Exercice 1 (4.5 points)

0,5 | Soit f une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{2x^2-5x-3}{x-3} & ; x \neq 3 \\ f(3) = 7 \end{cases}$

1 | **1)** a) Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R}) : 2x^2-5x-3 = (x-3)(2x+1)$

1 | b) Montrer que f est continue en 3

1 | **2)** a) Montrer que f est dérivable en 3

1 | b) Déterminer l'équation de la tangente de la courbe de f en 3

Exercice 2 (4 points)

2 | **1)** Calculer les limites suivantes : $\lim\limits_{x\to 5} \dfrac{x-5}{\sqrt[3]{3x-7}-2}$; $\lim\limits_{x\to -\infty} \sqrt[4]{16x^4+2}-x$

1 | **2)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation ; $(E) : 2\sqrt[3]{x} - 5\sqrt[6]{x} - 3 = 0$

1 | **3)** Soit a un réel, déterminer la valeur de a sachant que $\lim\limits_{x\to 2}(x-a)^3 = -27$

Exercice 3 (7.5 points)

0,5 | Soit g une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = x^3+x^2-3$

0,5 | **1)** Calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x)$ et $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x)$

1 | **2)** a) Vérifier que $g'(x) = x(3x+2)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

1 | b) Dresser le tableau de variations de g sur $\mathbb{R}$ en justifiant votre réponse

1 | **3)** a) Montrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]1;2[$

1 | b) Vérifier que $\alpha = \dfrac{3}{\alpha^2+\alpha}$ puis en déduire que $\alpha < \dfrac{3}{2}$

1 | c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $(E) : x^{12}+x^8-3 = 0$

0,5 | **4)** Soit f une fonction définit sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 - 3x + 1$

1 | a) Vérifier que $f'(x) = g(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$

1 | b) Etudier le sens variations de f sur $\mathbb{R}$ en justifiant votre réponse

1 | c) Montrer que $f(\alpha) < 0$ puis déterminer le nombre de solution de l'équation $f(x) = 0$

Exercice 4 (5 points)

1 | Soit f la fonction définie par : $f(x) = 3 + 2\sqrt{2-x}$

1 | **1)** Vérifier que $D_f =]-\infty;2]$ et calculer $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

0,5 | **2)** a) Etudier la dérivabilité de f à gauche de 2

0,5 | b) Donner une interprétation géométrique du résultat

0,5 | **3)** a) Calculer $f'(x)$ pour tout x dans $]-\infty;2[$

0,5 | b) Dresser le tableau de variations de f en justifiant votre réponse

1 | **4)** Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera

1 | c) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout $x \in J$