

Exercise 1

Soit ABC un triangle rectangle en A tels que $AB = 6$ cm et $AC = 3$ cm.

Soit $G = \text{Bary}\{(A; 1); (B; 3); (C; -1)\}$ et $E = \text{Bary}\{(A; 1); (B; 4); (C; -2)\}$.

- 1) (a) Écrire \overrightarrow{AG} et \overrightarrow{AE} en fonction de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
(b) Construire une figure convenable.
- 2) Montrer que $(GE) \parallel (BC)$.
- 3) Soit I un point tel que $5\overrightarrow{AI} = 4\overrightarrow{AB}$.
a- Montrer que $I = \text{Bary}\{(A; 1); (B; 4)\}$.
a- En déduire que les points A, B et I sont alignés.
- 4) La droite (AE) coupe la droite (BC) au point J . Montrer que $J = \text{Bary}\{(B; \alpha); (C; \beta)\}$ où l'on déterminera les valeurs de α et β .
- 5) Déterminer l'ensemble des points M tel que : $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

Exercise 2

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$

On considère les points : $A(3; 2)$, $B(5; 6)$ et $C(-1; 4)$.

- 1) Calculer $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ et $\sin(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$ puis en déduire la mesure principale de l'angle (\widehat{BAC}) .
- 2) a- Déterminer les équations cartésiennes des hauteurs (D) et (Δ) du triangle ABC issues respectivement de A et B .
a- En déduire les coordonnées du centre de gravité du triangle ABC .

Exercise 3

Dans le plan (P) , on considère les points $A(2; 0)$, $B(-1; 0)$ et $C(1; 3)$. Soit (C_k) un ensemble défini par : $(C_k) = \{M(x; y) \in (P) : 4AM^2 - BM^2 = 3k\}$ tel que $k \in \mathbb{R}$.

- 1) Vérifier que pour tout $M(x; y) \in (P)$ on a $4AM^2 - BM^2 = 3(x^2 + y^2 - 6x + 5)$.
- 2) Montrer que l'ensemble (C_0) est un cercle dont on déterminera son centre et son rayon.
- 3) Étudier suivant les valeurs du paramètre k la nature de l'ensemble (C_k) .
- 4) Quelle est la valeur de k pour que $C \in (C_k)$ et donner dans ce cas l'équation de la tangente (Δ) de l'ensemble (C_k) au point C .
- 5) a- Vérifier que le point O est à l'extérieur du cercle (C_0) .
a- Déterminer les équations des deux tangentes (T_1) et (T_2) au cercle (C_0) issues de O .
- 6) Résoudre graphiquement le système $(S) : \begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 5 > 0 \\ \sqrt{5}|y| < 2x \end{cases}$