

Exercice 1

Soient h et k les fonctions définies par : $h : x \mapsto x^2 + 6x + 6$ et $k : x \mapsto \frac{2x+3}{x+2}$

- Déterminer D_h et D_k les ensembles de définition de h et de k .
- Déterminer T_h le taux de variation de la fonction h .
- Déduire les variations de h sur $] -\infty, -\frac{3}{2}]$ et sur $[-\frac{3}{2}, +\infty[$.
- Montrer que : $(\forall x \in D_k), \quad k(x) = 2 - \frac{1}{x+2}$.
- Déduire les variations de k sur les intervalles de D_k .
- Tracer les courbes (C_h) et (C_k) de h et de k .
- Déterminer géométriquement la solution de : $h(x) \leq k(x)$.
- Montrer que : $(\forall x \in D_k) \quad h(x) = k(x) \iff (x+2)(x^2 + 6x + 4) + 1 = 0$.
- Sur l'intervalle $[1, 2]$:
 - déterminer les variations de h sur $[1, 2]$ et $h([1, 2])$;
 - déterminer les variations de k sur $h([1, 2])$;
 - déduire les variations de $k \circ h$ sur $[1, 2]$.

Exercice 2

- Montrer que : $|x| \leq 2 \implies \frac{3}{5} \leq \frac{3}{x+3} \leq 3$.
- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 4$ divise $5^n - 1$.
- Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N})$ on a : $2 + 4 + \dots + (2n) = n(n+1)$.
- Montrer que : $x \neq 2$ et $y \neq 1 \iff xy + 2 \neq x + 2y$.
- Résoudre l'équation suivante : $|3x + 2| = x$.
- Montrer que l'équation : $\frac{x^2 + 4x}{x^2 + 4x + 2} = 1$ n'admet pas de solution.
- Trouver a et $b \in \mathbb{N}^*$ tel que : $(a+2)(b-1) = 15$.