**Exercice 1:** Calculer les intégrals suivants (utilisation des primitives)

1. $\int_0^3 e^x dx$
2. $\int_0^3 x^2 dx$
3. $\int_0^\pi \cos x dx$
4. $\int_0^3 \frac{dx}{x^2}$
5. $\int_0^3 6xe^{3x^2+1}dx$
6. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x e^{\sin x}dx$
7. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{1+\sin x}dx$
8. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos t}{\sqrt{1+\sin t}}dt$
9. $\int_1^e \frac{\ln t}{t}dt$
10. $\int_2^3 (3x^2+x-1)dx$
11. $\int_0^1 \frac{1}{3x+1}dx$
12. $\int_0^1 \frac{2x+3}{x^2+3x+1}dx$
13. $\int_2^3 \sqrt[3]{x^5}dx$
14. $\int_1^e \frac{\ln^3 x}{x}dx$
15. $\int_1^e \frac{3x^3+1}{x}dx$
16. $\int_3^4 \frac{x-6}{x^2-4}dx$ vérifier que $\frac{x-6}{x^2-4} = \frac{-1}{x-2} + \frac{2}{x+2}$ 
17. $\int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^3}dx$
18. $\int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{1+e^x}dx$
19. $\int_e^{e^2} \frac{dt}{t\ln t}$
20. $\int_1^{e^2} \frac{\cos(\ln x)}{x}dx$
21. $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+x+1}}dx$
22. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx$
23. $\int_1^e \frac{3x}{x+1}dx$
24. $\int_1^e \frac{3x^3+1}{x}dx$
25. $\int_{\frac{1}{e}}^{\frac{1}{e^2}} \frac{dt}{t\ln^2 t}$
26. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x \cdot \cos 3x dx$

**Exercice 2:** Calculer les intégrals suivants (relation de Chasles) 

1. $\int_{-2}^3 |x|dx$
1. $\int_0^2 |x-1|dx$
1. $\int_{-1}^3 |x^2-3x+2|dx$
1. $\int_0^{2\pi} |\sin t|dt$

**Exercice 3:** Calculer les intégrals suivants (par parties) 

1. $\int_{-\pi}^0 x\cos x dx$
2. $\int_0^{\ln 2} xe^x dx$
3. $\int_1^e x\ln x dx$
4. $\int_0^1 (x-1)e^{2x}dt$
5. $\int_0^{\frac{\pi}{6}} x\cos 3x dx$
6. $\int_0^{\sqrt{3}} \frac{t^3}{\sqrt{1+t^2}}dt$
7. $\int_1^e (2x-1)\ln x dx$
8. $\int_0^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2}dx$
9. $\int_1^{e^2} \frac{\ln x}{\sqrt{x}}dx$
10. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\cos^2 x}dx$
11. $\int_0^1 t^2e^{-t}dt$
12. $\int_0^1 t^2e^{-t}dt$
13. $\int_0^1 \ln(x+\sqrt{x^2+1})dx$
14. $\int_0^{\ln 2} e^x\ln(e^x+\sqrt{e^{3x}+1})dx$
15. $\int_1^2 x\sqrt{3-x}dx$

**Exercice 4:** 

Soient les intégrals suivants: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^2 x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^2 x dx$

Calculer $I+J$, $I-J$, puis en déduir $I$ et $J$

**Exercice 5:** 

Soient les intégrals suivants: $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^4 x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^4 x dx$ et $K = \int_0^{\frac{\pi}{4}} 2\sin^2 x\cos^2 x dx$

1. Calculer $I-J$, $I+J+K$
2. Ecrir $2\sin^2 x\cos^2 x$ en fonction de $\sin 2x$ et $\cos 4x$.
3. Calculer $K$ puis en déduir $I$ et $J$

**Exercice 6:** 

Soient les intégrals suivants:

$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\cos x+\sin x}xdx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\cos x+\sin x}xdx$

Calculer $I+J$, $I-J$, puis en déduir $I$ et $J$

**Exercice 7:** 

Soit la fonction $f$ définie par $f(x) = \frac{e^{3x}}{e^{2x}-1}$

Soit la fonction $F$ définie sur $\mathbb{R}_-^*$ par

$F(x) = e^x - \frac{1}{2}[\ln(1+e^x) - \ln(1-e^x)]$

1. Vérifier que $F$ est une primitive de $f$ sur $\mathbb{R}_-^*$
2. Calculer $\mathscr{A}(\lambda)$ l'aire de la partie du plan comprie entre $\mathscr{C}_f$ et l'axe des abscisses et les deux droites $x = \ln\frac{1}{2}$ et $x = \lambda$ tel que $\lambda < \ln\frac{1}{2}$
3. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathscr{A}(\lambda)$

**Problème :** Un objet se déplace le long de l'axe des $x$ positifs de telle sorte que sa vitesse à tout moment $t$ est donnée par la fonction $v(t) = 2t$ mètres par seconde. Au temps $t = 0$, l'objet se trouve à la position $x = 0$. Trouvez la position de l'objet au temps $t = 3$ secondes.

**Exercice 8:** 

1. Soit $f$ la fonction définie par $f(x) = \sqrt{\ln(x)}$ determiner $D_f$
2. Montrer que $F : x \mapsto x\ln x - x$ est une fonction primitive de $f^2$ sur $[1, +\infty[$
3. Calculer le volume généré par la rotation de $\mathscr{C}_f$ autour de l'axe des abscisses dans l'intervalle $[1, e]$

**Exercice 9:** 

Soient les fonctions $f$ et $g$ définies sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = x^2$ respectivement.

Soient $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ les courbes représentatives de $f$ et $g$ respectivement dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\|\vec{i}\| = 3cm$ $\|\vec{j}\| = 2cm$

1. Construir $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$
2. Calculer en $cm^2$ l'aire de la partie $(S)$ du plan comprie entre $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$ et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$
3. Calculer le volume généré par la rotation de $(S)$ autour de l'axe des abscisses.

**Exercice 10:** 

le plan est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

Soit l'ensemble suivant: $E = \{M(x,y)/\frac{x^2}{4} + y^2 = 1\}$

remarquer que $-1 \leq y \leq 1$ et $-2 \leq x \leq 2$

Calculer le volume généré par la rotation de $(E)$ autour de l'axe des abscisses.

> *"Integrals are the bridge between the infinitesimal and the infinite, connecting the discrete and the continuous."*

MOSAID le 16/02/2024