

**Exercise 1** //

Soit  $ABC$  un triangle rectangle en  $A$  tels que  $AB = 6 \text{ cm}$  et  $AC = 3 \text{ cm}$ .

Soit  $G = \text{Bary}\{(A; 1); (B; 3); (C; -1)\}$  et  $E = \text{Bary}\{(A; 1); (B; 4); (C; -2)\}$ .

- 1) (a) Écrire  $\overrightarrow{AG}$  et  $\overrightarrow{AE}$  en fonction de  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AC}$ .  
 (b) Construire une figure convenable.
- 2) Montrer que  $(GE) \parallel (BC)$ .
- 3) Soit  $I$  un point tel que  $5\overrightarrow{AI} = 4\overrightarrow{AB}$ .
  - a- Montrer que  $I = \text{Bary}\{(A; 1); (B; 4)\}$ .
  - a- En déduire que les points  $A, B$  et  $I$  sont alignés.
- 4) La droite  $(AE)$  coupe la droite  $(BC)$  au point  $J$ . Montrer que  $J = \text{Bary}\{(B; \alpha); (C; \beta)\}$  où l'on déterminera les valeurs de  $\alpha$  et  $\beta$ .
- 5) Déterminer l'ensemble des points  $M$  tel que :  $\|\overrightarrow{MA} + 4\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

**Exercise 2** //

Le plan est rapporté à un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

On considère les points :  $A(3; 2)$ ,  $B(5; 6)$  et  $C(-1; 4)$ .

- 1) Calculer  $\cos(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$  et  $\sin(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$  puis en déduire la mesure principale de l'angle  $(\widehat{\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}})$ .
- 2) a- Déterminer les équations cartésiennes des hauteurs  $(D)$  et  $(\Delta)$  du triangle  $ABC$  issues respectivement de  $A$  et  $B$ .
  - a- En déduire les coordonnées du centre de gravité du triangle  $ABC$ .

**Exercise 3** //

Dans le plan  $(P)$ , on considère les points  $A(2; 0)$ ,  $B(-1; 0)$  et  $C(1; 3)$ . Soit  $(C_k)$  un ensemble défini par :  $(C_k) = \{M(x; y) \in (P) : 4AM^2 - BM^2 = 3k\}$  tel que  $k \in \mathbb{R}$ .

- 1) Vérifier que pour tout  $M(x; y) \in (P)$  on a  $4AM^2 - BM^2 = 3(x^2 + y^2 - 6x + 5)$ .
- 2) Montrer que l'ensemble  $(C_0)$  est un cercle dont on déterminera son centre et son rayon.
- 3) Étudier suivant les valeurs du paramètre  $k$  la nature de l'ensemble  $(C_k)$ .
- 4) Quelle est la valeur de  $k$  pour que  $C \in (C_k)$  et donner dans ce cas l'équation de la tangente  $(\Delta)$  de l'ensemble  $(C_k)$  au point  $C$ .
- 5) a- Vérifier que le point  $O$  est à l'extérieur du cercle  $(C_0)$ .  
 a- Déterminer les équations des deux tangentes  $(T_1)$  et  $(T_2)$  au cercle  $(C_0)$  issues de  $O$ .

- 6) Résoudre graphiquement le système  $(S)$  : 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 5 > 0 \\ \sqrt{5}|y| < 2x \end{cases}$$