| ثانوية تاهلة التأهيلية | فرض محروس رقم 1 | ثانية باك علوم رياضية |
|---|---|---|
| ذ. بوزيان بورايس | الدورة I | السنة الدراسية : 2025/2026 |
| مادة الرياضيات | | المدة الزمنية: $2h$ |

## التمرين 01:(4,5 نقط)

1 (1) بين أن: $\arctan(1)+\arctan(2)+\arctan(3)=\pi$ .

1,5 (2) بين أن: $\forall x\in]-1;1[: \arctan\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)=2\arctan(x)$ .

2 (3) احسب النهايتين :

$$\lim_{x\longrightarrow+\infty} x\arctan\left(\frac{x+1}{x^2}\right) \qquad \lim_{x\longrightarrow 0}\frac{\sqrt{1+2x^2}-\sqrt[3]{1+2x^2}}{\tan^2(x)}$$

## التمرين 02:(7 نقط)

نعتبر الدالة العددية $\varphi$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\varphi(x)=x\sqrt{1+x^2}+1$ .

1,5 (1) بين أن الدالة $\varphi$ قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن : $\forall x\in\mathbb{R}: \varphi'(x)=\frac{1+2x^2}{\sqrt{1+x^2}}$ .

0,5 (2) بين أن الدالة $\varphi$ تقابل من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ .

1 (3) استنتج أن المعادلة $\varphi(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ في $\mathbb{R}$ ثم تحقق أن : $-1<\alpha<0$ .

1.5 (4) بين أن الدالة $\varphi^{-1}$ قابلة للإشتقاق في 0 وأن : $\left(\varphi^{-1}\right)'(0)=\frac{-1}{\alpha(1+2\alpha^2)}$ .

1 (5) بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}: 2\left(\varphi^{-1}(x)\right)^2=\sqrt{4x^2-8x+5}-1$ .

1,5 (6) احسب من جديد $\left(\varphi^{-1}\right)'(0)$ ثم بين أن : $\alpha=-\sqrt{\frac{\sqrt{5}-1}{2}}$ .

## التمرين 03:(8,5 نقط)

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة على $\left]\frac{-1}{\sqrt{3}};+\infty\right[$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\frac{4}{\pi}\arctan\left(\sqrt{1+x}\right)-1; x\geq 0 \\ f(x)=\frac{1-\sqrt[3]{1-3x^2}}{x}; x<0 \end{cases}$$

0.5 (1) احسب النهاية : $\lim_{x\longrightarrow+\infty} f(x)$ .

1 (2) بين أن الدالة $f$ متصلة في 0 .

1 (3) (ا) بين أن الدالة $f$ قابلة للاشتقاق في 0 على اليمين ثم أول النتيجة هندسيا .

1 (ب) ادرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ في 0 على اليسار ثم أول النتيجة هندسيا .

0.5 (ج) هل الدالة $f$ قابلة للإشتقاق في 0 ؟ علل جوابك؟ .

1,25 (4) (ا) بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^+): f'(x)=\frac{2}{\pi(2+x)\sqrt{1+x}}$.

1,25 (ب) احسب $f'(x)$ لكل $x$ من $\left]\frac{-1}{\sqrt{3}};0\right[$.

(5) لتكن $g$ قصور الدالة $f$ على المجال $\mathbb{R}^+$.

1 (ا) بين أن الدالة $g$ تقابل من $\mathbb{R}^+$ نحو مجال $J$ يتم تحديده .

1 (ب) حدد $g^{-1}(x)$ لكل $x$ من $J$.

والله ولي التوفيق