

تمرين 1

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة ب

$$\begin{cases} U_0 = 1; U_1 = 2 \\ 3U_{n+1} = 5U_n - 2U_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

(1) احسب U_2 و U_3

(2) أ- بين أن (V_n) المعرفة ب $V_n = U_{n+1} - U_n$

هندسية حدد أساسها

ب- احسب V_n بدلالة n

(3) احسب بدلالة n المجموع

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1} + V_n$$

(4) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} = 4 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^n$

تمرين 2

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \geq 0}$ المعرفة ب

$$\begin{cases} U_0 = 1; U_1 = 4 \\ U_{n+1} = \frac{3}{2}U_n - \frac{1}{2}U_{n-1}, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

(1) احسب U_2 و U_3

(2) أ- حدد طبيعة المتتالية (V_n) المعرفة ب:

$$V_n = U_{n+1} - U_n$$

ب- احسب V_n بدلالة n

(3) احسب بدلالة n المجموع

$$S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1} + V_n$$

(4) احسب U_n بدلالة n

تمرين 3

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{2U_n}{3 + \sqrt{U_n}} \end{cases}$$

(1) احسب U_1 و U_2

(2) ادرس رتبة المتتالية (U_n)

(3) أ- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} \leq \frac{2}{3}U_n$

ب- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_n \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n$

تمرين 4

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب: $U_1 = \frac{2}{3}$ و

$$U_{n+1} = \frac{2n+2}{3n}U_n$$

(1) أ- احسب U_2

ب- نضع $\forall n \in \mathbb{N}; V_n = \frac{1}{n}U_n$ بين أن (V_n)

هندسية حدد أساسها

ج- احسب V_n ثم احسب U_n بدلالة n

(2) احسب بدلالة n المجموع

$$S_n = \frac{U_1}{1} + \frac{U_2}{2} + \dots + \frac{U_n}{n}$$

تمرين 5

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ حيث

$$\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = (1 - \sqrt{2})U_n + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

(1) احسب U_2 و U_3

(2) نعتبر المتتالية (V_n) حيث $V_n = U_n - 2$ $\forall n \in \mathbb{N}$.

أ- بين أن (V_n) هندسية

ب- احسب V_n ثم احسب U_n بدلالة n

(3) احسب $S_n = U_1 + U_2 + \dots + U_{n-1} + U_n$

بدلالة n

تمرين 6

نعتبر المتتالية المعرفة (U_n) بما يلي

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n^3}{3U_n^2 + 1}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(1) بين أن (U_n) تناقصية و أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_n > 0$

(2) أ- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} \leq \frac{1}{3}U_n$

ب- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$

تمرين 7

نعتبر المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة ب: $U_0 = 3$ و

$$U_{n+1} = \frac{U_n - \frac{1}{4}}{U_n + 2}$$

(1) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_n > -\frac{1}{2}$

(2) نضع $\forall n \in \mathbb{N}; V_n = \frac{2}{2U_n + 1}$

أ- بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{2}{3}$
ب- احسب V_n ثم احسب U_n بدلالة n

تمرين 8

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة

$$U_0 = 1 \quad (1) \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \sqrt{2 + U_n^2} \end{cases}$$

(2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة ب

$$\forall n \in \mathbb{N}; V_n = U_n^2$$

(3) أ- بين أن (V_n) حسابية حدد أساسها

ب- احسب V_n ثم احسب U_n بدلالة n

تمرين 9

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة

$$(1) \quad \begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \sqrt{\frac{U_n^2}{3} + 2} \end{cases}$$

بين بالترجع أن

$$\forall n \in \mathbb{N}; U_n \geq \sqrt{3}$$

(2) ادرس رتبة المتتالية (U_n)

تمرين 10

(1) نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة

$$(1) \quad \begin{cases} U_0 = \frac{3}{2} \\ U_{n+1} = \frac{2}{3 - U_n} \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}; 1 < U_n < 2$$

(2) تحقق أن

$$\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} - U_n = \frac{(U_n - 1)(U_n - 2)}{3 - U_n}$$

(3) استنتج رتبة المتتالية (U_n)

(3) استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_n \leq \frac{3}{2}$

تمرين 11

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول U_0

$$\begin{cases} U_0 - U_4 = 6 \\ 2U_0 + U_4 = 3 \end{cases} \quad \text{بحيث}$$

(1) حدد U_0 و U_4

(2) حدد الأساس r

(3) حدد U_n بدلالة n

(4) احسب المجموع $S = U_0 + U_1 + \dots + U_{49}$

تمرين 12

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة

$$\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{7U_n - 25}{U_n - 3}; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

(1) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}; U_n \neq 5$

(2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة ب

$$\forall n \in \mathbb{N}; V_n = \frac{1}{U_n - 5}$$

(3) أ- بين أن (V_n) حسابية حدد أساسها

ب- احسب V_n ثم احسب U_n بدلالة n

تمرين 13

نعتبر (U_n) متتالية هندسية حدودها سالبة أساسها q

(1) حدد إشارة العدد q

$$(2) \quad \begin{cases} U_0 + U_1 = -10 \\ U_0 \times U_1 = 16 \end{cases}$$

احسب U_0 و U_1 إذا علمت أن

(3) عبر عن U_n بدلالة n

تمرين 14

$$\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \frac{U_n - 4}{U_n + 6} \end{cases}$$

و المتتالية (V_n) معرفة ب $\forall n \in \mathbb{N}; V_n = \frac{1 + U_n}{4 + U_n}$

(1) بين أن (V_n) هندسية حدد أساسها و حدها الأول

(2) احسب V_n ثم احسب U_n بدلالة n

(3) حدد المجموع $S_n = V_1 + V_2 + \dots + V_n$ بدلالة n

