الدوران

I- الدوران والدوران العكسي لدوران :

1- تعريف الدوران :

لتكن Ω نقطة من المستوى و α عددا حقيقيا .
الدوران الذي مركزه Ω وزاويته α هو التطبيق من المستوى نحو المستوى الذي يربط كل نقطة M من المستوى بالنقطة M' المعرفة بـ:
- إذا كان $M=\Omega$ فإن $M'=\Omega$ - وإذا كان $M\neq\Omega$ فإن : $\Omega M'=\Omega M$ و $\left(\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}\right)\equiv\alpha\,[2\pi]$.

خاصية :

الدوران الذي مركزه Ω وزاويته α هو نفس الدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\alpha+2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$.

ترميز واصطلاحات :

- نرمز للدوران الذي مركزه Ω وزاويته α بالرمز $r(\Omega;\alpha)$ أو r .
- إذا كانت M' صورة M بالدوران $r(\Omega;\alpha)$ ، نقول إن الدوران r يحول النقطة M على النقطة M' ، ونكتب $r(M)=M'$.

نتائج :

- ليكن r الدوران الذي مركزه Ω وزاويته α ، لدينا $r(\Omega)=\Omega$ ونقول إن النقطة Ω صامدة بالدوران r .
- إذا كان $\alpha\neq2k\pi$ حيث $k\in\mathbb{Z}$ ، فإن النقطة الصامدة الوحيدة هي Ω ، (أي $M=\Omega\Leftrightarrow r(M)=M$)

حالات خاصة :

ليكن $r(\Omega;\alpha)$ دورانا ،
- إذا كان $\alpha\equiv0\,[2\pi]$ ، فإن صورة كل نقطة من المستوى هي نفسها ، أي جميع نقط المستوى صامدة .
- إذا كان $\alpha\equiv\pi\,[2\pi]$ ، فإن الدوران $r(\Omega;\alpha)$ هو التماثل المركزي الذي مركزه Ω . (أي : $r(\Omega;\pi)=S_\Omega$)

2- الدوران العكسي لدوران :

ليكن r دورانا مركزه Ω وزاويته α ، الدوران الذي مركزه Ω وزاويته $-\alpha$ يسمى الدوران العكسي للدوران r ونرمز له بالرمز r^{-1} ، ولدينا : $\forall M\in(P):r(M)=M'\Leftrightarrow r^{-1}(M')=M$

II- خاصيات الدوران :

خاصية 1 : (الحفاظ على المسافة)

إذا كانت A و B نقطتين من المستوى و A' و B' صورتيهما على التوالي بدوران فإن : $A'B'=AB$
ونقول إن الدوران يحافظ على المسافة .

خاصية 2 :

ليكن r دورانا زاويته α ،
إذا كانت A و B نقطتين من المستوى و A' و B' صورتيهما على التوالي بالدوران r فإن : $\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{A'B'}\right)\equiv\alpha\,[2\pi]$

خاصية 3 : (الحفاظ على قياس زاوية موجهة)

إذا كانت A و B و C ثلاث نقط مختلفة مثنى مثنى من المستوى و A' و B' و C' صورها على التوالي بدوران فإن :
$\left(\overrightarrow{A'B'};\overrightarrow{A'C'}\right)\equiv\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)[2\pi]$ (ونقول إن الدوران يحافظ على قياس زاوية موجهة).

خاصية 4 : (الحفاظ على المرجح)

إذا كان G مرجح نقطتين متزنتين $(A;\alpha)$ و $(B;\beta)$ و G' و A' و B' صور النقط G و A و B على التوالي بدوران ،
فإن G' مرجح النقطتين المتزنتين $(A';\alpha)$ و $(B';\beta)$. (ونقول إن الدوران يحافظ على المرجح) .

ملاحظة : يمكن تعميم الخاصية 4 إلى مرجح ثلاث نقط أو أربع نقط أو أكثر .

استنتاجات :

- ليكن I منتصف قطعة $[AB]$ ، إذا كانت I' و A' و B' صور النقط I و A و B على التوالي بدوران ، فإن I' منتصف القطعة $[A'B']$. (ونقول إن الدوران يحافظ على المنتصف) .
- إذا كانت A و B و C ثلاث نقط مستقيمية من المستوى و A' و B' و C' صورها على التوالي بدوران فإن النقط A' و B' و C' مستقيمية ، ونقول إن الدوران يحافظ على استقامية النقط .

III- صور بعض الأشكال بدوران :

خاصية :

لتكن A و B و C ثلاث نقط من المستوى و A' و B' و C' على التوالي صورها بدوران r ، لدينا :
- صورة المستقيم (AB) هي المستقيم $(A'B')$. - صورة القطعة $[AB]$ هي القطعة $[A'B']$.
- صورة نصف المستقيم $[AB)$ هي نصف المستقيم $[A'B')$.
- صورة الدائرة $C(O;R)$ التي مركزها O وشعاعها R هي الدائرة $C'(O';R)$ التي مركزها $O'=r(O)$ وشعاعها R .

استنتاجات :

- صورتا مستقيمين متعامدين بدوران هما مستقيمان متعامدان ، ونقول إن الدوران يحافظ على التعامد .
- صورتا مستقيمين متوازيين بدوران هما مستقيمان متوازيان ، ونقول إن الدوران يحافظ على التعامد .