

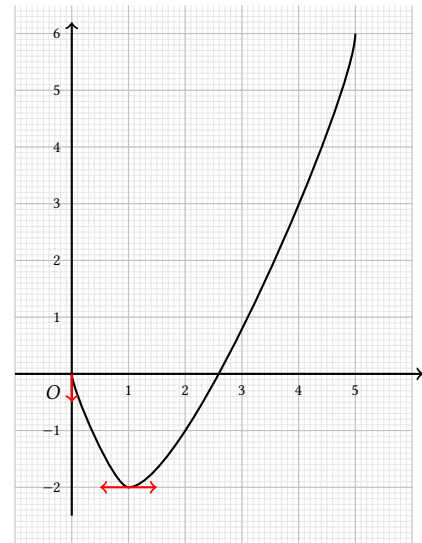
Exercice 1

1. Mettre en ordre croissant les nombres $\sqrt[6]{5}$; $\sqrt[4]{3}$ (1pt)
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$: $\sqrt[3]{x^2 + 2} = \sqrt[3]{2x + 1}$; $\sqrt[3]{4x - 5} \leq 3$ (1.5pt)
3. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \rightarrow 1} \sqrt[3]{x^3 + x + 6}$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt[3]{8x^3 + 5} - 2x$ (1.5pt)
4. Calculer $f'(x)$ dans les cas suivants : $f(x) = \sin(3x + 2)$ $I = \mathbb{R}_+^*$; $f(x) = \sqrt[6]{(x^2 + 5x)}$ $I = \mathbb{R}_+^*$ (2pt)

Exercice 2

Soit f la fonction numérique définie sur $[0, +\infty[$ et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (voir la figure).

1. Déterminer $f(0)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ (1pt)
2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α tel que : $1 < \alpha < 4$ (1pt)
3. Déterminer $f'(1)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0}$ (1pt)
4. Montrer que g la restriction de f sur $I = [0, 1]$ admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à Déterminer. (0.5pt)
5. Dresser le tableau de variations de la fonction g^{-1} (0.5pt)
6. Construire dans le même repère la courbe de la fonction $(C_{g^{-1}})$. (0.5pt)



Exercice 3

I. Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par :
$$\begin{cases} f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1} & ; x \geq 1 \\ f(x) = x^3 + 2x - 1 & ; x < 1 \end{cases}$$

1. Montrer que la fonction f est continue en 1. (1pt)
2. Étudier la continuité de la fonction f sur $\mathbb{R}$. (1pt)
3. Étudier la dérivabilité de f en 1 puis interpréter graphiquement les résultats obtenus. (2pt)
4. Montrer que
$$\begin{cases} f'(x) = \frac{4(1 - x^2)}{(x^2 + 1)^2} & ; x > 1 \\ f'(x) = 3x^2 + 2 & ; x < 1 \end{cases}$$
 (2pt)
5. Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $[1, +\infty[$. (1pt)
6. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$. (1pt)

II. Soit g la fonction définie sur l'intervalle $I = [1, +\infty[$ par : $g(x) = \frac{1}{3}f(x)$

1. Montrer que g admet une fonction réciproque définie sur un intervalle J à Déterminer. (1pt)
2. Montrer que g^{-1} est dérivable en $\frac{2}{3}$ et donner $(g^{-1})'(\frac{2}{3})$ (Calculer $g(3)$) (1pt)