**$2^{\text{ème}}$ bac PC/SVT** **Durée : 2 heures**

**Devoir surveillé n°1**

www.mosaid.xyz

## Exercice(1) ---------------------------------------------------- (17 points)

Soit $f$ une fonction numérique définie par : $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}+1 & ; x > 0 \\ -x^2-2x+1 & ; x \leq 0 \end{cases}$

1 | **1** – Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2 | **2** – Étudier la continuité de $f$ sur $]0,+\infty[$ et $]-\infty,0]$ puis en 0

0.5 | En déduire que $f$ est continue sur $\mathbb{R}$

3 | **3** – a) Étudier la dérivabilité de $f$ en 0 à droite et à gauche puis interpréter géométriquement les résultats obtenus.

1 | – b) Étudier la dérivabilité de $f$ sur $]0,+\infty[$ puis vérifier que : $\forall x \in ]0,+\infty[, f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

1 | – c) Étudier la dérivabilité de $f$ sur $]-\infty,0]$ puis vérifier que : $\forall x \leq 0, f'(x) = -2x-2$

1 | **4** – a) Montrer que $f$ est strictement croissante sur $[0,+\infty[$ et sur $]-\infty,-1]$ et elle est strictement décroissante sur $[-1,0]$

0.75 | – b) Dresser le tableau de variations de $f$

1 | **5** – Donner l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe de $f$ au point d'abscisse $-3$

1 | **6** – a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique $\alpha$ dans $]-3,-2]$

1 | b) En utilisant la Dichotomie donner un autre encadrement de $\alpha$

**7** – Soit $g$ une fonction numérique définie sur $]-\infty,-1]$ par : $g(x) = f(x)$

1.5 | – a) Montrer que $g$ admet une fonction réciproque $g^{-1}$ définie sur l'intervalle $J$ à déterminer

1.5 | – b) Montrer que $g^{-1}$ est dérivable en $-2$ puis déterminer $(g^{-1})'(-2)$

0.75 | – c) Dresser le tableau de variations de $g^{-1}$

## Exercice(2) ---------------------------------------------------- (3 points)

Soit $h$ une fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par : $h(x) = x^{n+1} - 3x^n + 1$ avec $n \in \mathbb{N}^*$

1 | **1** – Montrer que $h$ :
est strictement décroissante sur $\left[0, \dfrac{3n}{n+1}\right]$ et elle est strictement croissante sur $\left[\dfrac{3n}{n+1}, +\infty\right[$.

0.5 | **2** – Donner le tableau de variations de $h$.

0.5 | **3** – En déduire que $h\left(\dfrac{3n}{n+1}\right) < 0$ (remarquer que $h(1) = -1$)

1 | **4** – Montrer que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha$ tel que $\dfrac{3n}{n+1} < \alpha < 3$.

*Bonne chance à tous*