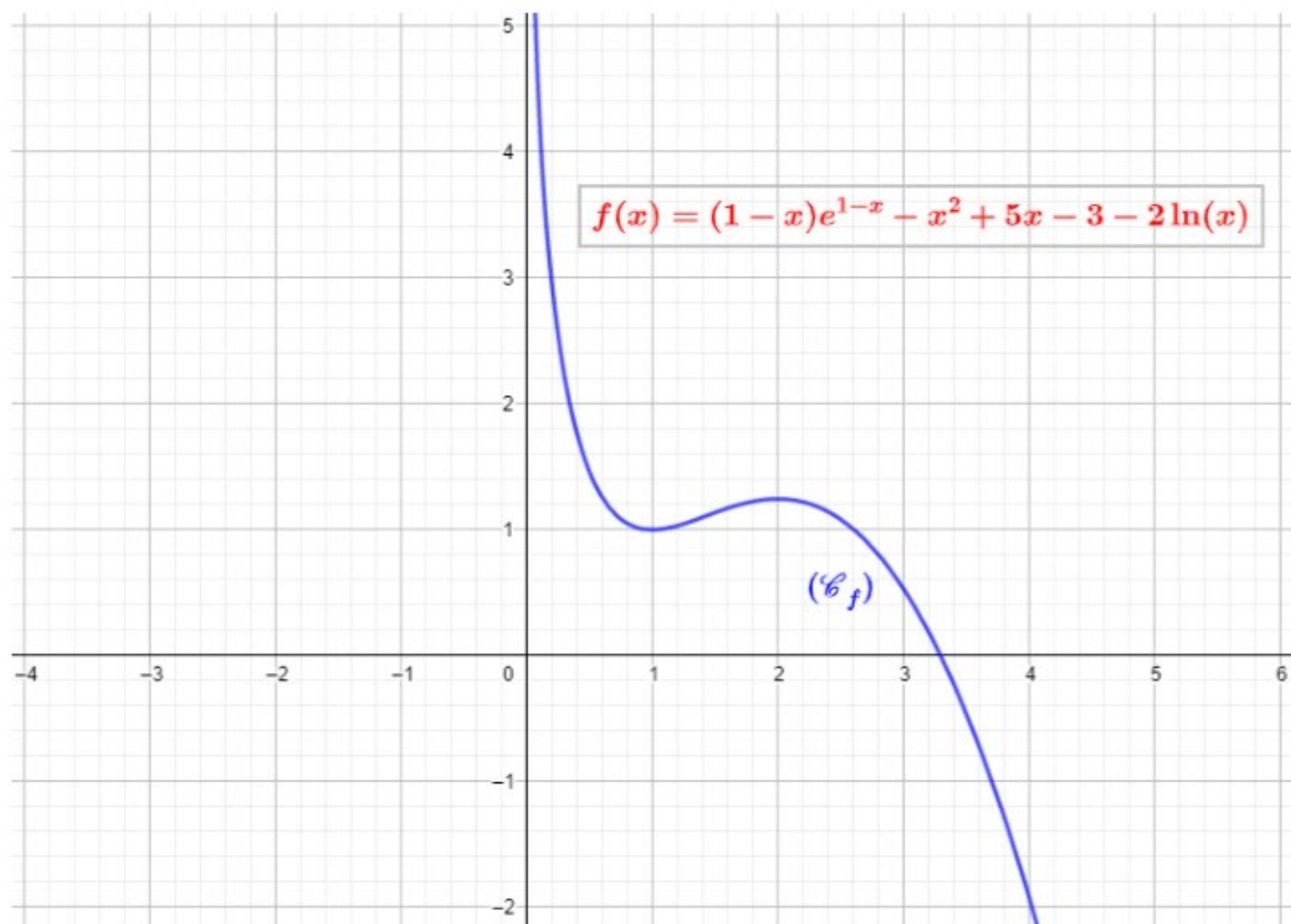
$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}$$

- a Montrer que : $1 \leq U_n \leq 2$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (0, 75)

- b Montrer que la suite (U_n) est décroissante (0, 5)

- c En déduire que la suite (U_n) est convergente et calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ (0, 75)





Exam 2021 Normal : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Fonctions numériques	2 points
Exercice 2	Suites numériques	4 points
Exercice 3	Nombres complexes	5 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	9 points

- On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien



Exercice 1 || 2 points



Partager



- 1
 - a Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $e^{2x} - 4e^x + 3 = 0$ (0,5)
 - b Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation : $e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$ (0,5)
 - c Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 4e^x + 3}{e^{2x} - 1}$ (0,5)
- 2 Montrer que l'équation : $e^{2x} + e^x + 4x = 0$ admet une solution dans l'intervalle $[-1; 0]$ (0,5)



Exercice 2 || 4 points



Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = \frac{1}{2}$ et $U_{n+1} = \frac{U_n}{3 - 2U_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

- 1 Calculer U_1 (0, 25)
- 2 Montrer par récurrence que pour tout n de $\mathbb{N}$; $0 < U_n \leq \frac{1}{2}$ (0, 5)
- 3
 - a Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$; $\frac{U_{n+1}}{U_n} \leq \frac{1}{2}$ (0, 5)
 - b En déduire la monotonie de la suite (U_n) (0, 5)



- 4 a Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$; $0 < U_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$; puis calculer la limite de la suite (U_n) (0, 75)
- b On pose : $V_n = \ln \left(3 - 2U_n\right)$ pour tout n de $\mathbb{N}$, calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n$ (0, 5)
- 5 a Vérifier que pour tout n de $\mathbb{N}$; $\frac{1}{U_{n+1}} - 1 = 3 \left(\frac{1}{U_n} - 1\right)$ (0, 5)
- b En déduire U_n en fonction de n pour tout n de $\mathbb{N}$ (0, 5)



Exercice 3 || 5 points



Partager



① Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - \sqrt{3}z + 1 = 0$ (0, 75)

② Soient les nombres complexes : $a = e^{i\pi/6}$ et $b = \frac{3}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

a Écrire a sous forme algébrique (0, 25)

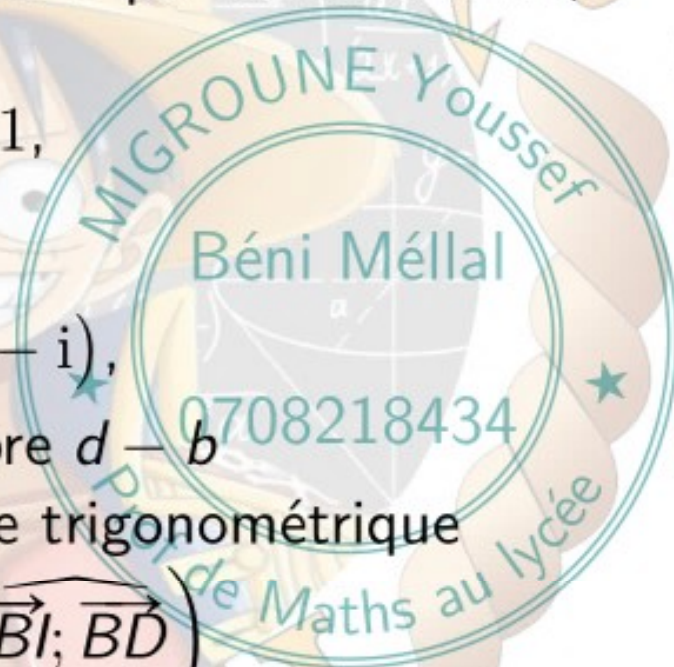
b Vérifier que : $\bar{a} \times b = \sqrt{3}$ (0, 5)

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives a , b et $\bar{a}$

③ Montrer que le point B est l'image du point A par une homothétie h de centre O dont on déterminera le rapport (0, 5)



- 4 Soient z l'affixe d'un point M et z' l'affixe de M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$
- a Écrire z' en fonction de z et a (0, 5)
 - b Soit d l'affixe du point D image de C par la rotation R ,
Montrer que : $d = a + 1$ (0, 25)
 - c Soit I le point d'affixe le nombre 1,
montrer que $ADIO$ est losange (0, 5)
- 5
- a Vérifier que : $d - b = \frac{\sqrt{3} - 1}{2}(1 - i)$,
en déduire un argument du nombre $d - b$ (0, 75)
 - b Écrire le nombre $1 - b$ sous forme trigonométrique (0, 5)
 - c Déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{BI}; \overrightarrow{BD})$ (0, 5)



Problème || 9 points



Soit la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = 2x \ln(x) - 2x & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

$(\mathcal{C}_f)$ est la courbe de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (1cm)

- ① Montrer que f est continue à droite au point 0 (0,5)
- ② a Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (0,5)
b Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le résultat
(0,5)



- 3 a Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat
(0, 75)
- b Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$ (0, 5)
- c Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[0; +\infty[$ (0, 5)
- 4 a Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$ les équations : $f(x) = 0$ et $f(x) = x$ (0, 5)
- b Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
On prend : $e^{3/2} \simeq 4,5$ (1)
- 5 a En utilisant une intégration par parties, montrer que :
$$\int_1^e x \ln(x) dx = \frac{1 + e^2}{4}$$
 (0, 5)
- b En déduire : $\int_1^e f(x) dx$ (0, 5)
- 6 a Déterminer le minimum de f sur $]0; +\infty[$ (0, 25)
- b En déduire que pour tout x de $]0; +\infty[$; $\ln(x) \geq \frac{x-1}{x}$ (0, 5)



- 7 Soit g la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1; +\infty[$
- a Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera (0, 5)
 - b Construire dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe de la fonction g^{-1} (0, 75)

- 8 On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} h(x) = x^3 + 3x & ; x \leq 0 \\ h(x) = 2x \ln(x) - 2x & ; x > 0 \end{cases}$$

- a Étudier la continuité de h au point 0 (0, 5)
- b Étudier la dérivabilité de la fonction h à gauche au point 0 puis interpréter géométriquement le résultat (0, 5)
- c La fonction h est-elle dérivable au point 0 ? justifier (0, 25)



Exam 2021 Rattrapage : Mathématiques 2BAC PC/SVT

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	4 points
Exercice 2	Nombres complexes	5 points
Exercice 3	Fonctions numériques ($\ln$)	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8 points

- On désigne par $|z|$ le module du nombre complexe z et $\bar{z}$ le conjugué de z
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 || 4 points

Soit (U_n) la suite numérique définie par : $U_0 = \frac{1}{3}$ et $U_{n+1} = \frac{1 + U_n}{3 - U_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

- ① Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$; $0 < U_n < 1$ (0, 5)
- ②
 - a Montrer que pour tout n de $\mathbb{N}$; $U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)^2}{3 - U_n}$ (0, 5)
 - b Montrer que la suite (U_n) est convergente (0, 5)
- ③ On pose : $V_n = \frac{1}{1 - U_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$
 - a Montrer que (V_n) est une suite arithmétique et déterminer sa raison et son premier terme (0, 75)
 - b Déterminer V_n en fonction de n et en déduire que $U_n = \frac{n+1}{n+3}$, pour tout n de $\mathbb{N}$ (0, 75)
 - c Calculer la limite de la suite (U_n) (0, 5)
- ④ A partir de quelle valeur de n , a-t-on : $U_n \geq \frac{1011}{1012}$? (0, 5)

Exercice 2 || 5 points

- 1 Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 13 = 0$ (0,75)
- 2 Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives $a = 3 + 2i$, $b = 3 - 2i$ et $c = -1 - 2i$
 - a Écrire $\frac{c - b}{a - b}$ sous forme trigonométrique (0,5)
 - b En déduire la nature du triangle ABC (0,5)

- 3 Soit R la rotation de centre B et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Soit M un point du plan d'affixe z et le point M' d'affixe z' l'image de M par R , et soit D le point d'affixe $d = -3 - 4i$
- a Écrire z' en fonction de z (0, 5)
 - b Vérifier que C est l'image de A par R (0, 25)
- 4
- a Montrer que les points A , C et D sont alignés (0, 5)
 - b Déterminer le rapport de l'homothétie H de centre C et qui transforme A en D (0, 5)
 - c Déterminer l'affixe e du point E pour que le quadrilatère $BCDE$ soit un parallélogramme (0, 5)
- 5
- a Montrer que $\frac{d-a}{e-b}$ est un nombre réel (0, 5)
 - b En déduire que le quadrilatère $ABED$ est un trapèze isocèle (0, 5)

Exercice 3 || 3 points



Partager

On considère la fonction numérique h définie sur $]0; +\infty[$ par :

$$h(x) = x + \ln(x)$$

- 1 Montrer que la fonction h est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ (0, 5)
- 2 Déterminer : $h\left(]0; +\infty[\right)$ (0, 5)
- 3
 - a En déduire que $h(x) = 0$ admet une solution unique α sur $]0; +\infty[$ (0, 5)
 - b Montrer que : $0 < \alpha < 1$ (0, 5)
- 4
 - a Vérifier que : $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \alpha + \frac{1}{\alpha}$ (0, 5)
 - b En déduire que : $h\left(\frac{1}{\alpha}\right) > 2$ (0, 5)

Problème || 8 points



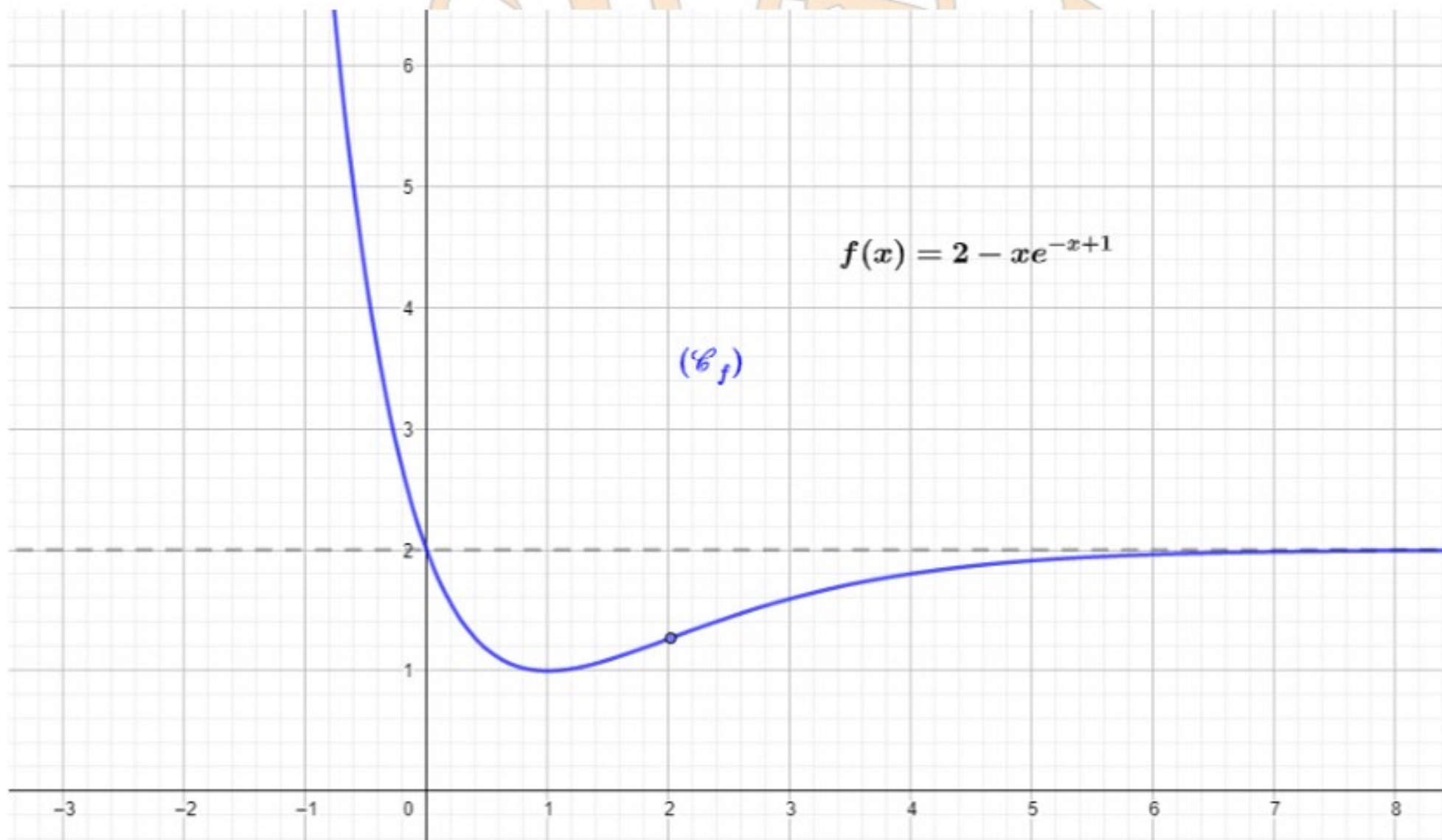
Partager

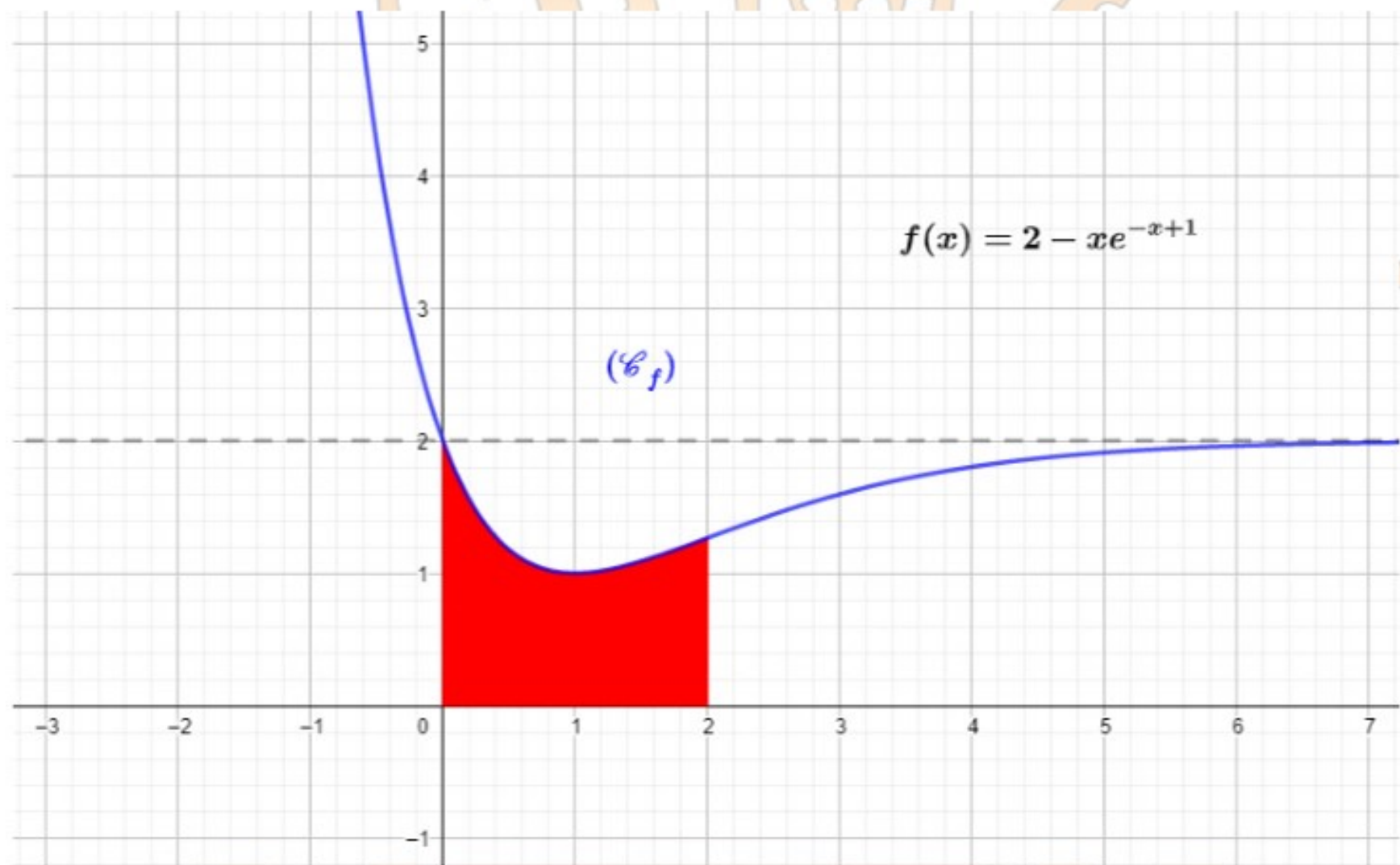


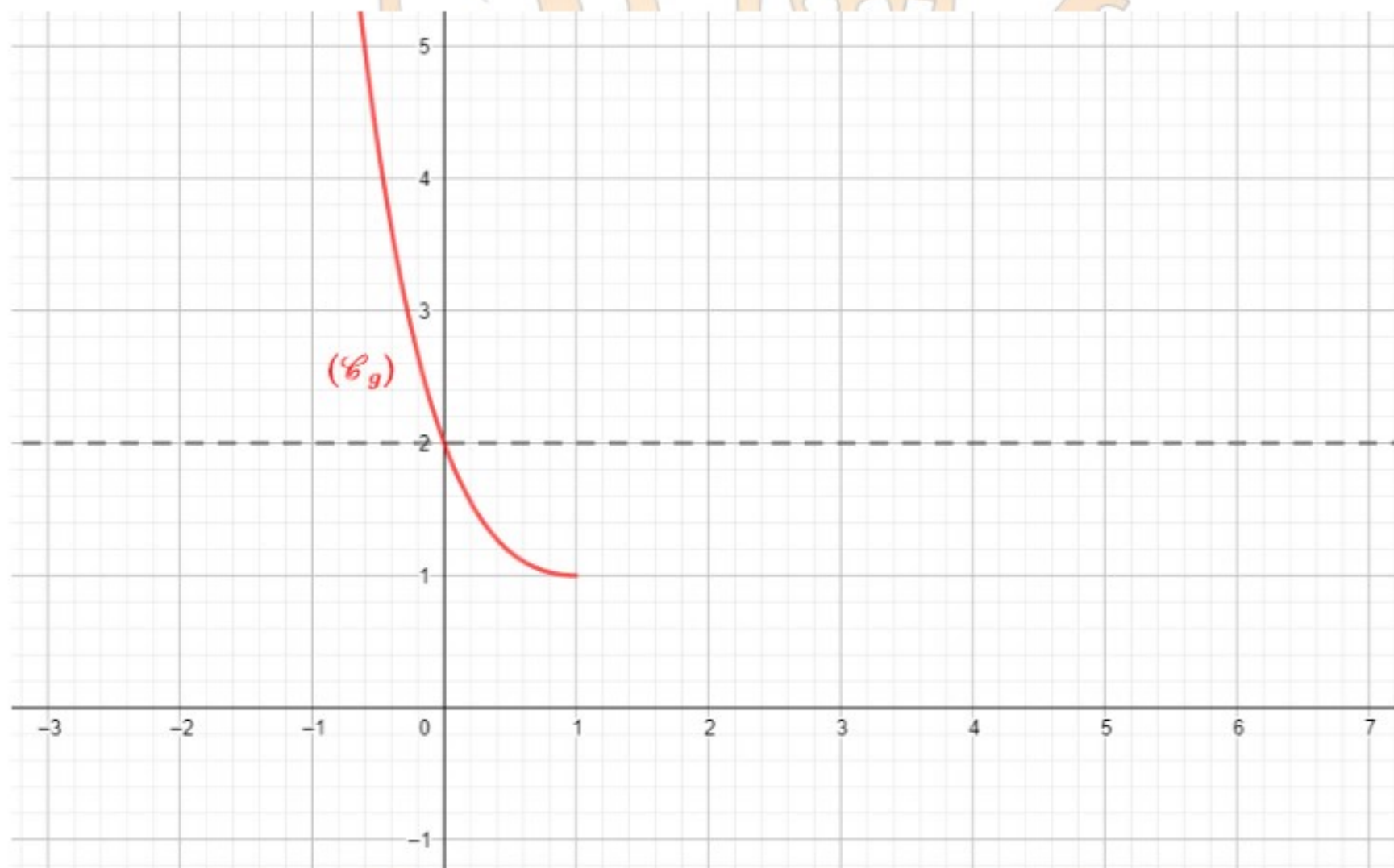
Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2 - xe^{-x+1}$
($\mathcal{C}_f$) est la courbe de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

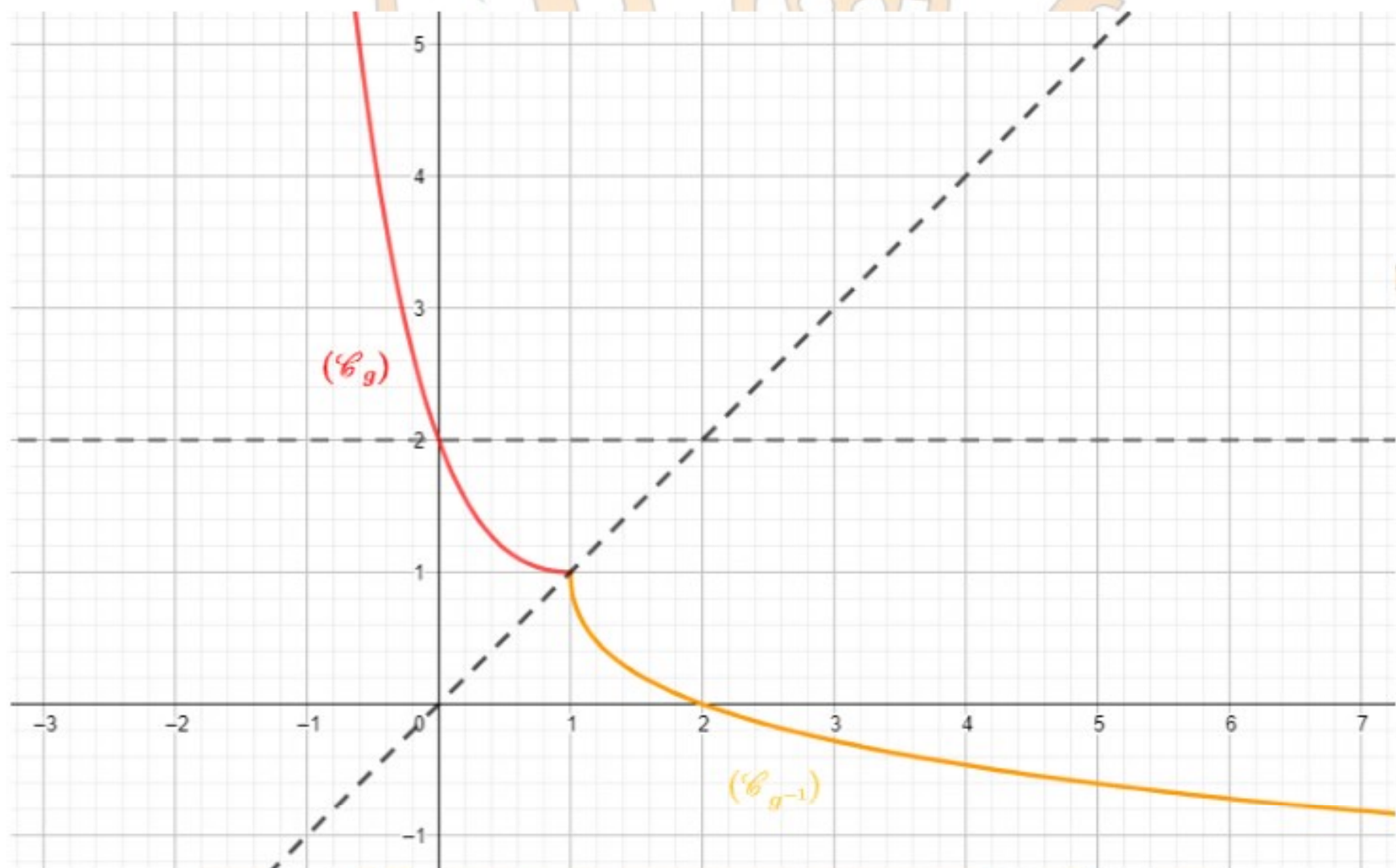
- 1 Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat (0, 5)
- 2
 - a Calculer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (0, 5)
 - b Montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ et interpréter géométriquement le résultat (0, 75)
- 3
 - a Montrer que pour tout x de $\mathbb{R}$; $f'(x) = (x - 1)e^{-x+1}$ (0, 75)
 - b Dresser le tableau de variation de la fonction f (0, 5)
- 4
 - a Calculer $f''(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ (0, 5)
 - b Montrer que ($\mathcal{C}_f$) admet un point d'inflexion d'abscisse 2 (0, 5)

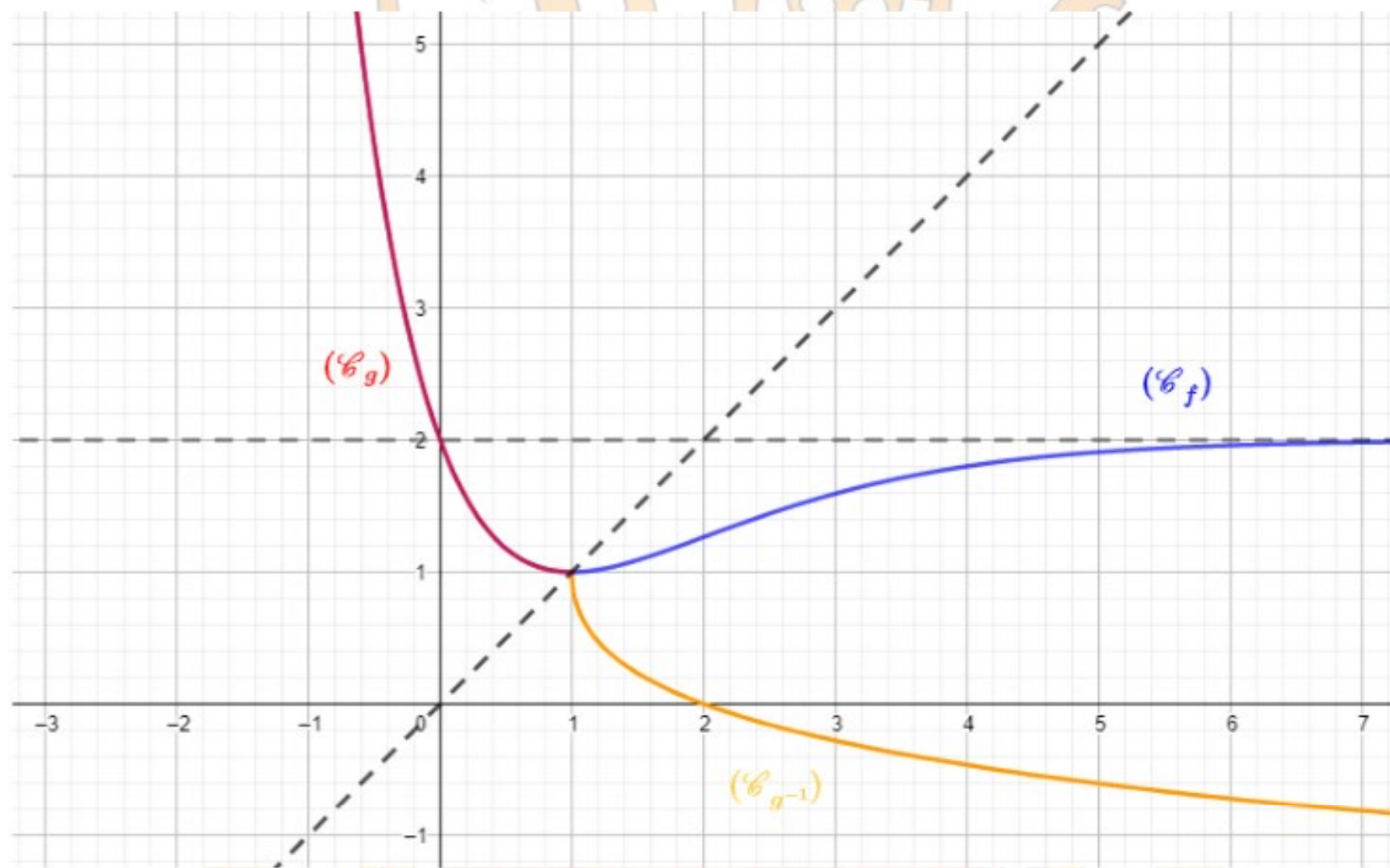
- 5 Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
On prend : $f(2) = 1.25$ (1)
- 6 Déterminer la valeur minimale de la fonction f et en déduire que pour tout x de $\mathbb{R}$; $e^{x-1} \geq x$ (0,5)
- 7 a En utilisant une intégration par parties, calculer : $\int_0^2 x e^{-x} dx$
- b En déduire que : $\int_0^2 f(x) dx = 4 - e + 3e^{-1}$ (0,5)
- 8 Soit g la restriction de f à l'intervalle $] -\infty; 1]$
- a Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera (0,5)
- b Construire dans le même repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ la courbe de la fonction g^{-1} (0,75)
- c A partir de la courbe représentative de g^{-1} , déterminer :
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g^{-1}(x)}{x}$ (0,25)











Exam 2022 Normal : Mathématiques

2Bac Pc/Svt

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Équations différentielles et calcul intégral	2,5 points
Problème	Étude de fonctions numériques Suites numériques	8,5 points

- On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et $|z|$ son module
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(0; 1; 1)$, $B(1; 2; 0)$ et $C(-1; 1; 2)$

- 1 a Montrer que : $\vec{AB} \wedge \vec{AC} = \vec{i} + \vec{k}$ (0, 5)
a En déduire que $x + z - 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) (0, 25)
- 2 Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1; 1; 2)$ et de rayon $R = \sqrt{2}$
Déterminer une équation de la sphère (S) (0, 5)
- 3 Montrer que (ABC) est tangent à la sphère (S) au point A (0, 5)
- 4 On considère la droite (Δ) passant par le point C et perpendiculaire au plan (ABC)
a Déterminer une représentation paramétrique de (Δ) (0, 25)
b Montrer que la droite (Δ) est tangente à la sphère (S) en un point D dont on déterminera les coordonnées (0, 5)
c Calculer le produit scalaire $\vec{AC} \cdot (\vec{i} + \vec{k})$, puis en déduire la distance $d(A, (\Delta))$ (0, 5)

Exercice 2 || 3 points

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère le point A d'affixe $a = -1 - i\sqrt{3}$, le point B d'affixe $b = -1 + i\sqrt{3}$ et la translation t de vecteur $\vec{OA}$

- 1 Prouver que l'affixe du point D image du point B par la translation t est $d = -2$ (0,5)
- 2 On considère la rotation R de centre D et d'angle $\frac{2\pi}{3}$. Montrer que l'affixe du point C image du B par la rotation R est $c = -4$ (0,5)
- 3
 - a Écrire le nombre $\frac{b-c}{a-c}$ sous forme trigonométrique (0,5)
 - b En déduire que $\left(\frac{b-c}{a-c}\right)^2 = \frac{c-d}{b-d}$ (0,5)

- 4 Soient (Γ) le cercle de centre D et de rayon 2 , (Γ') le cercle de centre O et de rayon 4 et M un point d'affixe z appartenant aux deux cercles (Γ) et (Γ')
- a Vérifier que $|z + 2| = 2$ (0, 25)
 - b Prouver que $z + \bar{z} = -8$. Remarquer que $|z| = 4$ (0, 5)
 - c En déduire que les cercles (Γ) et (Γ') se coupent en un point unique qu'on déterminera (0, 25)

Exercice 3 || 3 points

Une urne contient dix boules : trois boules blanches, trois boules vertes et quatre boules rouges indiscernables au toucher

On tire **au hasard simultanément, trois boules** de l'urne

- 1 Montrer que $p(A) = \frac{1}{6}$; où A est l'évènement : **N'obtenir aucune boule rouge** (0, 75)
- 2 Calculer $p(B)$; où B est l'évènement : **Obtenir trois boules blanches ou trois boules vertes** (0, 75)
- 3 Montrer que $p(C) = \frac{1}{2}$; où C est l'évènement : **Obtenir exactement une boule rouge** (0, 75)
- 4 Calculer $p(D)$; où D est l'évènement : **Obtenir au moins deux boules rouges** (0, 75)

Exercice 4 || 2,5 points

On considère la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = (x + 1)e^x$$

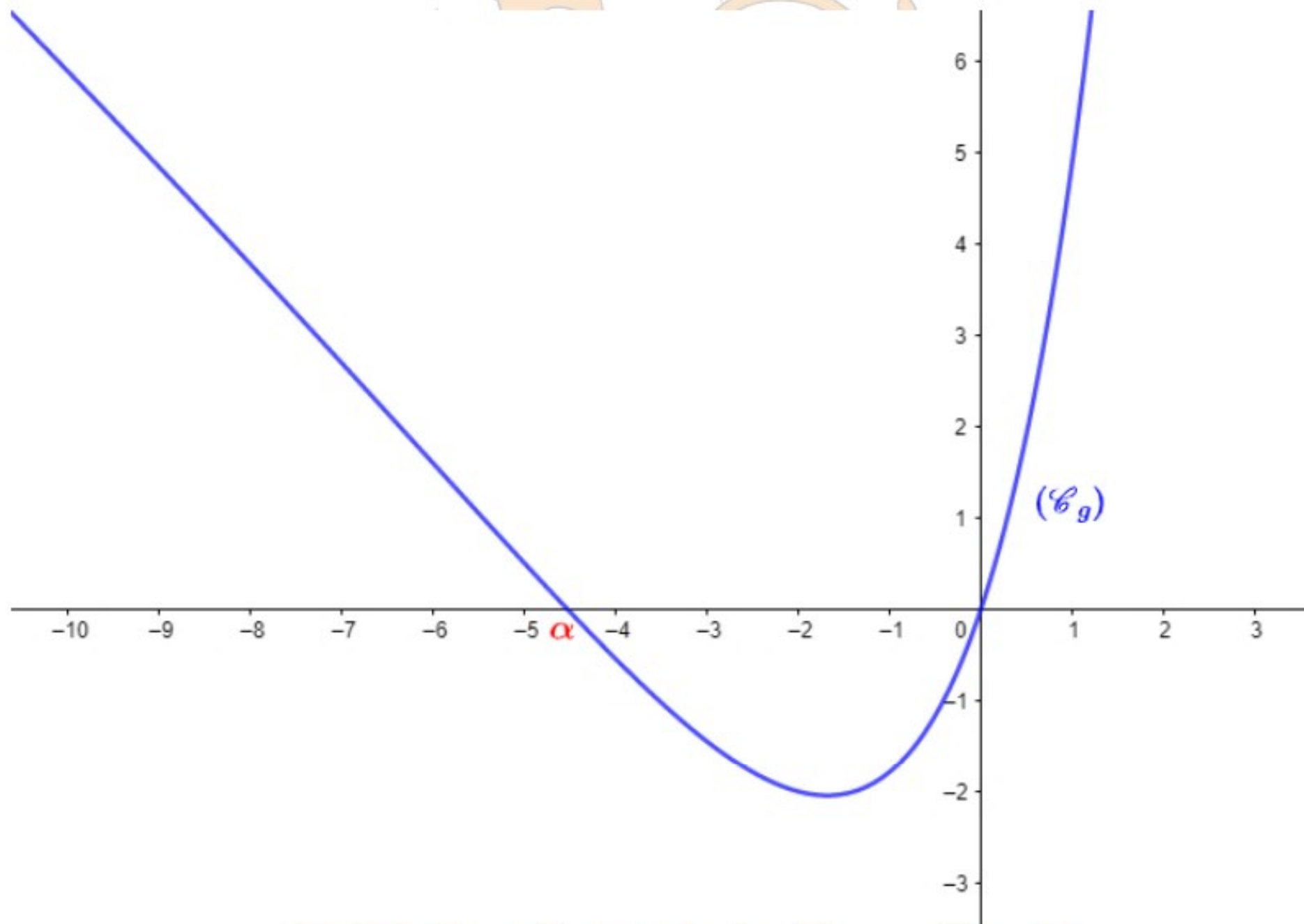
- 1
 - a Vérifier que $x \mapsto xe^x$ est une primitive de la fonction h sur $\mathbb{R}$;
puis calculer $I = \int_{-1}^0 h(x) dx$ (0, 75)
 - b A l'aide d'une intégration par parties calculer
 $J = \int_{-1}^0 (x + 1)^2 e^x dx$ (0, 75)
- 2
 - a Résoudre l'équation différentielle $(E) : y'' - 2y' + y = 0$ (0, 5)
 - b Montrer que la fonction h est la solution de (E) qui vérifie les conditions $h(0) = 1$ et $h'(0) = 2$ (0, 5)

Problème || 8,5 points

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x(e^{x/2} - 1)^2$
($\mathcal{C}_f$) est la courbe de f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité : 1cm)

- 1 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ (0,5)
- 2 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et interpréter géométriquement le résultat (0,5)
- 3
 - a Montrer que la droite $(\Delta) : y = x$ est asymptote à la courbe ($\mathcal{C}_f$) au voisinage de $-\infty$ (0,5)
 - b Étudier le signe de $(f(x) - x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et en déduire la position relative de la courbe ($\mathcal{C}_f$) et la droite (Δ) (0,75)

- 4 a Montrer que $f'(x) = (e^{x/2} - 1)^2 + xe^{x/2}(e^{x/2} - 1)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ (0, 5)
- b Vérifier que $x(e^{x/2} - 1) \geq 0$ pour x de $\mathbb{R}$ puis en déduire le signe de la fonction dérivée f' sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
- c Dresser le tableau des variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$ (0, 25)
- 5 a Montrer que $f''(x) = \frac{1}{2}e^{x/2}g(x)$; où $g(x) = (2x + 4)e^{x/2} - x - 4$ pour tout x de $\mathbb{R}$ (0, 5)
- b A partir de la courbe ci-contre de la fonction g , déterminer le signe de $g(x)$ sur $\mathbb{R}$. Remarquer que : $g(\alpha) = 0$ (0, 5)
- c Étudier la concavité de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et déterminer les abscisses des deux points d'inflexions (0, 5)



- 6 Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
On prend : $\ln(4) \approx 1,4$, $\alpha \approx -4,5$ et $f(\alpha) \approx -3,5$ (1)
- 7 a Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1}
définie sur $\mathbb{R}$ (0, 5)
b Calculer $(f^{-1})' [\ln(4)]$ (0, 25)
- 8 Soit (U_n) la suite numérique définie par :
 $U_0 = 1$ et $U_{n+1} = f(U_n)$ pour tout $n \in \mathbb{N}$
- a Montrer par récurrence que $(\forall n \in \mathbb{N}) ; 0 < U_n < \ln(4)$ (0, 5)
b Montrer que la suite (U_n) est décroissante (0, 5)
c En déduire que (U_n) est convergente (0, 25)
d Calculer la limite de la suite (U_n) (0, 5)

Exam 2022 Rattrapage : Mathématiques

2Bac Pc/Svt

Réalisé Par : Youssef MIGROUNE
Prof de maths au lycée



YouTube / MIGROUNE Math

Page Facebook / Migroune Math



Composantes du sujet

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2,5 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Étude d'une fonction numérique Calcul intégral	8,5 points

- On désigne par $\bar{z}$ le conjugué du nombre complexe z et $|z|$ son module
- $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien

Exercice 1 || 2,5 points

Soit (U_n) la suite numérique définie par :

$$U_0 = 2 \text{ et } U_{n+1} = \frac{\sqrt{2}}{2} U_n + \frac{2 - \sqrt{2}}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

- 1 a Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_n > 1$ (0,5)
b Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} - U_n = \frac{\sqrt{2} - 2}{2} (U_n - 1)$ et en déduire que la suite (U_n) est décroissante et convergente (0,75)
- 2 On pose pour tout $n \in \mathbb{N}$; $V_n = U_n - 1$
 - a Montrer que (V_n) est une suite géométrique et déterminer sa raison et son premier terme (0,5)
 - b Écrire U_n en fonction de n puis déduire la limite de la suite (U_n) (0,5)
 - c Calculer la somme : $S = U_0 + U_1 + U_2 + \dots + U_{2021}$ (0,25)

Exercice 2 || 3 points

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. On considère les points $A(1; -1; 1)$ et $B(5; 1; -3)$. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(3; 0; -1)$ et de rayon $R = 3$ et (Δ) la droite passant par le point A et de vecteur directeur $\vec{u}(2; -2; 1)$

- 1
 - a Calculer la distance ΩA (0, 25)
 - b Montrer que les droites (Δ) et (ΩA) sont perpendiculaires (0, 5)
 - c Dédurre la position relative de la droite (Δ) et la sphère (S) (0, 25)
- 2 Soit le point $M_a(2a - 3; 3 - 2a; a - 1)$ où $a \in \mathbb{R}$, montrer que $\overrightarrow{AM_a} = (a - 2)\vec{u}$ et déduire que $M_a \in (\Delta)$ pour tout $a \in \mathbb{R}$ (0, 5)
- 3
 - a Vérifier que $2x - 2y + z - 9a + 13 = 0$ est une équation du plan (P_a) passant par M_a et perpendiculaire à la droite (Δ) (0, 5)
 - b Montrer que $d(\Omega; (P_a)) = |3a - 6|$ (0, 5)
 - c Déterminer les deux valeurs de a pour lesquelles le plan (P_a) est tangent à la sphère (S) (0, 5)

Exercice 3 || 3 points

Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A , B et C d'affixes respectives $Z_A = 1 + 5i$, $Z_B = 1 - 5i$ et $Z_C = 5 - 3i$

- 1 Déterminer le nombre complexe Z_D affixe du point D milieu du segment $[AC]$ (0, 25)
- 2 Soit h l'homothétie de centre A et de rapport $\frac{1}{2}$. Déterminer le nombre complexe Z_E affixe du point E l'image de B par h (0, 5)
- 3 On considère la rotation R de centre C et d'angle $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, déterminer l'image de B par R (0, 5)

- 4 Soit F le point d'affixe $Z_F = -1 + i$
- a Vérifier que $\frac{Z_D - Z_A}{Z_F - Z_A} \times \frac{Z_F - Z_E}{Z_D - Z_E} = -1$ (0, 25)
 - b En déduire que $(\overrightarrow{AF}; \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{ED}; \overrightarrow{EF}) \equiv \pi [2\pi]$ (0, 5)
 - c Déterminer la forme trigonométrique du nombre $\frac{Z_E - Z_F}{Z_A - Z_F}$ et déduire la nature du triangle AEF (0, 5)
 - d Déduire que les points A, D, E et F appartiennent à un cercle dont on déterminera un diamètre (0, 5)

Exercice 4 || 3 points

Une urne contient trois boules blanches, quatre boules rouges et cinq boules vertes, indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne

① On considère les événements suivants :

A : Obtenir exactement deux boules rouges

B : Obtenir exactement une boule verte

a Montrer que : $P(A) = \frac{12}{55}$ et $P(B) = \frac{21}{44}$ (0,75)

b Calculer $P(A/B)$: la probabilité de l'événement A sachant que l'événement B est réalisé. Les événements A et B sont-ils indépendants ? (0,75)

② Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de boules vertes tirées

a Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X (1)

b Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux boules vertes (0,5)

Problème || 8,5 points

Soit f la fonction numérique définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = x^4 (\ln(x) - 1)^2 & \text{si } x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

Et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$
(Unité : 1cm)

- 1 Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis déterminer la branche infinie de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $+\infty$ (0, 75)
- 2
 - a Montrer que f est continue à droite au point 0 (0, 5)
 - b Étudier la dérivabilité de f à droite en 0 puis interpréter le résultat géométriquement (0, 5)
- 3
 - a Montrer que $f'(x) = 2x^3 (\ln(x) - 1) (2\ln(x) - 1)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$ (0, 75)
 - b Dresser le tableau de variations de f (0, 5)

- 4 a Sachant que $f''(x) = 2x^2(6 \ln(x) - 5) \ln(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$, étudier le signe de f'' sur $]0; +\infty[$ (0, 5)
- b Dédire que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet deux points d'inflexion dont on déterminera les abscisses (0, 5)
- 5 a Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. On prend : $\sqrt{e} \approx 1,6$ et $e^2 \approx 7,2$ (1)
- b En utilisant la courbe $(\mathcal{C}_f)$, déterminer le nombre de solutions de l'équation : $x^2(\ln(x) - 1) = -1$ (0, 5)
- 6 On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = f(|x|)$
- a Montrer que la fonction g est paire (0, 5)
- b Construire $(\mathcal{C}_g)$ la courbe représentative de g dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (0, 5)

- 7 a On pose $I = \int_1^e x^4 (\ln(x) - 1) dx$, en utilisant une intégration par parties, montrer que : $I = \frac{6 - e^5}{25}$ (0,5)
- b On considère la fonction h définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :
 $h(x) = x^5 (\ln(x) - 1)^2$. Vérifier que :
 $h'(x) = 5f(x) + 2x^4 (\ln(x) - 1)$ (0,5)
- c Dédurre que $\int_1^e f(x) dx = -\frac{1}{5} - \frac{2}{5}I$ (0,5)
- d Calculer l'aire du domaine délimité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$ (0,5)