

Exercice 1:(7pts)

Soit la suite numérique (U_n) définie par
$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{1+3U_n} \quad \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1 1 - calculer U_1, U_2
- 2 2 - Montrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \leq U_n \leq 1$

- 1 3 - Montrer que (U_n) ,est décroissante

Soit la suite (V_n) définie par $V_n = \frac{1}{U_n}$

- 1 4 - Montrer que (V_n) ,est arithmétique
- 2 5 - Ecrire V_n puis U_n en fonction de n

Exercice 2:(10pts)

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient les points $A(-2, 1), B(1, 1), C(-1, 3)$ et $M(x, y)$

- 2 1 - calculer $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BC}$ en fonction de x et y

- 2 2 - calculer BA^2

3 - Soit (D) L'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $\overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{BC} = BA^2$

- 1 a - Montrer que (D) est une droite en déterminant son équation cartésienne

- 1 b - Montrer qu $(D) \perp (BC)$

- 2 4 - Déterminer l'équation cartésienne du cercle \mathcal{C} de diamètre $[AB]$

- 2 5 - Déterminer la position relative de \mathcal{C} et (D)

Exercice 3:(3pts)

Soit (\mathcal{C}) l'ensemble des points $M(x, y)$ tels que $x^2 + y^2 + 4x - 2y = 0$

- 1 1 - Montrer que (\mathcal{C}) est un cercle et déterminer ses éléments caractéristiques

- 1 2 - Vérifier que le point $A(-1, -1)$ appartient à (\mathcal{C})

- 1 3 - Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) tangente au cercle (\mathcal{C}) au point A