

Exercice 1:(10pts)

I - Soit la suite numérique (U_n) définie par $\begin{cases} U_1 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n \end{cases} \quad \forall n \in \mathbb{N}$

- 1 1 - Calculer U_2, U_3
1.5 2 - Montrer que $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_n < 2$
1.5 3 - Montrer que (U_n) est croissante

II - Soient les suites numériques (u_n) et (v_n) définies par

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1 \end{cases} \quad v_n = u_n + 3$$

- 2 1 - Montrer que v_n est géométrique
1 2 - Ecrire v_n en fonction de n
1 3 - Ecrire u_n en fonction de n
1 4 - Calculer la somme $S = v_1 + v_2 + \dots + v_7$
1 4 - En deduire la somme $S = u_1 + u_2 + \dots + u_7$

Exercice 2:(10pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient les points $A(3, -1), B(1, 2), C(3, 2), D(2, \frac{8}{3})$ et l'ensemble (\mathcal{C}) des points $M(x, y)$ tels que

$$x^2 + y^2 - 4x - y + 1 = 0$$

- 2 1 - Montrer que (\mathcal{C}) est le cercle de diametre $[AB]$
1 2 - Determiner la position relative des points C et D par rapport au cercle (\mathcal{C})
2 3 - Determiner une équation cartésienne de la droite tangente à (\mathcal{C}) au point C
1 4 - Montrer que $(T) : -2x + 3y - 4 = 0$ et $(T') : 2x + 3y - 12 = 0$ sont les droites tangentes à (\mathcal{C}) passant par D
2 5 - Determiner une équation cartésienne du cercle (\mathcal{C}') de centre B et de rayon 3
2 6 - Determiner l'intersection de (\mathcal{C}) et (\mathcal{C}')