

**Exercice 1:**

Soient les vecteurs  $\vec{u}(2, -1)$  et  $\vec{v}(3, 4)$ .

1. Calculez le produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .
2. Calculez la norme des vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
3. Calculez  $\sin(\vec{u}, \vec{v})$  et  $\cos(\vec{u}, \vec{v})$ . En déduire la mesure  $(\vec{u}, \vec{v})$
- 4.1 Trouvez un vecteur  $\vec{w}$  tel que  $\vec{w}$  soit orthogonal à  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .
- 4.2 Vérifier que  $\vec{w}$  est bien orthogonal à  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$ .

**Exercice 2:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient  $\vec{u} = a\vec{i} + (2+a)\vec{j}$  ;  $\vec{v} = 4\vec{i} + (2+a)\vec{j}$   $a \in \mathbb{R}$

1. Déterminer  $a$  tel que  $\vec{u} \perp \vec{v}$
2. On pose  $a = -1$ 
  - 2.1 Déterminer une équation cartésienne pour chacune des droites:
    - $(D)$  passant par  $I(1, 0)$  et dirigée par  $\vec{u}$
    - $(\Delta)$  passant par  $J(0, 1)$  et de vecteur normal  $\vec{n}(2 - \sqrt{3}, 1)$
  - 2.2 Calculer  $\sin(\vec{u}, \vec{v})$  et  $\cos(\vec{u}, \vec{v})$ . En déduire la mesure principale  $(\vec{u}, \vec{v})$

**Exercice 3:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient les points  $A(1, 3)$ ,  $B(3, 2)$  et  $C(2, 1)$   
Déterminer analytiquement l'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $MA^2 - 3MB^2 + 2MC^2 = 0$ .

**Exercice 4:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient les points  $A(-1, -3)$ ,  $B(2, 1)$  et  $C(6, -2)$

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(D)$  médiatrice du segment  $[AB]$
2. Montrer que  $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 25$ . En déduire  $\cos(\vec{AB}, \vec{AC})$
3. Déterminer la nature de l'ensemble des points  $(\Delta) = \{M \in \mathcal{P} / \vec{AM} \cdot \vec{AC} = AB^2 - 5\}$
4. Soit  $(D_m) : m^2x - (2m + 1)x - 3 = 0$ . déterminer  $m$  tel que  $(\Delta) \perp (D_m)$

**Exercice 5:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient les points  $A(3, 1)$ ,  $B(-1, 5)$  et  $C(1, 1)$  et le cercle  $\mathcal{C}$  de centre  $\Omega(-2, 3)$  et de rayon 5

1. Déterminer une équation cartésienne du cercle  $\mathcal{C}$
2. Déterminer la position des points  $A, B$  et  $C$  par rapport au cercle  $\mathcal{C}$
3. Déterminer une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle  $ABC$

**Exercice 6:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient les points  $A(1, 2)$ ,  $B(0, 5)$   
et le cercle  $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$  et la droite  $D : x - 2y + 3 = 0$

1. Déterminer le centre et rayon du cercle  $\mathcal{C}$ 
  - 2.1 Vérifier que  $A \in \mathcal{C}$
  - 2.2 Déterminer une équation cartésienne de la droite  $\Delta$  de vecteur normal  $\vec{n}(3, 4)$  passant par  $B$
  - 2.3 Montrer que  $\mathcal{C} \cap \Delta = \emptyset$
- 3 Montrer que  $\mathcal{C}$  et  $(D)$  se coupent et déterminer l'intersection
4. Résoudre graphiquement 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 < 0 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \end{cases}$$
6. Déterminer l'équation cartésienne de la droite tangente au cercle  $\mathcal{C}$  au point  $A$

**Exercice 7:**

Dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On considère le cercle  $\mathcal{C} : x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ .

1. Déterminer le centre et rayon du cercle  $\mathcal{C}$
2. Déterminer une représentation paramétrique du cercle  $\mathcal{C}$
3. Étudier l'intersection du cercle  $\mathcal{C}$  et les axes du repère
4. Déterminer les équations cartésiennes des deux tangentes à  $\mathcal{C}$  qui ont le vecteur normal  $\vec{n}(4, 3)$
5. Déterminer les équations cartésiennes des deux tangentes à  $\mathcal{C}$  passant par  $A(2, 1)$

**Exercice 8:**

Dans un plan muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . On considère  $\mathcal{C}$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  tels que  $x^2 + y^2 - 2x - 3y = 0$ .

1. Montrer que  $\mathcal{C}$  est un cercle, un de ses diamètres est  $[AB]$  tel que  $A(2, 0)$  et  $B(0, 3)$

2.1 Vérifier que  $C(2, 3) \in \mathcal{C}$

2.2. Déterminer l'équation cartésienne de la droite tangente au cercle  $\mathcal{C}$  au point  $C$

3.1 Vérifier que  $E(-2, -3)$  est à l'extérieur du cercle  $\mathcal{C}$

3.2 Déterminer les équations cartésiennes des deux tangentes à  $\mathcal{C}$  passant par  $E$

4. Soit  $\mathcal{C}'$  le cercle de centre  $B$  et de rayon  $OB$ . Déterminer l'intersection de  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{C}'$

5.1 Déterminer l'intersection de  $(OC)$  et le cercle  $\mathcal{C}$

5.1 Résoudre graphiquement dans  $\mathbb{R}^2$  
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3y \leq 0 \\ 3x - 2y + 3 \leq 0 \end{cases}$$

**Exercice 9:**

Le plan est muni d'un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient les points  $A(-, 2)$ ,  $B(0, -1)$  et  $C(-2, 0)$  et  $\mathcal{C}$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  tels que  $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 = 0$ .

1. Montrer que  $\mathcal{C}$  est un cercle de rayon  $r = \sqrt{5}$ , en déterminant son centre

2. Déterminer la position des points  $A, B$  et  $C$  par rapport au cercle  $\mathcal{C}$

3. Déterminer l'équation cartésienne de la droite tangente au cercle  $\mathcal{C}$  au point  $A$

4.1 Montrer que la droite  $\Delta: x + 2y + 2 = 0$  est tangente à  $\mathcal{C}$  passant par  $C$

4.2 Déterminer l'autre tangente qui passe par  $C$

5.1 Calculer  $\vec{CA} \cdot \vec{CB}$ , en déduire que le triangle  $ABC$  est rectangle en  $C$

5.2. Déterminer une équation cartésienne du cercle  $\mathcal{C}'$  circonscrit au triangle  $ABC$

6 Résoudre graphiquement le système  $(x, y) \in \mathbb{R}^2$  
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y - 3 \leq 0 \\ x^2 + y^2 + x - y - 2 \leq 0 \end{cases}$$

7. Déterminer l'intersection du cercle  $\mathcal{C}$  et la droite d'équation  $x - 3y - 3 = 0$