Exercice 1 : (3 points)

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par $A(2;-2)$ et de vecteur normal $\vec{n}(1;2)$. .... (1 pt)
2. Montrer que : $d(B;(D)) = \sqrt{5}$ tels que : $B(-1;2)$ et $D : x + 2y + 2 = 0$. .... (0.5 pt)
3. Déterminer la valeur de m pour que les deux droites (Δ_1) et (Δ_2) soient perpendiculaires :
$$(\Delta_1) : 3x + (2m-1)y + 1 = 0 \quad \text{et} \quad (\Delta_2) : mx + 3y + 1 = 0.$$ .... (1 pt)
4. Donner une équation cartésienne du cercle $\mathcal{C}$ de centre $\Omega(-2;1)$ et de rayon $R = \sqrt{3}$. .... (0.5 pt)

Exercice 2 : (9 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, on considère les points $A(-1;1)$, $B(2;2)$ et $C(0;3)$.

1. Déterminer les coordonnées de : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{BC}$. .... (0.75 pt)
2. Calculer les distances : AB, AC, BC. .... (0.75 pt)
3. Calculer $\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}$ puis déterminer la nature du triangle ABC. .... (1 pt)
4. (a) Calculer : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ et $\det(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. .... (1 pt)
   (b) Calculer : $\sin(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ et $\cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. .... (1 pt)
   (c) Déduire les mesures de l'angle orienté : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$. .... (1 pt)
   (d) Calculer la surface du triangle ABC. .... (0.5 pt)
5. On considère le cercle $\mathcal{C}$ d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 8 = 0$.
   (a) Montrer que le cercle $\mathcal{C}$ est de centre A et de rayon $R = \sqrt{10}$. .... (0.5 pt)
   (b) Déduire que : $B \in \mathcal{C}$ et que le point C est à l'intérieur du cercle $\mathcal{C}$. .... (0.5 pt)
6. Résoudre géométriquement le système : $(S) : \begin{cases} x^2 + y^2 + 2x - 2y - 2 \geq 0 \\ x - 2y + 1 > 0 \end{cases}$ . ... (1 pt)
7. Déterminer E l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tel que :
$$(E) : x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0.$$ .... (0.5 pt)

Exercice 3 : (8 points)

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, soit ABC un triangle et I le milieu du segment $[AB]$, on considère G et G' deux points tels que :
$$G = \text{bar}\{(A;-1),(B;5)\} \quad \text{et} \quad G' = \text{bar}\{(A;-1),(B;5),(C;-1)\}.$$

1. Montrer que $\overrightarrow{AG} = \dfrac{5}{4}\overrightarrow{AB}$ et que : $\overrightarrow{AG'} = \dfrac{5}{3}\overrightarrow{AB} - \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. .... (2 pt)
2. Construire le triangle ABC et les points : G et G'. .... (2 pt)
3. En utilisant la propriété d'associativité du barycentre, montrer que les points G, G' et C sont alignés. .... (1 pt)
4. Déterminer l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan tels que :
$$\|-\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\|.$$ .... (1.5 pt)
5. On donne les coordonnées des points $A(1;1)$ et $B(1;3)$. Déterminer les coordonnées du point $G(x_G;y_G)$. (1.5 pt)

﴿بِسۡمِ ٱللَّهِ ٱلرَّحۡمَٰنِ ٱلرَّحِيمِ الٓرۚ تِلۡكَ ءَايَٰتُ ٱلۡكِتَٰبِ وَقُرۡءَانٖ مُّبِينٖ﴾ (الحجر 1)