

Exercice 1 : Nombre dérivé

Calculez le nombre dérivé $f'(a)$ pour les fonctions suivantes :

- ① $f(x) = x^2 - 3x + 1, a = 1$
- ② $f(x) = \frac{1}{x}, a = 2$
- ③ $f(x) = \sqrt{x}, a = 4$
- ④ $f(x) = x^3, a = -1$
- ⑤ $f(x) = 2x^2 + 5, a = 0$
- ⑥ $f(x) = \frac{x+1}{x-1}, a = 2$
- ⑦ $f(x) = \sqrt{2x+3}, a = 3$
- ⑧ $f(x) = x^2 + \sqrt{x}, a = 1$
- ⑨ $f(x) = -x^2 + 4x, a = 2$
- ⑩ $f(x) = \frac{2}{x^2}, a = 1$

Exercice 2 : Équation de la tangente

Donner l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point a :

- ① $f(x) = x^2$ en $a = 1$
- ② $f(x) = x^3 - 2x$ en $a = 0$
- ③ $f(x) = \sqrt{x+1}$ en $a = 3$
- ④ $f(x) = \frac{1}{x+1}$ en $a = 0$
- ⑤ $f(x) = x^2 - 4x + 3$ en $a = 2$
- ⑥ $f(x) = \sqrt{2x}$ en $a = 2$
- ⑦ $f(x) = x^3 + x$ en $a = -1$
- ⑧ $f(x) = \frac{x}{x+1}$ en $a = 1$
- ⑨ $f(x) = -2x^2 + 5$ en $a = -1$
- ⑩ $f(x) = \sqrt{x^2 + 3}$ en $a = 1$

Exercice 3 & 4 : Fonction dérivée

Donner la fonction dérivée $f'(x)$ pour :

- ① $f(x) = 5x^4 - 3x^2 + 7$
- ② $f(x) = (2x+1)^3$
- ③ $f(x) = \sqrt{x^2+1}$
- ④ $f(x) = \frac{3x-1}{x+2}$
- ⑤ $f(x) = x\sqrt{x}$
- ⑥ $f(x) = (x^2+1)(3x-2)$
- ⑦ $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$
- ⑧ $f(x) = \sqrt{3x-5}$
- ⑨ $f(x) = (x^2-1)^5$
- ⑩ $f(x) = \frac{x^2}{x-3}$

Exercices 5 : Fonctions dérivées

Donner la fonction dérivée $f'(x)$ pour les fonctions suivantes :

Partie A : Polynômes et puissances

- ① $f(x) = 7x^3 - 4x + 2$
- ② $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 5$
- ③ $f(x) = (x^2 - 3x)^4$
- ④ $f(x) = -5x^4 + 2x^3 - x + 10$
- ⑤ $f(x) = x(x^2 - 1)^3$
- ⑥ $f(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{x^3}{3} + x$
- ⑦ $f(x) = (2x+3)^5$
- ⑧ $f(x) = (x^2 + x + 1)^2$
- ⑨ $f(x) = x^4 - 2\sqrt{2}x^2 + 1$
- ⑩ $f(x) = (3x^2 - 1)^3$

Partie B : Fonctions rationnelles

11. $f(x) = \frac{2x-3}{x+1}$
12. $f(x) = \frac{x^2+1}{2x-1}$
13. $f(x) = \frac{1}{x^2+x+1}$
14. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$
15. $f(x) = \frac{3}{2x-5}$
16. $f(x) = \frac{x^2-4}{x^2+4}$
17. $f(x) = \frac{2x+1}{x^2-3}$
18. $f(x) = \frac{x+2}{x^2+x+1}$
19. $f(x) = \frac{5x^2-2x}{x-1}$
20. $f(x) = \frac{-x^2+3x}{2x+4}$

Partie C : Fonctions avec racine carrée

21. $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1}$
22. $f(x) = x\sqrt{x}$
23. $f(x) = \sqrt{2x-1}$
24. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x+1}$
25. $f(x) = (2x+1)\sqrt{x}$
26. $f(x) = \sqrt{x^2-4}$
27. $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$
28. $f(x) = x^2\sqrt{x+3}$
29. $f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$
30. $f(x) = \sqrt{x^3+2x}$

Partie D : Fonctions composées et variées

31. $f(x) = (x^2+1)(2x-3)^2$
32. $f(x) = \frac{(x-1)^2}{x+2}$
33. $f(x) = \sqrt{(x-1)^2}$
34. $f(x) = x^3 - \frac{1}{x^3}$
35. $f(x) = (x+1)^2(x-2)$
36. $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2+1}$
37. $f(x) = \sqrt{x^2-2x+1}$
38. $f(x) = (3x-2)^4(x+1)$
39. $f(x) = \frac{x^3-x}{x^2+1}$
40. $f(x) = (x^2+x)\sqrt{2x+1}$

Exercice 6 : Étude de la monotonie

Étudier le signe de $f'(x)$ pour déduire les variations de f :

- ① $f(x) = x^2 - 4x + 5$
- ② $f(x) = -x^3 + 3x$
- ③ $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$
- ④ $f(x) = \sqrt{x+2}$
- ⑤ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$
- ⑥ $f(x) = \frac{x^2+1}{x}$
- ⑦ $f(x) = -2x^2 + 8x - 3$
- ⑧ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$
- ⑨ $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$
- ⑩ $f(x) = x\sqrt{x-1}$

Exercice 7 : Limites via le nombre dérivé

Calculer les limites :

- ① $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-1}{x-1}$
- ② $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3-8}{x-2}$
- ③ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$
- ④ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1}$
- ⑤ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+1)^3-1}{x}$
- ⑥ $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+6}-3}{x-3}$
- ⑦ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4-1}{x-1}$
- ⑧ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1}-3}{x-2}$
- ⑨ $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+2)^2-4}{x}$
- ⑩ $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{1}{x}-1}{x-1}$