

**Exercice 1:(7pts)**

Soit la suite numérique  $(U_n)$  définie par 
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1+3U_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1 1 - calculer  $U_1, U_2$
- 2 2 - Montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq U_n \leq 1$
- 1 3 - Montrer que  $(U_n)$ , est décroissante

Soit la suite  $(V_n)$  définie par  $V_n = \frac{1}{U_n}$

- 1 4 - Montrer que  $(V_n)$ , est arithmétique
- 2 5 - Ecrire  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$

**Exercice 2:(7pts)**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ . Soient les points  $A(-1, -3), B(2, 1)$  et  $C(6, -2)$

- 2 1 - calculer  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$  et  $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
- 3 2 - calculer  $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ ; et  $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ . En déduire la mesure de l'angle  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
- 2 4 - Soit  $D : 6x + 8y + 5 = 0$  une droite. calculer  $d(C, (D))$

**Exercice 3:(6pts)**

Soit  $(C)$  l'ensemble des points  $M(x, y)$  tels que  $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$

- 2 1 - Montrer que  $(C)$  est un cercle et déterminer ses éléments caractéristiques
- 1 2 - Vérifier que le point  $A(-1, -1)$  appartient à  $(C)$
- 2 3 - Déterminer une équation cartésienne de la droite  $(D)$  tangente au cercle  $(C)$  au point  $A$
- 1 4 - Étudier les positions relatives de la droite  $(D)$  et la droite  $\Delta : 2x + y - 1 = 0$