تمرين رقم 1

a و b و c أعداد حقيقية من $\mathbb{R}^+$ نعتبر الدالة f :

$$f(x) = x^2 - (b+c)x + b^2 + c^2 - bc$$

☼ اعط جدول تغيرات الدالة f

☼ استنتج أن $ab + bc + ca \le a^2 + b^2 + c^2$

تمرين رقم 2

نعتبر الدالتين :

$$f(x) = \frac{-x^3 + 3x^2 - 3x + 1}{x^3} \quad \text{و} \quad g(x) = (x-1)^3$$

a) بين أن $T_g(x,y) = \left(x + \frac{y-3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2$

b) تحقق أن $f(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$ لكل x من IR^*

c) أدرس رتابة f على IR_+^* و IR_-^*

تمرين رقم 3

نعتبر الدالة العدديةf المعرفة بما يلي : $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$

⊂ حدد D_f وأحسب $(f(x))^2$ ثم استنتج أن $1 \le f(x) \le 2$

بين أن :

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}}$$

⊂ أدرس رتابة الدالة f على $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ وعلى $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

⊂ لتكن h الدالة المعرفة على $]2, +\infty[$ بما يلي :

$h(x) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$ ونضع $g(x) = \frac{2}{x}$

⊂ بين أن $h = f \circ g$ ثم أدرس رتابة الدالة h

تمرين رقم 4

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x) = x^3 + x^2 + x$

1- بين أن $x^2 + x(1+y) + y^2 + y + 1 > 0$

لكل x و y من $\mathbb{R}$

2- أدرس رتابة الدالة f

3- لتكن g الدالة بحيث : $g(x) = \frac{1 + x + \sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

4- تحقق أن $g(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ ثم أدرس رتابة الدالة g

تمرين رقم 5

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = x^2 - \frac{2}{x} + 1$

☹ بين أن g تزايدية قطعا على $]1, +\infty[$

☹ لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + x - 2}}$$

1- بين أن $D_f =]1, +\infty[$

2- تحقق أن $f(x) = \frac{1}{\sqrt{g(x)}}$ وأدرس رتابة f

تمرين رقم 6

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$

1- حدد D_f وبين أن الدالة f مصغورة

2- بين أن f مكبورة بالعدد 1

3- نضع $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ و $h(x) = \sqrt{2x-1}$

أ- بين أن $T_g(x,y) = \frac{1-xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$

ب- أدرس رتابة الدالة g على $[1, +\infty[$; $[0,1]$

ج- تحقق أن $f = g \circ h$ ثم أدرس رتابة الدالة f

تمرين رقم7

1) ليكن n عددا طبيعيا غير منعدما ، حدد ما يلي : $E\left(\frac{n+1}{n}\right)$

، $E\left(\frac{2n+3}{n+1}\right)$ ، $E\left(\sqrt{n^2+n}\right)$ ،

$E\left(\sqrt{(n+1)(n+3)}\right)$ ، $E\left(\sqrt{4n^2+4n}\right)$

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلات التالية : $E(1-2x) = 3$ ،

$E\left(\sqrt{x-2}\right) - 2 = 0$ ، $E\left(x^2 - 3x + 3\right) = 1$

4) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحات التالية :

$E(3-x) < 1$ ، $E(x) \ge 2$ ، $2E\left(\frac{2}{x-1}\right) \le 3$

تمرين رقم 8

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = E(2x) - 2x$

1) بين أن الدالة f دورية دورها $T = 1$

2) أكتب تعبير $f(x)$ على كل من $[0,1[$ و $[1,2[$

3) أرسم المنحنى (C_f) على المجال $[-3,5[$

تمرين رقم1

لتكن f دالة عددية بحيث : $f(x)=\dfrac{|x|}{\sqrt{x^2-1}}$

1) أدرس زوجية الدالة f

2) بين أن f مصغورة بالعدد 1

3) أ- بين أن لكل عنصرين مختلفين x و y من $\mathbb{R}$

لدينا : $(f(x))^2-(f(y))^2=\dfrac{y^2-x^2}{(x^2-1)(y^2-1)}$

ب- أدرس رتابة الدالة f على المجال $]1,+\infty[$

ج- استنتج رتابة الدالة f على المجال $]-\infty,-1[$

تمرين رقم 2

نضع $f(x)=\dfrac{x}{1+|x|}$

1) حدد مجموعة التعريف D_f و بين أن :

$(\forall x\in\mathbb{R})\ -1<f(x)<1$

2) أدرس زوجية الدالة f و أدرس تغيراتها

3) أحسب $(f\circ f)(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$

تمرين رقم 3

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

1) بين أن $(\forall x\in\mathbb{R})\quad -1<f(x)<1$

2) أ- أدرس زوجية الدالة f

ب- أدرس رتابة الدالة f على $[0,+\infty[$

ج- استنتج رتابة الدالة f على المجال $]-\infty,0[$

تمرين رقم 4

نعتبر الدالتين $g(x)=\dfrac{x-1}{x+1}$; $f(x)=\dfrac{2(x^2+1)}{(x+1)^2}$

1) بين أن f تقبل قيمة دنيا عند النقطة $x_0=1$

2) أ- تحقق أن $f(x)=1+(g(x))^2$

ب- ادرس رتابة الدالة f على كل من

$]-\infty,-1[$; $]-1,1]$; $[1,\infty[$

تمرين رقم 5

لتكن f دالة فردية معرفة على $\mathbb{R}$ و بحيث :

$$\begin{cases} f(x)=x^2-2x-4 & : \ x\geq 3 \\ f(x)=\dfrac{-2x}{x+3} & : \ 0\leq x<3 \end{cases}$$

1) أحسب $f(4)$; $f(1)$; $f(-2)$; $f(-5)$

2) أدرس رتابة الدالة f أنجز جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$

3) أرسم منحنى الدالة f

تمرين رقم 6

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{2x}{x^2+1}$$

1) بين أن $|f(x)|\leq 1$ لكل x من $\mathbb{R}$

2) ليكن x و y عنصرين مختلفين من $\mathbb{R}$.

أ- بين أن $\dfrac{f(x)-f(y)}{x-y}=\dfrac{2(1-xy)}{(x^2+1)(y+1)}$

ب- أدرس رتابة الدالة f على كل من $[0,1]$ و $]1,+\infty[$

ثم على $[-1,0]$ و $]-\infty,-1[$

ج- أنجز جدول التغيرات

3) نضع $g(x)=\sqrt{x+1}$ و $h(x)=\dfrac{|x+1|}{\sqrt{x^2+1}}$

أ- حدد مبيانيا $f([-1,0])$ و $f\left([0;+\infty[\right)$

ب- تحقق أن $h=g\circ f$

ج- أدرس رتابة الدالة h

تمرين رقم 7

نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=\frac{x-E(x)}{\sqrt{x}}$$

1) بين أن $(\forall x\in[1,+\infty[)\quad f(x)\leq\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

2) بين أن الدالة f محدودة

تمرين رقم 8

نضع $f(x)=\sqrt{x-E(x)}-x$

1) حدد مجموعة التعريف

2) حل المعادلة $f(x)=0$

3) بين ان $-x\leq f(x)<-x+1$ لكل x من $\mathbb{R}$

تمرين رقم 9

لتكن f دالة عددية و بحيث :

$$3f(x)+2f(-x)=x^3-5x$$

1) أحسب $f(1)$ و $f(2)$

2) بين أن الدالة f فردية

3) حدد تعبير $f(x)$ بدلالة x