

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (3x^4 + 2x^3 - 4).$

2. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - 3}{3x^4 - 5x^2 + x}.$

3. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 8}{x^2 + 3x + 2}.$

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{3x+1} - 2}{x-1}.$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 4x - 1} - 3x).$

6. $\lim_{\substack{x \rightarrow \sqrt{3} \\ x > \sqrt{3}}} \frac{2x^2 - 7}{3 - x^2}.$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x^3} \tan(2x).$

Exercice 2

1. Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 2 + \frac{\sqrt{x} \cos(x)}{x^2}.$

a. Montrer que $\forall x \in]0; +\infty[: |f(x) - 2| \leq \frac{1}{x\sqrt{x}}.$

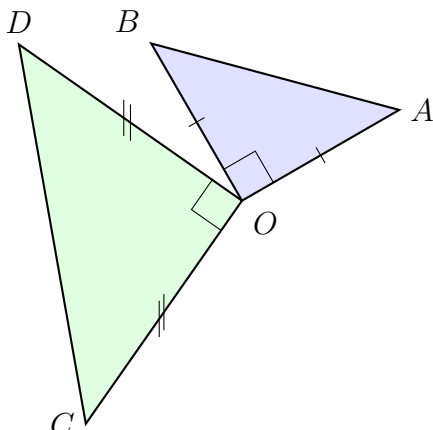
b. En déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x).$

2. a. Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R} : \sin(x) - \sqrt{3} \cos(x) = 2 \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$

b. En déduire la limite $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x) - \sqrt{3} \cos(x)}{3x - \pi}.$

Exercice 3 (5pts)

On considère les deux triangles OAB et OCD isocèles et rectangles en O (voir la figure ci-contre). Soit R



la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}.$

1. Montrer que $R(A) = B$ et $R(D) = C.$

2. Montrer que $BC = AD$ et que $(\overrightarrow{AD}; \overrightarrow{BC}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi].$

3. Soit M un point tel que $R(C) = M.$

a. Recopie la figure puis construire le point $M.$

b. Montrer que les deux droites (AC) et (BM) sont perpendiculaires.

c. Montrer que O est le milieu de $[DM].$

4. Soit (ζ) un cercle de centre D tel que $C \in (\zeta).$ Déterminer l'image de (ζ) par la rotation $R.$