Solution devoir 1

Exercice 1

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2+3x-2}{2x+1} = \frac{1^2+3(1)-2}{2(1)+1} = \frac{2}{3}$$

$$\lim_{x\to -\infty} 3x^2-2x+1 = \lim_{x\to -\infty} 3x^2$$

$$= 3(+\infty) = +\infty$$

calcule de $\lim_{x\to 3^+} \frac{2x+1}{x-3}$

tableau de signe de $x-3$:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$x-3$		$-$	0	$+$	

alors $\lim_{x\to 3^+} \frac{2x+1}{x-3} = \frac{2(3)+1}{0^+} = +\infty$

$$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-1}{2x^2-3x+1} = \lim_{x\to 1} \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{(x-1)}(2x-1)}$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{2x-1}$$

$$= \frac{1+1}{2(1)-1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3x^2-x+1}} = \lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x\left(1+\frac{1}{x}\right)}}{\sqrt{x\left(3x-1+\frac{1}{x}\right)}}$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x}\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{\sqrt{x}\sqrt{3x-1+\frac{1}{x}}}$$

$$= \lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{1+\frac{1}{x}}}{\sqrt{3x-1+\frac{1}{x}}}$$

On a $\lim_{+\infty} \sqrt{1+\frac{1}{x}} = 1$

et $\lim_{+\infty} 3x-1+\frac{1}{x} = +\infty - 1 + 0$
$= +\infty$

alors $\lim_{x\to +\infty} \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{3x^2-x+1}} = \frac{1}{+\infty} = 0$

Exercice

1- $\lim_{x\to +\infty} \frac{2+\sqrt{x}}{x^2} = \lim_{x\to +\infty} \frac{2}{x^2} + \frac{\sqrt{x}}{x^2}$

$$= \lim_{+\infty} \frac{2}{x^2} + \frac{\sqrt{x}\sqrt{x}}{\sqrt{x}\times x^2}$$

$$= \lim_{+\infty} \frac{2}{x^2} + \frac{x}{x^2\sqrt{x}}$$

on a $\lim_{+\infty} \frac{2}{x^2} = 0$

et $\lim_{+\infty} \frac{x}{x^2\sqrt{x}} = \lim_{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{+\infty}$
$= 0$

alors $\lim_{+\infty} \frac{2+\sqrt{x}}{x^2} = 0 + 0 = 0$

$$\lim_{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2} = \lim_{+\infty} \frac{x}{x^2\sqrt{x}} =$$

$$= \lim_{+\infty} \frac{1}{x\sqrt{x}} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

2- on sait que
$\forall x \in \mathbb{R}_+^* \quad -1 \leq \sin x \leq 1$

$\Longrightarrow -1+\sqrt{x} \leq \sqrt{x} + \sin x \leq 1+\sqrt{x}$

$\Longrightarrow \sqrt{x} \leq 1+\sqrt{x}+\sin x \leq 2+\sqrt{x}$

$\Longrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x^2} \leq \frac{1+\sqrt{x}+\sin x}{x^2} \leq \frac{2+\sqrt{x}}{x^2}$

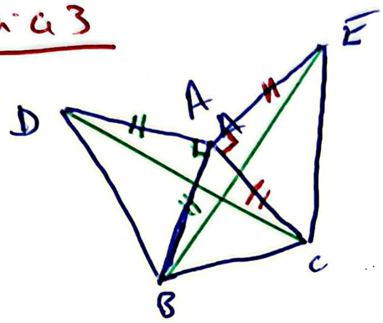
$\Longrightarrow \frac{\sqrt{x}}{x^2} \leq g(x) \leq \frac{2+\sqrt{x}}{x^2}$

puisque $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2} = 0$

et $\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{2+\sqrt{x}}{x^2} = 0$

alors $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = 0$

Exercice 3



soit R la rotation de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$

on a, dans le triangle ABD

$$\begin{cases} AD = AB \\ \overline{(\vec{AD}, \vec{AB})} \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow R(D) = B$$

on a dans le triangle ACE

$$\begin{cases} AC = AE \\ \overline{(\vec{AC}, \vec{AE})} \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi] \end{cases} \Leftrightarrow R(C) = E$$

donc $DC = BE$ car la rotation conserve la distance.

et on a $\overline{(\vec{DC}, \vec{BE})} \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$ angle entre le vecteur $\vec{DC}$ et son image $\vec{BE}$

alors $(DC) \perp (BE)$